

## Оптимальний розподіл інвестиційних потоків у динамічній моделі макроекономічної системи

Олександр Назаренко<sup>1</sup>, Дмитро Фільченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> к. ф.-м. н., доцент, Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, Суми, 40007

<sup>2</sup> Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, Суми, 40007, e-mail: dm.filchenko@yahoo.com

*Описано загальний підхід до моделювання інвестиційного розвитку n-галузевої економічної системи відкритого типу. З допомогою апарату лінійного програмування на прикладі дво-галузевої системи обґрунтовано та розв'язано задачу оптимального розподілу інвестиційних потоків. Практичну реалізацію оптимізаційної моделі проведено на прикладі економіки Данії, знайдено оптимальний розподіл іноземних інвестицій у реальний сектор економіки, а також проаналізовано можливість оптимального планування інвестиційної макроекономічної політики у прогностичний період.*

**Ключові слова:** динамічна модель, потоки інвестицій, оптимізація.

**Вступ.** Визначальним завданням економічної політики будь-якої держави є прийняття оптимальних рішень щодо розподілу обмеженої кількості ресурсів. Критерії оптимальності обираються відповідно до поставленої мети, а обмеженість ресурсів звужує множину альтернативних варіантів її досягнення. Під ресурсами в кожному конкретному випадку розуміють певні макроекономічні категорії — національний дохід, споживчі витрати, трудові та природні ресурси тощо. Втім, сучасні світові тенденції свідчать про те, що головною складовою стрімкого економічного зростання є інвестиції в реальний сектор економіки. Проблема оптимального розподілу інвестиційних потоків особливо гостро постає перед трансформаційними економіками, насамперед, тому, що, з одного боку, є очевидним позитивне значення інвестицій, а, з іншого, через недолугість інвестиційної політики нерідко виникають диспропорції в регіональному або галузевому розвитку, нарощується сума зовнішнього боргу [1, 2]. Останнє, своєю чергою, часто стає об'єктом окремих досліджень. Аналітичним інструментом прийняття оптимальних рішень є моделі та методи математичного програмування при розв'язуванні статичних задач [3, 4] та теорії управління при необхідності врахування динамічних властивостей процесу [5, 6].

Актуальність згаданої вище проблеми для української економіки відзначають і експерти, за оцінками яких її технологічне оновлення потребує капіталовкладень на рівні 500 млрд дол., тоді як щорічна сума інвестицій в основний капітал становить лише 18-19 млрд дол. [7]. Ефективність макроекономічної політики за таких умов безпосередньо залежить від уміння планувати оптимальний розподіл інвестиційних потоків між галузями згідно заданих пріоритетів. Зауважимо, що



індикаторами станів кожної з  $n$  галузей. Окрім цього, швидкість зміни  $dx_{n+1}(t)/dt$  зовнішнього боргу відображає його валовий (а не чистий) приріст у момент часу  $t$ . За визначенням, валовий приріст дорівнює сумі чистого приросту та величини обслуговування зовнішнього боргу, яку можна інтерпретувати як відсоток за користування зовнішніми запозиченнями. Нехай  $\mu_{n+1}(x_{n+1}(t), t)$  — функція обслуговування зовнішнього боргу, а  $g_{n+1}(t)$  — функція його чистого приросту, яку іноді трактують як функцію дефіциту платіжного балансу держави. Як і  $g_i(t)$  ( $i=1, n$ ) функція  $g_{n+1}(t)$  у кожний момент часу  $t$  залежить від потоків  $u_j(t)$  ( $j=1, l, l \geq m$ ), які, в загальному випадку, можуть бути не лише інвестиційними, але й споживчими. Тоді динаміка зовнішнього боргу держави може бути описана наступним чином

$$\frac{dx_{n+1}}{dt} = \mu_{n+1}(x_{n+1}(t), t) + g_{n+1}(u_1, u_2, \dots, u_l). \quad (2)$$

Таким чином, система  $(n+1)$  диференціальних рівнянь описує еволюцію досліджуваної  $n$ -галузевої економічної системи

$$\dot{x}(t) = \mu(x(t), t) + g(u(t)). \quad (3)$$

Вважаємо, що координати  $u_j(t)$  ( $j=1, l$ ) вектора керування  $u(t)$  адитивні, а координати вектор-функції  $g(\cdot)$  можна записати у вигляді лінійних комбінацій координат вектора  $u(t)$  у момент часу  $t$ .

