

В.Ф. Евдокимов, А.В. Жильцов, С.Ю. Максимов, Е.И. Петрушенко,
Е.А. Прилипко, Е. А. Рыбалкин

ТРЕХМЕРНАЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В МАССИВНЫХ ПРОВОДНИКАХ ПРИ ДУГОВОЙ СВАРКЕ В ИМПУЛЬСНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Дуговая сварка в импульсном магнитном поле представляет один из вариантов дуговой сварки с внешним электромагнитным воздействием и позволяет значительно улучшить механические свойства швов, повысить их коррозионную стойкость и стойкость против образования горячих и холодных трещин, снизить уровень пористости [1—3]. При проектировании таких устройств важную роль играет компьютерное моделирование распределения электродинамических усилий (ЭДУ) и перемещений в расплаве ванны. Вопросам построения компьютерных моделей распределения ЭДУ в потоках расплава ванны посвящены работы [4—7]: в [4, 5] рассматривается распределение сварочного тока, в [6] распределение вихревых токов, обусловленных внешним синусоидальным электромагнитным воздействием в режиме тока, а в [7] – в режиме напряжения. В данной работе рассматривается подмодель компьютерной модели для расчета ЭДУ в потоках расплава ванны – трёхмерная интегрально-дифференциальная модель распределения вихревых токов в массивных проводниках при дуговой сварке в импульсном магнитном поле индуктора, на который разряжается конденсатор.

Точность моделирования ЭДУ и перемещений в расплаве ванны существенно зависит от того, насколько полно учтены особенности электромагнитных и гидродинамических полей: в массивных проводниках (в плазме дуги, в расплаве металла в ванне, в свариваемых деталях) наводятся вихревые токи, магнитное поле которых существенно искажает магнитное поле индуктора. На вихревые токи в массивных проводниках оказывает влияние скорость перемещения плазмы в дуге и жидкого металла в ванне (в настоящей работе это не учитывается). Магнитное поле индуктора и вихревых токов существенно трёхмерно, причём имеют место сильные поля рассеивания, которые распределены в неограниченном пространстве. Наиболее эффективным методом моделирования полей в таких устройствах является метод интегро-дифференциальных уравнений (интегральных по пространственным переменным и дифференциальных по времени) для плотности вихревых токов в массивных проводниках, плотности токов намагниченности на поверхности ферромагнитных тел и плотности

электрических зарядов на граничных и контактных поверхностях массивных тел. Эти уравнения точно учитывают поля рассеивания в неограниченном пространстве и имеют минимальную расчетную область.

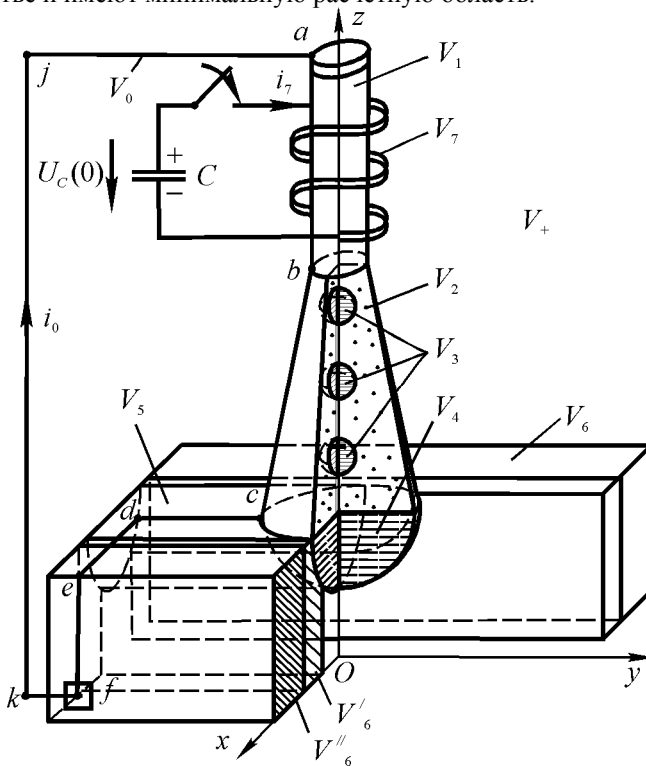


Рис.1. Схема дуговой сварки зазора в пластинах при внешнем импульсном электромагнитном воздействии: V_+ – пространство, окружающее сварочную установку, V_0 – объём проводов сварочной цепи; V_1 – объём, занимаемый электродом, V_2 – дугой, V_3 – каплями расплавленного электрода, V_4 – ванной с расплавом, V_5 – сварочным швом, V_6 – свариваемыми пластинами (V_6' , V_6'' – соответственно неферромагнитной и ферромагнитной ее частями), V_7 – индуктором внешнего электромагнитного воздействия; C – заряженный конденсатор

Формулировка задачи. Сваривается зазор в пластине в форме прямоугольного параллелепипеда с помощью дуговой сварки в импульсном магнитном поле индуктора V_7 , на который разряжается конденсатор C (рис.1). Зазор проходит через центр симметрии пластины параллельно одной из её сторон. Введём декартову систему координат xyz таким образом, чтобы ось x была перпендикулярна, а плоскость yOz была параллельна сторонам

зазора. Считается заданным: проводимость и форма плазмы, размеры и число капель, проводимость материала капель, расстояния между ними. Капли сферической формы. Ванна имеет форму полусферы, а сварной шов форму полуцилиндра.

Проводимость металла в каждом из объёмов V_i считается постоянной и обозначается γ_i , $i=1,2,\dots,6$. Относительную магнитную проницаемость материала электрода полагаем равной μ_1 , ферромагнитной части свариваемых деталей – $\mu^{//}$.