Нехай  $t = 0, \bar{N}$  — моменти часу, в які відомі значення параметрів системи. Тоді дискретним аналогом неперервної моделі (3) є

$$x(t+1) - x(t) = \mu(x(t), t) + \Lambda(t)u(t), \quad (4)$$

де  $\Lambda(t)$  — матриця вагових коефіцієнтів розмірності  $(n+1) \times l$ .

Динамічні моделі (3), (4) дозволяють досліджувати різні аспекти інвестиційного розвитку держави. Так, у [10, 11] запропоновано економетричний аналіз моделі (4). У працях [12-14] розглянуто параметричну задачу оптимального управління зовнішнім боргом — мінімізації величини  $x_{n+1}(t)$  у кінцевий момент часу  $T$  за наявності системи (3), обмежень на змінні керування  $u_j(t)$  ( $j=1, l$ ) і крайових умов. У роботі [15] на основі методів регресійного аналізу обґрунтовується перехід від неперервної моделі до дискретної й аналізується можливість формулювання статичної проблеми оптимального розподілу інвестицій між галузями економіки як задачі лінійного програмування.

## 2. Модель лінійного програмування

Запишемо систему різницевих рівнянь (4) у вигляді

$$\Lambda(t)u(t) = b(t), \quad b(t) = -\mu(x(t), t) + x(t+1) - x(t), \quad t = 0, \bar{N}. \quad (5)$$

Нехай матриця  $\Lambda(t)$  відома. Якщо за певний проміжок часу  $0 \leq t \leq N$  для кожної  $i$ -ої галузі економіки ( $i = \overline{1, n}$ ) наявні статистичні дані щодо основних фондів  $x_i(t)$  та функції амортизації  $\mu_i(x_i(t), t)$ , а також щодо зовнішнього боргу  $x_{n+1}(t)$  і функції його обслуговування  $\mu_{n+1}(x_{n+1}(t), t)$ , то (5) є неоднорідною системою лінійних рівнянь відносно змінних керування  $u_j(t)$  ( $j = \overline{1, l}$ ).

Якщо  $\text{rank } \Lambda(t) < \text{rank}[\Lambda(t)|\mathbf{b}(t)]$ , то  $\mathbf{u}(t) = \emptyset$ , що може свідчити про помилку у специфікації моделі та необхідності перевірки статистичних даних і елементів матриці вагових коефіцієнтів  $\Lambda(t)$ . Якщо ж  $\text{rank}[\Lambda(t)] = \text{rank}[\Lambda(t)|\mathbf{b}(t)] = r$ , то система (5) є сумісною й у випадку  $r = l$  має єдиний розв'язок

$$\mathbf{u}(t) = \Lambda^{-1}(t)\mathbf{b}(t).$$

Останній випадок на практиці зустрічається досить рідко, оскільки ситуація, коли вектор потоків  $\mathbf{u}(t)$  має лише одну можливу структуру, є малоюмовірною.

Особливий інтерес має ситуація, коли  $\mathbf{u}(t) \neq \emptyset$  і  $r < l$ , яка найбільше відповідає економічним реаліям, адже структура вектора потоків  $\mathbf{u}(t)$  часто має певну довільність, показником якої є величина  $l - n - 1$  — кількість степенів вільності. Ці степені вільності можна використовувати для задоволення певних критеріїв, які б забезпечували ефективність структури вектора  $\mathbf{u}(t)$  [16].

Елементи вектора  $\mathbf{u}(t)$  завжди можна перенумерувати так, щоб перші  $n+1$  змінних були базовими, а решта  $l - n - 1$  — вільними. Тоді матрицю  $\Lambda(t)$  та вектор  $\mathbf{u}(t)$  можна подати наступним чином

$$\Lambda(t) = (\Lambda^1(t), \Lambda^2(t)), \quad \mathbf{u} = (\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2)^T,$$

де  $\mathbf{u}^1$  — вектор базових змінних, а  $\mathbf{u}^2$  — вектор вільних змінних, розмірність матриці  $\Lambda^1(t)$  —  $(n+1) \times (n+1)$ , а  $\Lambda^2(t)$  —  $(n+1) \times (l-n-1)$ . Тоді всі базові змінні можна виразити через вільні

$$\mathbf{u}^1(t) = [\Lambda^1(t)]^{-1}[\mathbf{b}(t) - \Lambda^2(t)\mathbf{u}^2(t)]. \quad (6)$$

Якщо  $F(\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2)$  — цільова функція, а  $\mathbf{h}(\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2) \leq \mathbf{c}$  — обмеження на змінні керування, то з урахуванням (6) приходимо до наступної задачі математичного програмування

$$\max_{\mathbf{u}^2} F(\mathbf{u}^2) \text{ за умови, що } \mathbf{h}(\mathbf{u}^2) \leq \mathbf{c}, \quad \mathbf{u}^2 \geq \mathbf{0}.$$

Розглянемо випадок із двома степенями вільності ( $l - n - 1 = 2$ ). Розділимо реальний сектор економіки на дві галузі, кожна з яких виробляє продукти як для ринку кінцевого споживання, так і для інвестиційного ринку (рис. 1). Усі товари можуть бути використані для внутрішніх потреб або для експорту за кордон. Споживчі й інвестиційні товари також надходять іззовні у вигляді імпорту іноземних споживчих товарів та іноземних інвестицій відповідно. У такій постановці система (5) буде складатися з трьох рівнянь ( $n = 2$ ). Щоб отримати два степені вільності, необхідно ввести п'ять змінних керування ( $l = 5$ ). Нехай вектор потоків  $\mathbf{u}(t)$  має такі координати: зовнішні інвестиції  $u_1(t)$  у галузь 1 та  $u_2(t)$  у галузь 2, внутрішні інвестиції  $u_3(t)$  у галузь 1 та  $u_4(t)$  у галузь 2, а також  $u_5(t)$  — сума чистого експорту споживчих товарів ( $\Pi_2 - \Pi_1$ ) та інвестицій за кордон ( $\Pi_3$ ).

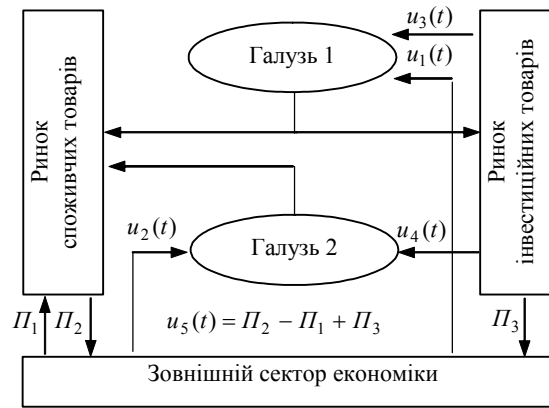


Рис. 1. Схема грошових і товарних потоків у відкритій двогалузевій економіці

Система лінійних рівнянь (5) набуває вигляду

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ b_3(t) \end{pmatrix}.$$

Приймаємо, що елементи матриці  $\Lambda$  не змінюються з часом. Оскільки система має два степені вільності, то за дві вільні змінні можемо обрати будь-які, що відповідають кінцевій меті дослідження. Якщо метою дослідження є оптимізація зовнішніх інвестиційних потоків, то доцільно координати  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  прийняти вільними, а  $u_3(t)$ ,  $u_4(t)$ ,  $u_5(t)$  — базовими. Після відповідних перетворень за формулою (6) отримаємо

$$\begin{pmatrix} u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1(t) - u_1(t) \\ b_2(t) - u_2(t) \\ -b_3(t) + u_1(t) + u_2(t) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Нехай  $p_1(t)$  — пріоритет розвитку галузі 1, а  $p_2(t)$  — галузі 2 у момент часу  $t$ . Тоді за критерій оптимальності можна обрати наступний

$$\max_{u_1, u_2} F(u_1(t), u_2(t)) = p_1(t)u_1(t) + p_2(t)u_2(t), \quad p_1(t) + p_2(t) = 1. \quad (8)$$