Сформулируем в терминах векторного магнитного потенциала \vec{A} и скалярного электрического потенциала φ краевую задачу для расчёта плотности вихревых токов:

уравнения в V_1 —

$$\Delta \vec{A}_1 = -\mu_1 \mu_0 \vec{\delta}_1, \quad (1)$$

$$\Delta \varphi_1 = 0, \quad (2)$$

$$\vec{\delta}_1 = \gamma_1 \vec{E}_1, \quad (3)$$

$$\vec{E}_1 = -\frac{\partial \vec{A}_1}{\partial t} - \nabla \varphi_1; \quad (4)$$

уравнения в V_2 —

$$\Delta \vec{A}_2 = -\mu_0 \vec{\delta}_2, \quad (5)$$

$$\Delta \varphi_2 = 0, \quad (6)$$

$$\vec{\delta}_2 = \gamma_2 \vec{E}_2, \quad (7)$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{\partial \vec{A}_2}{\partial t} - \nabla \varphi_2; \quad (8)$$

уравнения в V_{3i} , $i=1..N$, —

$$\Delta \vec{A}_{3i} = -\mu_0 \vec{\delta}_{3i}, \quad (9)$$

$$\Delta \varphi_{3i} = 0, \quad (10)$$

$$\vec{\delta}_{3i} = \gamma_{3i} \vec{E}_{3i}, \quad (11)$$

$$\vec{E}_{3i} = -\frac{\partial \vec{A}_{3i}}{\partial t} - \nabla \varphi_{3i}; \quad (12)$$

уравнения в V_4 —

$$\Delta \vec{A}_4 = -\mu_0 \vec{\delta}_4, \quad (13)$$

$$\Delta \varphi_4 = 0, \quad (14)$$

$$\vec{\delta}_4 = \gamma_4 \vec{E}_4, \quad (15)$$

$$\vec{E}_4 = -\frac{\partial \vec{A}_4}{\partial t} - \nabla \varphi_4; \quad (16)$$

уравнения в V_5 —

$$\Delta \vec{A}_5 = -\mu_0 \vec{\delta}_5, \quad (17)$$

$$\Delta \varphi_5 = 0, \quad (18)$$

$$\vec{\delta}_5 = \gamma_5 \vec{E}_5, \quad (19)$$

$$\vec{E}_5 = -\frac{\partial \vec{A}_5}{\partial t} - \nabla \varphi_5; \quad (20)$$

уравнения в V_6 —

$$\Delta \vec{A}_6 = -\mu_0 \vec{\delta}_6 \text{ в } V_6', \quad (21)$$

$$\Delta \vec{A}_6 = -\mu_0 \mu'' \vec{\delta}_6 \text{ в } V_6'', \quad (22)$$

$$\Delta \varphi_6 = 0, \quad (23)$$

$$\vec{\delta}_6 = \gamma_6 \vec{E}_6, \quad (24)$$

$$\vec{E}_6 = -\frac{\partial \vec{A}_6}{\partial t} - \nabla \varphi_6; \quad (25)$$

уравнения в V_+ —

$$\Delta \vec{A}_+ = -\mu_0 \vec{\delta}_0, \quad (26)$$

где δ_i — мгновенная плотность вихревого тока в массивном проводнике V_i , $i=0,1,\dots,7$, при этом для определения δ_0 и δ_7 используем выражения $\delta_0 = i_0/S_0$, $\delta_7 = i_7/S_7$, здесь S_0 , S_7 — сечения проводов сварочной цепи и индуктора, i_0 , i_7 — мгновенные значения тока в сварочной цепи и индукторе; μ_0 — магнитная постоянная, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Граничные условия для векторного потенциала \vec{A} :

$$\vec{n}_{1+} \cdot (\nabla \times \vec{A}_1 - \nabla \times \vec{A}_+) = 0, \quad \vec{n}_{1+} \times \left(\frac{1}{\mu_1} \nabla \times \vec{A}_1 - \nabla \times \vec{A}_+ \right) = 0 \text{ на } S_{1+}; \quad (27)$$

$$\vec{n}_{12} \cdot (\nabla \times \vec{A}_1 - \nabla \times \vec{A}_2) = 0, \quad \vec{n}_{12} \times \left(\frac{1}{\mu_1} \nabla \times \vec{A}_1 - \nabla \times \vec{A}_2 \right) = 0 \text{ на } S_{12}; \quad (28)$$

$$\vec{n}_{10} \cdot (\nabla \times \vec{A}_1 - \nabla \times \vec{A}_0) = 0, \quad \vec{n}_{10} \times \left(\frac{1}{\mu_1} \nabla \times \vec{A}_1 - \nabla \times \vec{A}_0 \right) = 0 \text{ на } S_{10}; \quad (29)$$

$$\vec{n}_6'' \cdot (\nabla \times \vec{A}_6'' - \nabla \times \vec{A}_+) = 0, \quad \vec{n}_6'' \times \left(\frac{1}{\mu_6''} \nabla \times \vec{A}_6'' - \nabla \times \vec{A}_+ \right) = 0 \text{ на } S_{6+}''; \quad (30)$$

$$\vec{n}_6'' \cdot (\nabla \times \vec{A}_6'' - \nabla \times \vec{A}_6') = 0, \quad \vec{n}_6'' \times \left(\frac{1}{\mu_6''} \nabla \times \vec{A}_6'' - \nabla \times \vec{A}_6' \right) = 0 \text{ на } S_6'' \cap S_6'. \quad (31)$$