Із практичних міркувань системи обмежень часто бувають пов'язані з необхідністю задоволення певних критичних значень таких параметрів, як споживання, експорт, імпорт і т. д., а їх кількість може бути значною. Для прикладу наведемо два з можливих обмежень на змінні керування  $u_1(t)$  та  $u_2(t)$ . Перше обмеження впливає з того, що сумарна величина іноземних інвестицій не може перевищувати

деяке значення  $M(t)$ , яке можна трактувати як критичне для економіки, стратегії розвитку чи навіть національної безпеки держави. Отже,

$$u_1(t) + u_2(t) \leq M(t). \quad (9)$$

Щоб записати друге обмеження, введемо наступні позначення. Нехай  $k(t)$  ( $0 \leq k(t) \leq 1$ ) — коефіцієнт, що показує, яка частка споживчих товарів національного виробництва необхідна для внутрішнього споживання. Аналогічні критичні коефіцієнти існують і для ринку інвестиційних товарів. Нехай  $k_1(t)$  і  $k_2(t)$  ( $0 \leq k_1(t), k_2(t) \leq 1$ ) — частки інвестицій внутрішнього походження  $u_3(t)$  в галузь 1 і  $u_4(t)$  у галузь 2 відповідно, які за будь-яких умов повинні спрямовуватися на внутрішній розвиток. Тоді для величини  $u_5(t)$  маємо нерівність

$$u_5(t) \leq [1 - k(t)][Y(t) - u_3(t) - u_4(t)] + [1 - k_1(t)]u_3(t) + [1 - k_2(t)]u_4(t),$$

де  $Y(t)$  — валовий випуск країни, що складається з суми усіх інвестиційних і споживчих товарів внутрішнього виробництва.

З урахуванням (7) після відповідних перетворень отримаємо таке обмеження на змінні  $u_1(t)$  та  $u_2(t)$

$$[1 + k(t) - k_1(t)]u_1(t) + [1 + k(t) - k_2(t)]u_2(t) \leq [1 - k(t)]Y(t) + [k(t) - k_1(t)]b_1(t) + [k(t) - k_2(t)]b_2(t) + b_3(t). \quad (10)$$

Наступні обмеження природно випливають зі змісту величин керувань

$$u_1(t) \geq 0, u_2(t) \geq 0. \quad (11)$$

Задача (8)-(11) є задачею лінійного програмування, одна з можливих графічних інтерпретацій якої (для  $k_1 > k_2$ ) зображена на рис. 2.

Аналогічним чином у кожний момент часу  $t$  можна реалізувати статичну оптимізацію потоків зовнішніх інвестицій. Порівнюючи оптимальні значення з реальними, можна робити висновки щодо ефективності макроекономічної політики та необхідності її коригування. Надалі, біля кожної з функцій не будемо вказувати залежність від часу, пам'ятаючи, однак, що насправді вона існує.

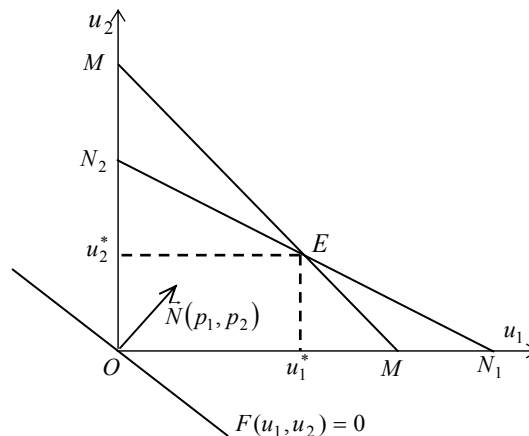


Рис. 2. Графічне зображення задачі оптимального розподілу іноземних інвестицій

Визначимо координати точок, відзначених на рис. 2

$$\begin{aligned} N_1 &= [(1-k)(Y-b_1-b_2) + (1-k_1)b_1 + (1-k_2)b_2 + b_3] / (1+k-k_1), \\ N_2 &= [(1-k)(Y-b_1-b_2) + (1-k_1)b_1 + (1-k_2)b_2 + b_3] / (1+k-k_2), \\ u_1^* &= N_1(M-N_2)/(N_1-N_2), \quad u_2^* = N_2(N_1-M)/(N_1-N_2). \end{aligned} \quad (12)$$

Допустима область значень задачі — чотирикутник  $ON_2EM$ . Максимум цільової функції (8) досягається в одній із трьох його вершин. Щоб позбутися довольності, яка існує у виборі інших параметрів ( $M, p_1, p_2$ ), будемо вимагати, щоб справджувалися такі умови

$$\begin{cases} F(u_1^*, u_2^*) > F(0, N_2), \\ F(u_1^*, u_2^*) > F(M, 0), \end{cases} \quad (13)$$

які є логічними й економічно доцільними з огляду на те, що тривіальний випадок, коли зовнішні інвестиції повинні надходити винятково в одну з галузей економіки, є неприпустимим.

Підставляючи формули (8), (12) у систему нерівностей (13), отримуємо умови досягнення максимуму цільової функції (8) у точці  $(u_1^*, u_2^*)$

$$\begin{cases} k_1 > k_2, \\ N_2 < M < N_1, \\ 1 < \frac{p_2}{p_1} < \frac{N_1}{N_2} \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} k_1 < k_2, \\ N_1 < M < N_2, \\ 1 < \frac{p_1}{p_2} < \frac{N_2}{N_1}. \end{cases} \quad (14)$$

#### 4. Практична реалізація

Продемонструємо практичну реалізацію побудованих моделей оптимального розподілу інвестицій на прикладі розвитку економіки Данії упродовж 1966-1997 рр. Усі статистичні дані наявні на офіційному сервері статистики Данії [17] й Організації економічного співробітництва та розвитку [18]. Зазначимо, що прогнозуванню основних макроекономічних показників економіки Данії та деяких інших країн присвячена низка праць, зокрема [19].

Як і раніше, розглянемо двогалузеву економічну систему, умовно поділивши економіку Данії на промислово-сільськогосподарську галузь і галузь послуг. До першої віднесемо переробну промисловість, електроенергетику, газо- та водопостачання, сільське господарство та ін., а до сфери послуг — готельно-ресторанний бізнес, транспорт, зв'язок, телекомунікації тощо.

Інформація про значення параметрів  $k, k_1, k_2$  наявна лише з 1990 до 2006 р. Однак, аналіз статистичних даних свідчить, що ці параметри майже не змінюються, залишаючись на рівні  $k = 0,93, k_1 = 0,98, k_2 = 0,80$ . Отже, логічно було б вважати їх сталими величинами протягом усього періоду дослідження. Слід

звернути увагу на значну різницю між частиною інвестиційних товарів промислово-сільськогосподарської галузі, які йдуть за кордон (2 %), і аналогічним показником для галузі послуг (20 %). Це свідчить про помітний галузевий дисбаланс експортних інвестиційних потоків і більшу насиченість внутрішнього ринку інвестиційними товарами галузі послуг.

Згідно умов (14) у випадку  $k_1 > k_2$  пріоритети  $p_1$  і  $p_2$  інвестиційного розвитку галузей повинні бути обрані на рівні 0,44 та 0,56 відповідно. Тоді, використовуючи модель (8)-(11), отримаємо оптимальний розподіл іноземних інвестицій для галузі 1 (рис. 3а) та галузі 2 (рис. 3б). Тут точки відповідають значенням реальних та оптимальних потоків інвестицій у моменти часу  $t = \overline{0,31}$ .