На остальных граничных и контактных поверхностях граничное условие для \vec{A} вытекает из равенства нормальных и касательных составляющих вектора \vec{B} . Например, на S_{2+} эти условия имеют вид:

$$\vec{n}_{2+} \cdot (\nabla \times \vec{A}_2 - \nabla \times \vec{A}_+) = 0, \quad \vec{n}_{2+} \times (\nabla \times \vec{A}_2 - \nabla \times \vec{A}_+) = 0. \quad (32)$$

В соотношениях (27) – (32) обозначено: S_1 – поверхность ферромагнитного электрода; S_{1+} – боковая поверхность электрода, граничащая с воздухом; S_{01} – контакт соединительного провода и электрода; S_{12} – граница дуги и электрода; S_{2+} – боковая поверхность дуги, граничащая с воздухом; S_{23i} – граница дуги и металла i -й капли; S_{23} – граница дуги и металла N капель; S_{42} – граница расплава ванны и дуги; S_{45} – граница расплава ванны и сварного шва; S_{56} – граница сварного шва и детали; S_{5+} – граница сварного шва и внешнего пространства; S_{46} – граница расплава ванны и детали; S_{6+} – поверхность свариваемых деталей, которая граничит с окружающим пространством; S_{06} – контакт второго соединительного провода со свариваемой деталью; S_6' – поверхность неферромагнитной части пластины; S_6'' – поверхность ферромагнитной части детали, объем которой V_6'' ; S_{6+}'' – часть поверхности S_6'' , которая граничит с внешним пространством; \vec{n}_1 – нормаль к поверхности электрода S_1 , положительное направление которой принято из объема электрода в окружающее пространство; \vec{n}_{10} – нормаль к контакту электрода и соединительного провода S_{01} ; \vec{n}_{1+} – нормаль к боковой поверхности электрода S_{1+} , положительное направление которой принято из объема электрода в окружающее пространство; \vec{n}_{2+} – нормаль к поверхности дуги S_{2+} , положительное направление которой принято из объема дуги в окружающее пространство; \vec{n}_{23i} – нормаль к поверхности S_{23i} , положительное направление которой принято из объема дуги в объем, занимаемый i -й расплавленной каплей электрода; \vec{n}_{42} – нормаль к границе расплава металла в ванне и дуги, положительное направление которой принято из объема расплава металла в объем дуги; \vec{n}_{45} – нормаль к границе

расплава металла в ванне и сварного шва, положительное направление которой принято из объёма расплава металла в ванне в объём сварного шва; \vec{n}_{56} – нормаль к границе сварного шва и пластины, положительное направление которой принято из объёма сварного шва в объём пластины; \vec{n}_{5+} – нормаль к границе сварного шва и окружающего пространства, положительное направление которой принято из объёма сварного шва в окружающее пространство; \vec{n}_{6+} – нормаль к границе пластины и окружающего пространства, положительное направление которой принято из объёма пластины в окружающее пространство; $\vec{n}_6^{//}$ – нормаль к поверхности $S_6^{//}$, положительное направление которой принято из объёма $V_6^{//}$.

На бесконечности выполняется условие вида:

$$\bar{A}_+(\infty) = 0. \quad (33)$$

Граничные условия для скалярного потенциала φ :

$$\gamma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n_{10}} = -\gamma_1 \frac{\partial A_{1n_{10}}}{\partial t} - \delta_{0n_{10}} \text{ на } S_{10}; \quad (34)$$

$$-\frac{\partial \varphi_1}{\partial n_{1+}} = -\frac{\partial A_{1n_{1+}}}{\partial t} \text{ на } S_{1+}; \quad (35)$$

$$\gamma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n_{12}} = \gamma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n_{12}} - (\gamma_1 - \gamma_2) \frac{\partial A_{n_{12}}}{\partial t}, \varphi_1 = \varphi_2 \text{ на } S_{12}; \quad (36)$$

$$\gamma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n_{2+}} = -\gamma_2 \frac{\partial A_{n_{2+}}}{\partial t} \text{ на } S_{2+}; \quad (37)$$

$$\gamma_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial n_{32}} = \gamma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n_{32}} - (\gamma_3 - \gamma_2) \frac{\partial A_{n_{32}}}{\partial t}, \varphi_3 = \varphi_2 \text{ на } S_{23i}, i = 1, 2, 3; \quad (38)$$

$$\gamma_4 \frac{\partial \varphi_4}{\partial n_{42}} = \gamma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n_{42}} - (\gamma_4 - \gamma_2) \frac{\partial A_{n_{42}}}{\partial t}, \varphi_4 = \varphi_2 \text{ на } S_{42}; \quad (39)$$

$$\gamma_4 \frac{\partial \varphi_4}{\partial n_{45}} = \gamma_5 \frac{\partial \varphi_5}{\partial n_{45}} - (\gamma_4 - \gamma_5) \frac{\partial A_{n_{45}}}{\partial t}, \varphi_4 = \varphi_5 \text{ на } S_{45}; \quad (40)$$

$$\gamma_5 \frac{\partial \varphi_5}{\partial n_{56}} = \gamma_6 \frac{\partial \varphi_6}{\partial n_{56}} - (\gamma_5 - \gamma_6) \frac{\partial A_{n_{56}}}{\partial t}, \varphi_5 = \varphi_6 \text{ на } S_{56}; \quad (41)$$

$$\gamma_5 \frac{\partial \varphi_5}{\partial n_{5+}} = -\gamma_5 \frac{\partial A_{n_{5+}}}{\partial t} \text{ на } S_{5+}; \quad (42)$$

$$\gamma_4 \frac{\partial \varphi_4}{\partial n_{46}} = \gamma_6 \frac{\partial \varphi_6}{\partial n_{46}} - (\gamma_4 - \gamma_6) \frac{\partial A_{n_{46}}}{\partial t}, \varphi_4 = \varphi_6 \text{ на } S_{46}; \quad (43)$$

$$\gamma_6 \frac{\partial \varphi_6}{\partial n_{6+}} = -\gamma_6 \frac{\partial A_{n_{6+}}}{\partial t} \text{ на } S_{6+}; \quad (44)$$

$$\gamma_0 \frac{\partial \varphi_6}{\partial n_{60}} = -\gamma_6 \frac{\partial A_{n_{60}}}{\partial t} - \delta_0 n_{60} \text{ на } S_{60}, \quad (45)$$