Особливо цікавим видається проміжок часу з 1983 до 1989 років ( $t = \overline{17,23}$ ), коли економіка Данії переживала кризу зовнішнього боргу, яка співпала з загальноекономічним спадом. Останній, своєю чергою, був спричинений недостатністю іноземних інвестицій, залежність від яких особливо проявлялася в даний період. Оптимальний розподіл іноземних інвестицій міг би стати своєрідним стабілізатором, який би підтримав економічну систему за несприятливої зовнішньої кон'юнктури та негативних наслідків спадної фази в економічній циклічності.

Зауважимо, що проведений аналіз реальних та оптимальних значень інвестицій у кожну з галузей економіки є ретроспективним і дозволяє робити якісні висновки з приводу ефективності макроекономічної політики на даному проміжку часу, а відтак є аналітичним інструментом для прийняття рішень щодо коригування механізмів інвестиційного розвитку. Проте, актуальнішою видається проблема оптимального розподілу інвестиційних ресурсів у прогностичний період. Прогнозні значення оптимальних і реальних інвестицій дають можливість проводити аналіз інвестиційної політики в майбутньому і з відомою похибкою здійснювати корекцію існуючої тенденції з урахуванням очікуваних оптимальних значень змінних керування.

Побудуємо часові тренди оптимального та реального розподілів інвестицій за 1966-1997 рр. та знайдемо відповідні прогностичні значення на 1998 р. ( $t = 32$ ). Обираючи поліноміальний вигляд для функцій регресії, методом найменших квадратів отримуємо такі функції регресії (рис. 3)

$$\hat{u}_1^*(t) = 1,70t^4 - 97,22t^3 + 1639,96t^2 - 6208,48t + 8758,67, \quad R^2 = 0,95;$$

$$\hat{u}_1(t) = 1,41t^4 - 73,84t^3 + 1086,26t^2 - 2013,09t + 6037,72, \quad R^2 = 0,92;$$

$$\hat{u}_2^*(t) = 1,44t^4 - 82,64t^3 + 1392,64t^2 - 5288,82t + 7426,48, \quad R^2 = 0,95;$$

$$\hat{u}_2(t) = 0,69t^4 - 37,06t^3 + 540,04t^2 - 319,32t + 1861,06, \quad R^2 = 0,92.$$

Високі значення коефіцієнтів детермінації  $R^2$  свідчать про досить велику адекватність запропонованої моделі статистичним даним економіки Данії за вказаний період. Той факт, що значення  $R^2$  для оптимальних траєкторій більші від відповідних значень  $R^2$  для реальних траєкторій, вказує на кращу стабільність економічного розвитку при оптимальному розподілі інвестицій. Табл. 1 містить результати екстраполяції виявлених тенденцій методом безумовного прогнозування [20].