где A_{n_i} – проекция векторного потенциала на нормаль \vec{n}_i , $i \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 56, 5+, 46, 6+, 60\}$; $\delta_0 n_{10}$, $\delta_0 n_{60}$ – проекция плотности вихревых токов $\vec{\delta}_0$ на нормаль \vec{n}_{10} , \vec{n}_{60} .

Решение уравнений (1), (5), (9), (13), (17), (21), (22), (26) с граничными условиями (32), (33) будем искать в виде следующей комбинации объемных потенциалов (ОП) и потенциалов простого слоя (ППС):

$$\begin{aligned} \vec{A}(Q, t) = & \frac{\mu_0}{4\pi} T_{V_0} \vec{\delta}_0 + \frac{\mu_0 \mu_1}{4\pi} T_{V_1} \vec{\delta}_1 + \frac{\mu_0}{4\pi} T_{S_1} \vec{\sigma}_1 + \frac{\mu_0}{4\pi} T_{V_2} \vec{\delta}_2 + \frac{\mu_0}{4\pi} T_{V_3} \vec{\delta}_3 + \\ & + \frac{\mu_0}{4\pi} T_{V_4} \vec{\delta}_4 + \frac{\mu_0}{4\pi} T_{V_5} \vec{\delta}_5 + \frac{\mu_0}{4\pi} T_{V_6'} \vec{\delta}_6' + \frac{\mu_0 \mu_6''}{4\pi} T_{V_6''} \vec{\delta}_6'' + \frac{\mu_0}{4\pi} T_{S_6''} \vec{\sigma}_6'' + \frac{\mu_0}{4\pi} T_{V_7} \vec{\delta}_7, \end{aligned} \quad (46)$$

где

$$T_{V_i} \vec{\delta}_i = \int_{V_i} \frac{\vec{\delta}_i(M, t)}{r_{QM}} dV_M, \quad i = 0, 1, \dots, 7, \quad T_{S_1} \vec{\sigma}_1 = \int_{S_1} \frac{\vec{\sigma}_1(M, t)}{r_{QM}} dS_M,$$

$$T_{S_6''} \vec{\sigma}_6'' = \int_{S_1} \frac{\vec{\sigma}_6''(M, t)}{r_{QM}} dS_M.$$

При этом уравнения (1), (5), (9), (13), (17), (21), (22), (26) и граничные условия (32), (33) удовлетворяются при любых плотностях ОП и ППС.

Чтобы выражение (46) удовлетворяло уравнениям (4), (8), (12), (16), (20), (25) и граничным условиям (27), (28), (29), (30), (31) необходимо, чтобы плотности ОП и ППС были решениями следующих интегро-дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} & \frac{\vec{\delta}_1(Q, t)}{\lambda_0 \gamma_1} + \mu_1 \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 V_1} \vec{\delta}_1 + \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 S_1} \vec{\sigma}_1 + \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 V_2} \vec{\delta}_2 + \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 V_3} \vec{\delta}_3 + \\ & + \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 V_4} \vec{\delta}_4 + \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 V_5} \vec{\delta}_5 + \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 V_6'} \vec{\delta}_6' + \mu_6'' \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 V_6''} \vec{\delta}_6'' + \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 S_6''} \vec{\sigma}_6'' + \\ & + \frac{1}{\lambda_0} \nabla \varphi_1 = -\frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 V_0} \vec{\delta}_0 - \frac{\partial}{\partial t} T_{V_1 V_7} \vec{\delta}_7, \quad Q \in V_1, \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} & \mu_1 \bar{K}_{S_1 V_1} \otimes \bar{\delta}_1 + \frac{2\pi}{\chi_1} \bar{\sigma}_1(Q, t) + \bar{K}_{S_1 S_1} \otimes \bar{\sigma}_1 + \bar{K}_{S_1 V_2} \otimes \bar{\delta}_2 + \bar{K}_{S_1 V_3} \otimes \bar{\delta}_3 + \\ & + \bar{K}_{S_1 V_4} \otimes \bar{\delta}_4 + \bar{K}_{S_1 V_5} \otimes \bar{\delta}_5 + \bar{K}_{S_1 V_6'} \otimes \bar{\delta}_6' + \mu_6'' \bar{K}_{S_1 V_6''} \otimes \bar{\delta}_6'' + \bar{K}_{S_1 S_6''} \otimes \bar{\sigma}_6'' = (54) \end{aligned}$$

$$= -\bar{K}_{S_1 V_0} \otimes \bar{\delta}_0 - \bar{K}_{S_1 V_7} \otimes \bar{\delta}_7, \quad Q \in S_1,$$