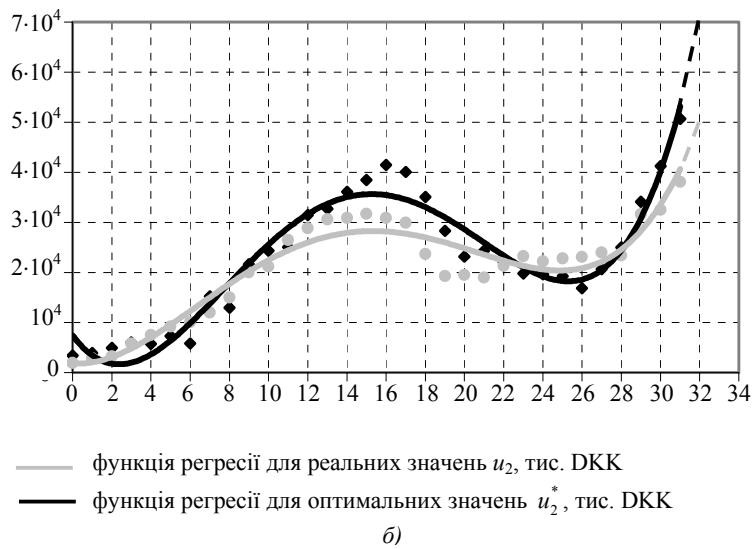
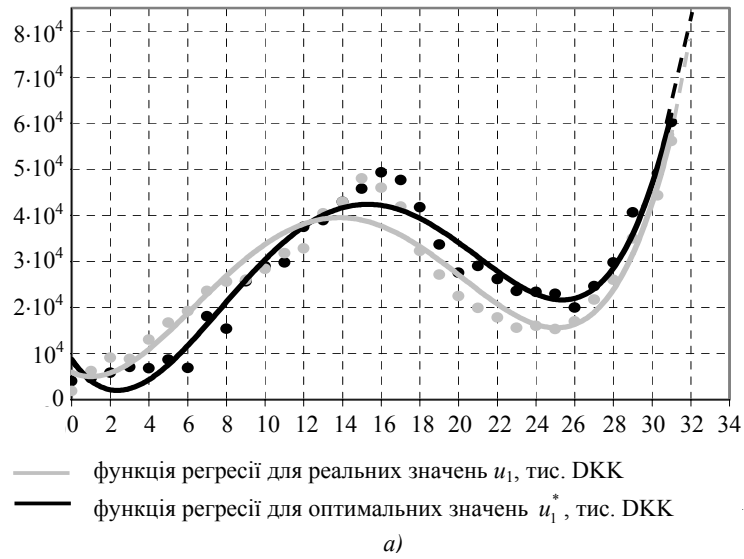


Рис. 3. Оптимальний і реальний розподіли іноземних інвестицій для економіки Данії (1966-1997 рр.)

Як бачимо, оптимальний план інвестування галузей на 1998 р. передбачає проводити відкритішу політику залучення іноземних інвестицій у кожен з галузей економіки, особливо в галузь послуг. Зауважимо, що хоча галузь послуг є більш розвинутою та пріоритетною, іноземні інвестиції ширше залучаються у промислово-сільськогосподарську галузь. Ця характерна риса економічної системи Данії чітко простежується на рис. 3. Разом із тим, як уже відзначалося, інвестиційні товари

Таблиця 1

Прогнозні величини оптимального та реального розподілів інвестиційних потоків

Іноземні інвестиції, тис. ДКК	Точковий прогноз на 1998 р.	Стандартна помилка прогнозу
Оптимальні в галузь 1, $u_1^*$	81472,15	5268,81
Реальні в галузь 1, $u_1$	78877,28	5845,70
Оптимальні в галузь 2, $u_2^*$	70097,36	4501,81
Реальні в галузь 2, $u_2$	49852,91	4272,65

галузі послуг затребуваніші за кордоном (різниця складає 18 відсоткових пунктів порівняно з промислово-сільськогосподарською галуззю). Це свідчить про те, що галузь послуг є самодостатнішою щодо інвестиційного розвитку, але й залежнішою від зовнішніх впливів у контексті збутової політики.

**Висновки.** У роботі запропоновано підхід до моделювання інвестиційного розвитку  $n$ -галузевої економічної системи відкритого типу. Перехід від дискретної динамічної моделі до моделі оптимізації інвестиційних потоків був здійснений із допомогою теорії систем лінійних рівнянь і математичного програмування. У загальному випадку кількість параметрів керування (степенів вільності), як і кількість рівнянь динаміки, може бути збільшена залежно від поставленої мети. Кількість обмежень і вигляд функції цілі також можуть варіюватися та переносити задачу до класу нелінійного програмування. Надалі планується перейти від статичної проблеми розподілу інвестицій до динамічної, в якій за критерій оптимальності буде прийматися деякий інтегральний показник, що буде акумулювати в собі інформацію за всі періоди часу.

Модель розподілу потоків іноземних інвестицій між двома галузями апробована на прикладі економіки Данії. Отримані результати узгоджуються з реальними тенденціями й особливостями розвитку економіки країни в досліджуваний період часу. Окрім того, продемонстровано підхід до оптимального планування інвестиційної політики у прогнозний період. Проте, в реальності макроекономічна політика вимагає досягнення значно більшої кількості цілей, а система обмежень може постійно змінюватись залежно від умов, які пропонує ринок. Тому оптимальні рішення треба розглядати як допоміжні величини дескриптивного характеру, що показують, за яких умов економічна система найбільшою мірою задовольняє певному критерію.