$$\begin{aligned} & \mu_1 \bar{K}_{S_6'' V_1} \otimes \bar{\delta}_1 + \bar{K}_{S_6'' S_1} \otimes \bar{\sigma}_1 + \bar{K}_{S_6'' V_2} \otimes \bar{\delta}_2 + \bar{K}_{S_6'' V_3} \otimes \bar{\delta}_3 + \bar{K}_{S_6'' V_4} \otimes \bar{\delta}_4 + \\ & + \bar{K}_{S_6'' V_5} \otimes \bar{\delta}_5 + \bar{K}_{S_6'' V_6'} \otimes \bar{\delta}_6' + \mu_6'' \bar{K}_{S_6'' V_6''} \otimes \bar{\delta}_6'' + \frac{2\pi}{\chi_6''} \bar{\sigma}_6''(Q, t) + \quad (55) \end{aligned}$$

$$+ \bar{K}_{S_6'' S_6''} \otimes \bar{\sigma}_6'' = -\bar{K}_{S_6'' V_0} \otimes \bar{\delta}_0 - \bar{K}_{S_6'' V_7} \otimes \bar{\delta}_7, \quad Q \in S_6'',$$

где

$$T_{V_i V_j} \bar{\delta}_j = \int_{V_j} \frac{\bar{\delta}_j(M, t)}{r_{QM}} dV_M, \quad Q \in V_i, \quad j = 0, 1, \dots, 7, \quad i = 1, \dots, 6;$$

$$T_{V_i S_1} \bar{\sigma}_1 = \int_{S_1} \frac{\bar{\sigma}_1(M, t)}{r_{QM}} dS_M, \quad T_{V_i S_6''} \bar{\sigma}_6'' = \int_{S_6''} \frac{\bar{\sigma}_6''(M, t)}{r_{QM}} dS_M, \quad Q \in V_i,$$

$$i = 1, \dots, 6;$$

$$\lambda_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}; \quad \chi_1 = \frac{\mu_1 - 1}{\mu_1 + 1}, \quad \chi_6'' = \frac{\mu_6'' - 1}{\mu_6'' + 1};$$

$$\bar{K}_{S_1 V_j} \otimes \bar{\delta}_j = \int_{V_j} \frac{\bar{n}_Q \times \bar{r}_{QM} \times \bar{\delta}_j(M, t)}{r_{QM}^3} dV_M, \quad j = 0, 1, \dots, 7,$$

$$\bar{K}_{S_1 S_1} \otimes \bar{\sigma}_1 = \int_{S_1} \frac{\bar{n}_Q \times \bar{r}_{QM} \times \bar{\sigma}_1(M, t)}{r_{QM}^3} dS_M,$$

$$\bar{K}_{S_1 S_6''} \otimes \bar{\sigma}_6'' = \int_{S_6''} \frac{\bar{n}_Q \times \bar{r}_{QM} \times \bar{\sigma}_6''(M, t)}{r_{QM}^3} dS_M, \quad Q \in S_1;$$

$$\bar{K}_{S_6'' V_j} \otimes \bar{\delta}_j = \int_{V_j} \frac{\bar{n}_Q \times \bar{r}_{QM} \times \bar{\delta}_j(M, t)}{r_{QM}^3} dV_M, \quad j = 0, 1, \dots, 7,$$

$$\bar{K}_{S_6'' S_1} \otimes \bar{\sigma}_1 = \int_{S_1} \frac{\bar{n}_Q \times \bar{r}_{QM} \times \bar{\sigma}_1(M, t)}{r_{QM}^3} dS_M,$$

$$\bar{K}_{S_6'' S_6''} \otimes \bar{\sigma}_6'' = \int_{S_6''} \frac{\bar{n}_Q \times \bar{r}_{QM} \times \bar{\sigma}_6''(M, t)}{r_{QM}^3} dV_M, \quad Q \in S_6''.$$

Решение уравнений (2), (6), (10), (14), (18), (23) будем искать в виде следующей суммы ППС:

$$\begin{aligned} 4\pi\varphi(Q, t) = & \int_{S_{10}} \frac{\tau_{10}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \int_{S_{1+}} \frac{\tau_{1+}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \int_{S_{12}} \frac{\tau_{12}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \\ & + \int_{S_{2+}} \frac{\tau_{2+}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \int_{S_{32}} \frac{\tau_{32}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \int_{S_{42}} \frac{\tau_{42}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \\ & + \int_{S_{45}} \frac{\tau_{45}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \int_{S_{56}} \frac{\tau_{56}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \int_{S_{5+}} \frac{\tau_{5+}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \\ & + \int_{S_{46}} \frac{\tau_{46}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \int_{S_{6+}} \frac{\tau_{6+}(M, t)}{r_{QM}} dS_M + \int_{S_{60}} \frac{\tau_{60}(M, t)}{r_{QM}} dS_M. \end{aligned} \quad (56)$$

Это выражение удовлетворяет граничным условиям (34)—(45), если плотности $\tau_{10}, \tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{21}, \tau_{32}, \tau_{42}, \tau_{45}, \tau_{56}, \tau_{5+}, \tau_{46}, \tau_{6+}, \tau_{60}$ есть решение СИУ:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{G_{10}} \tau_{10}(Q, t) + P_{0,10} \tau_{10} + P_{0,1+} \tau_{1+} + P_{0,12} \tau_{12} + P_{0,2+} \tau_{2+} + P_{0,32} \tau_{32} + \\ + P_{0,42} \tau_{42} + P_{0,45} \tau_{45} + P_{0,56} \tau_{56} + P_{0,5+} \tau_{5+} + P_{0,46} \tau_{46} + P_{0,6+} \tau_{6+} + \\ + P_{0,60} \tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{10}}(Q, t) - \frac{4\pi}{\gamma_1} \delta_{0n_{10}}(Q, t), \quad Q \in S_{10}, \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} P_{1+,10} \tau_{10} + \frac{2\pi}{G_{1+}} \tau_{1+}(Q, t) + P_{1+,1+} \tau_{1+} + P_{1+,12} \tau_{12} + P_{1+,2+} \tau_{2+} + \\ + P_{1+,32} \tau_{32} + P_{1+,42} \tau_{42} + P_{1+,45} \tau_{45} + P_{1+,56} \tau_{56} + P_{1+,5+} \tau_{5+} + \\ + P_{1+,46} \tau_{46} + P_{1+,6+} \tau_{6+} + P_{1+,60} \tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{1+}}(Q, t), \quad Q \in S_{1+}, \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned}
& P_{12,10}\tau_{10} + P_{12,1+}\tau_{1+} + \frac{2\pi}{G_{12}}\tau_{12}(Q,t) + P_{12,12}\tau_{12} + P_{12,2+}\tau_{2+} + \\
& + P_{12,32}\tau_{32} + P_{12,42}\tau_{42} + P_{12,45}\tau_{45} + P_{12,56}\tau_{56} + P_{12,5+}\tau_{5+} + \\
& + P_{12,46}\tau_{46} + P_{12,6+}\tau_{6+} + P_{12,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{12}}(Q,t), \quad Q \in S_{12},
\end{aligned} \tag{59}$$

$$\begin{aligned}
& P_{2+,10}\tau_{10} + P_{2+,1+}\tau_{1+} + P_{2+,12}\tau_{12} + \frac{2\pi}{G_{2+}}\tau_{2+}(Q,t) + P_{2+,2+}\tau_{2+} + \\
& + P_{2+,32}\tau_{32} + P_{2+,42}\tau_{42} + P_{2+,45}\tau_{45} + P_{2+,56}\tau_{56} + P_{2+,5+}\tau_{5+} + \\
& + P_{2+,46}\tau_{46} + P_{2+,6+}\tau_{6+} + P_{2+,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{2+}}(Q,t), \quad Q \in S_{2+},
\end{aligned} \tag{60}$$

$$\begin{aligned}
& P_{32,10}\tau_{10} + P_{32,1+}\tau_{1+} + P_{32,12}\tau_{12} + P_{32,2+}\tau_{2+} + \frac{2\pi}{G_{32}}\tau_{32}(Q,t) + \\
& + P_{32,32}\tau_{32} + P_{32,42}\tau_{42} + P_{32,45}\tau_{45} + P_{32,56}\tau_{56} + P_{32,5+}\tau_{5+} + \\
& + P_{32,46}\tau_{46} + P_{32,6+}\tau_{6+} + P_{32,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{32}}(Q,t), \quad Q \in S_{32},
\end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}
& P_{42,10}\tau_{10} + P_{42,1+}\tau_{1+} + P_{42,12}\tau_{12} + P_{42,2+}\tau_{2+} + P_{42,32}\tau_{32} + \\
& + \frac{2\pi}{G_{42}}\tau_{42}(Q,t) + P_{42,42}\tau_{42} + P_{42,45}\tau_{45} + P_{42,56}\tau_{56} + P_{42,5+}\tau_{5+} + \\
& + P_{42,46}\tau_{46} + P_{42,6+}\tau_{6+} + P_{42,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{42}}(Q,t), \quad Q \in S_{42},
\end{aligned} \tag{62}$$

$$\begin{aligned}
& P_{45,10}\tau_{10} + P_{45,1+}\tau_{1+} + P_{45,12}\tau_{12} + P_{45,2+}\tau_{2+} + P_{45,32}\tau_{32} + \\
& + P_{45,42}\tau_{42} + \frac{2\pi}{G_{45}}\tau_{45}(Q,t) + P_{45,45}\tau_{45} + P_{45,56}\tau_{56} + P_{45,5+}\tau_{5+} + \\
& + P_{45,46}\tau_{46} + P_{45,6+}\tau_{6+} + P_{45,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{45}}(Q,t), \quad Q \in S_{45},
\end{aligned} \tag{63}$$

$$\begin{aligned}
& P_{56,10}\tau_{10} + P_{56,1+}\tau_{1+} + P_{56,12}\tau_{12} + P_{56,2+}\tau_{2+} + P_{56,32}\tau_{32} + \\
& + P_{56,42}\tau_{42} + P_{56,45}\tau_{45} + \frac{2\pi}{G_{56}}\tau_{56}(Q,t) + P_{56,56}\tau_{56} + P_{56,5+}\tau_{5+} + \\
& + P_{56,46}\tau_{46} + P_{56,6+}\tau_{6+} + P_{56,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{56}}(Q,t), \quad Q \in S_{56},
\end{aligned} \tag{64}$$

$$P_{5+,10}\tau_{10} + P_{5+,1+}\tau_{1+} + P_{5+,12}\tau_{12} + P_{5+,2+}\tau_{2+} + P_{5+,32}\tau_{32} + \\ + P_{5+,42}\tau_{42} + P_{5+,45}\tau_{45} + P_{5+,56}\tau_{56} + \frac{2\pi}{G_{5+}}\tau_{5+}(Q,t) + P_{5+,5+}\tau_{5+} + \quad (65)$$

$$+ P_{5+,46}\tau_{46} + P_{5+,6+}\tau_{6+} + P_{5+,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{5+}}(Q,t), \quad Q \in S_{5+},$$

$$P_{46,10}\tau_{10} + P_{46,1+}\tau_{1+} + P_{46,12}\tau_{12} + P_{46,2+}\tau_{2+} + P_{46,32}\tau_{32} + \\ + P_{46,42}\tau_{42} + P_{46,45}\tau_{45} + P_{46,56}\tau_{56} + P_{46,5+}\tau_{5+} + \frac{2\pi}{G_{46}}\tau_{46}(Q,t) + \quad (66)$$

$$+ P_{46,46}\tau_{46} + P_{46,6+}\tau_{6+} + P_{46,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{46}}(Q,t), \quad Q \in S_{46},$$

$$P_{6+,10}\tau_{10} + P_{6+,1+}\tau_{1+} + P_{6+,12}\tau_{12} + P_{6+,2+}\tau_{2+} + P_{6+,32}\tau_{32} + P_{6+,42}\tau_{42} + \\ + P_{6+,45}\tau_{45} + P_{6+,56}\tau_{56} + P_{6+,5+}\tau_{5+} + P_{6+,46}\tau_{46} + \frac{2\pi}{G_{6+}}\tau_{6+}(Q,t) + \quad (67)$$

$$+ P_{6+,6+}\tau_{6+} + P_{6+,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{6+}}(Q,t), \quad Q \in S_{6+},$$

$$P_{60,10}\tau_{10} + P_{60,1+}\tau_{1+} + P_{60,12}\tau_{12} + P_{60,2+}\tau_{2+} + P_{60,32}\tau_{32} + P_{60,42}\tau_{42} + \\ + P_{60,45}\tau_{45} + P_{60,56}\tau_{56} + P_{60,5+}\tau_{5+} + P_{60,46}\tau_{46} + P_{60,6+}\tau_{6+} + \quad (68)$$

$$+ \frac{2\pi}{G_{60}}\tau_{60}(Q,t) + P_{60,60}\tau_{60} = -4\pi \frac{\partial}{\partial t} A_{n_{60}}(Q,t) - \frac{4\pi}{\gamma_6}\delta_{0n_{60}}(Q,t), \quad Q \in S_{60},$$

где $G_{10} = 1$; $G_{1+} = 1$; $G_{12} = (\gamma_1 - \gamma_2)/(\gamma_1 + \gamma_2)$; $G_{2+} = 1$;

$G_{32} = (\gamma_3 - \gamma_2)/(\gamma_3 + \gamma_2)$; $G_{42} = (\gamma_4 - \gamma_2)/(\gamma_4 + \gamma_2)$;

$G_{45} = (\gamma_4 - \gamma_5)/(\gamma_4 + \gamma_5)$; $G_{56} = (\gamma_5 - \gamma_6)/(\gamma_5 + \gamma_6)$; $G_{5+} = 1$;

$G_{46} = (\gamma_4 - \gamma_6)/(\gamma_4 + \gamma_6)$; $G_{6+} = 1$; $G_{60} = 1$;

$$P_{i,j}\tau_j = \int_{S_j} \tau_j(M,t) \frac{\cos(\vec{n}_Q, \vec{r}_{QM})}{r_{QM}^2} dS_M, \quad Q \in S_i,$$

$i, j \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 56, 5+, 46, 6+, 60\}$.

Окончательный вид полная СИДУ принимает после подстановки в уравнения (47)—(53) скалярного потенциала $\varphi(Q,t)$ в форме (56), а в уравнения (57)—(68) векторного потенциала $\vec{A}(Q,t)$ в форме (46), т.е. после подстановки в (47)—(53) —

$$\begin{aligned}
4\pi\bar{V}\varphi = & \int_{S_{10}} \tau_{10}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \int_{S_{1+}} \tau_{1+}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \int_{S_{12}} \tau_{12}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \\
& + \int_{S_{2+}} \tau_{2+}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \int_{S_{32}} \tau_{32}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \int_{S_{42}} \tau_{42}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \\
& + \int_{S_{45}} \tau_{45}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \int_{S_{56}} \tau_{56}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \int_{S_{5+}} \tau_{5+}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \\
& + \int_{S_{46}} \tau_{46}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \int_{S_{6+}} \tau_{6+}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M + \int_{S_{60}} \tau_{60}(M,t) \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}^3} dS_M,
\end{aligned} \tag{69}$$

а в (57)—(68)

$$\begin{aligned}
\bar{n}_Q \cdot \bar{A}(Q) = A_{n_Q}(Q,t) = & \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_0} \frac{\delta_0 n_Q(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \frac{\mu_0 \mu_1}{4\pi} \int_{V_1} \frac{\delta_1 n_Q(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \\
& + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_1} \frac{\sigma_1 n_Q(M,t)}{r_{QM}} dS_M + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_2} \frac{\delta_2 n_Q(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \sum_{i=1}^N \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_{3i}} \frac{\delta_{3i} n_Q(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \\
& + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_4} \frac{\delta_4 n_Q(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_5} \frac{\delta_5 n_Q(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_{6'}} \frac{\delta'_{6n_Q}(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \\
& + \frac{\mu_0 \mu_6''}{4\pi} \int_{V_{6''}} \frac{\delta''_{6n_Q}(M,t)}{r_{QM}} dV_M + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_6''} \frac{\sigma''_{6n_Q}(M,t)}{r_{QM}} dS_M.
\end{aligned} \tag{70}$$

В результате получена интегро-дифференциальная модель для расчета плотности вихревых токов, обусловленных воздействием импульсного магнитного поля индуктора, на который разряжается конденсатор, при условии, что ток в сварочной цепи равен нулю, а ток в цепи индуктора $i_7(t)$ задан как функция времени. Для того чтобы получить модель в общем случае, т.е. когда вихревой ток индуцируются и в сварочной цепи и при этом заданно напряжение $U_C(0)$ конденсатора в момент времени $t=0$, к записанным выше уравнениям необходимо добавить следующие уравнения. Во-первых, уравнение, полученное из закона электромагнитной индукции, записанного в интегральной форме,

$$i_0 = -\frac{\gamma_0}{L_0} \int_{L_0+L_1} \frac{\partial}{\partial t} \bar{A}(M,t) d\bar{l}_M - \frac{\gamma_0}{L_0} \int_{L_1} \frac{\bar{\delta}(M,t)}{\gamma(M)} d\bar{l}_M, \tag{71}$$

во-вторых, уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа для цепи индуктора,

$$U_C(0) - \frac{1}{C} \int_0^t i_7(t) dt = Ri_7(t) + L_d \frac{\partial i_7}{\partial t}.$$

Здесь (рис.1): L_0 – это контур $fkja$; L_1 – контур $abcdef$; $U_C(0)$ – напряжение на конденсаторе в начальный момент времени; R – активное сопротивление цепи индуктора; $L_d = \frac{\partial \Psi}{\partial t}$, Ψ – потокосцепление с контуром индуктора.

Выводы. В настоящее время при расчете магнитных полей, обусловленных импульсным магнитным полем индуктора при дуговой сварке, не учитываются вихревые токи в плазме дуги, ванне жидкого металла и свариваемых деталей. Это вносит существенную погрешность в расчеты. В данной работе предложена система интегро-дифференциальных уравнений, искомые величины в которой занимают ограниченные объемы и поверхности, а именно: объемы и поверхности массивных тел, поверхности ферромагнитных тел. Вычисление поля сводится к интегрированию по этим источникам в каждый момент времени по пространственным переменным и может быть найдено в ограниченном объеме (расплаве жидкого металла в ванне). Это упрощает задачу расчета магнитного поля и представляет существенное преимущество перед конечно-разностными методами, так как с применением последних магнитное поле вычисляется во всем пространстве, в то время как необходимости в этом нет.

1. Рыжов Р.Н., Кузнецов В.Д. Внешние электромагнитные воздействия в процессах дуговой сварки и наплавки (обзор). // Автомат. сварка. – 2006. – №10. – С. 36 – 43.
2. Максимов С.Ю., Прилипко Е.А., Рыжов Р.Н., Кожухарь В.А. Влияние внешнего электромагнитного воздействия на содержание водорода в металле швов при мокрой подводной сварке. // Автомат. сварка. – 2003. – №6. – С. 55 – 56.
3. Максимов С.Ю., Прилипко Е.А., Рыжов Р.Н., Кожухарь В.А. Влияние внешних электромагнитных воздействий на структуру и химический состав швов при мокрой подводной сварке. // Автомат. сварка. – 2005. – №11. – С. 41 – 44.
4. Евдокимов В.Ф., Жильцов А.В., Максимов С.Ю., Петрушенко Е.И., Прилипко Е.А., Рыбалкин Е. А. Трёхмерная интегральная модель распределения сварочного тока при дуговой сварке зазора в пластине. // Электрон. моделирование. – 2008. – т.30, №6. – С.85—96.
5. Евдокимов В.Ф., Максимов С.Ю., Петрушенко Е.И., Прилипко Е.А., Рыбалкин Е.А. Трёхмерная интегральная модель распределения синусоидального сварочного тока при дуговой сварке зазора в пластине в режиме тока. // Збірник наукових праць ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2008. – Вип. 45. – С.60—69.
6. Евдокимов В.Ф., Жильцов А.В., Максимов С.Ю., Петрушенко Е.И., Прилипко Е.А., Рыбалкин Е. А. Трёхмерная интегральная модель распределения вихревых токов, обусловленных внешним синусоидальным электромагнитным воздействием при

дуговой сварке зазора в пластине в режиме тока. // Збірник наукових праць ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2009.

7. Евдокимов В.Ф., Жильцов А.В., Максимов С.Ю., Петрушенко Е.И., Прилипко Е.А., Рыбалкин Е. А. Трехмерная интегральная модель распределения вихревых токов обусловленных внешним синусоидальным электромагнитным воздействием при дуговой сварке зазора в пластине в режиме напряжения // Труды Института электродинамики. – 2009.

Поступила 9.02.2009р.

УДК 682.03

О.Ю.Афанасьева, Б.В.Дурняк

ЗАГАЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИФРОВИХ СТЕГАНОГРАФІЧНИХ СИСТЕМ

Стеганографія, як методика укриття інформації, складається з наступних базових елементів:

- носія укритої інформації, який називається контейнером,
- стеганограми,
- повідомлення, яке передбачається укривати,
- засобів кодування повідомлення,
- засобів синтезу коду повідомлення з носієм інформації,
- ряду допоміжних засобів, що дозволяють реалізувати процес стеганографічного укриття повідомлення.

Носієм інформації може бути довільне цифрове середовище, яке допускає ту чи іншу інтерпретацію, що ділить різні цифрові середовища на наступні типи та види середовищ:

- текстові,
- графічні,
- звукові, або аудіо середовища,
- мультимедіальні середовища,
- інформаційні середовища комп'ютерної мережі та інші.

Переважно, в цифровій стеганографії використовується бітове представлення повідомлення. Бінарна форма представлення інформації може бути первинною, або вторинною. В другому випадку, бінарна форма повідомлення представляє собою результат попереднього кодування відповідного представлення інформації, яку передбачається укривати. Найчастіше, таке попереднє кодування ґрунтується на використанні методів криптографічного перетворення цифрового представлення повідомлення [1].

Стеганографічні системи характеризуються наступними параметрами,