### Література

- [1] *Алексеев Д. А.* Экономико-математическая модель трансформационного типа // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 6. — С. 30-35.
- [2] *Gunning J. W. and Mash R.*, «Debt Relief and Debt Sustainability for Low Income Countries», Paper presented at the ABCDE Europe Conference, «Governance, Equity and Global Markets», Paris, June 21-23, 1999.

- [3] Гноенский А. С., Каменский Г. А., Эльсгольц А. Э. Математические основы теории управляемых систем. — М.: Физматгиз, 1969. — С. 115-147.
- [4] Luenberger D. G., Introduction to Linear and Nonlinear Programming, First Edition, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1973. — P. 219-227.
- [5] Эртли-Каякоб П. Экономическая кибернетика на практике. — М.: Экономика, 1983. — С. 59-64.
- [6] Turnovsky S. J. Methods of Macroeconomic Dynamics (2nd. ed.). Cambridge, Mass.: The MIT Press, 2000. — P. 154-163.
- [7] Гесць В., Семиноженко В. Спеціальні економічні зони: «чорні діри» чи точки економічного зростання // Дзеркало тижня. — № 44 (623).
- [8] Romer David. Advanced Macroeconomics. McGraw-Hill, 1996. — P. 345-388.
- [9] Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. — М.: Прогресс, 1975. — 607 с.
- [10] Шевчук В. О. Міжнародна економіка: теорія і практика. — Львів: Каменяр, 2003. — С. 508-551.
- [11] Greine, A., Semmler W., Gong G. The Forces of Economics Growth: A Time-Series Perspective. Forthcoming, Princeton University Press, 2005. — 237 p.
- [12] Дукусар В. В., Синягин С. Ю. Качественные и численные методы в задаче оптимального управления внешним долгом: сообщ. по прикл. матем. / ВЦ РАН. — М., 2000.
- [13] Чекарев Д. А. Модель экономической системы с эффектом накопления в задаче оптимального управления внешним долгом // Моделирование и обработка информации. — М.: МФТИ, 2003. — С. 39-43.
- [14] Афанасьев А. П. Линейные по управляющим воздействиям задачи оптимального управления — М., 1980. (Препр. / ВНИИСИ).
- [15] Назаренко О. М. Динамічне моделювання інвестиційного розвитку та оптимальної макроекономічної інвестиційної політики // Механізм регулювання економіки. — Сумы: ИТД «Университетская книга», 2006. — № 4. — С. 51-60.
- [16] Колемаев В. А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем. — М.: Юнити, 2005. — С. 186-195.
- [17] Denmark Statistics: <http://www.dst.dk>.
- [18] OECD, Statistic database: <http://www.oecd.org>.
- [19] Васильев А. А., Назаренко А. М. Дискретизация и численная идентификация дифференциально-игровых моделей макроэкономической динамики // Вісник Харк. нац. ун-ту. Сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». — 2006. — № 733, вип. 6. — С. 35-47.
- [20] Назаренко О. М. Основы эконометрики. — К.: «Центр навчальної літератури», 2004. — 392 с.

## Optimal Investment Flows Distribution in the Dynamic Model of Macroeconomic System

Oleksandr Nazarenko, Dmytro Filchenko

*In this paper the general approach to investment development modeling of  $n$ -industrial open economic system is described. Using tools from linear programming, the problem of investment flows optimal distribution is set up and solved by the example of two-industrial system. The approbation of optimization model is made on the basis of Danish economy. Optimal distribution of real foreign investment is found, as well as the possibility of optimal investment planning in period of forecast is demonstrated.*

## Оптимальное распределение инвестиционных потоков в динамической модели макроэкономической системы

Александр Назаренко, Дмитрий Фильченко

*Описан общий подход к моделированию инвестиционного развития  $n$ -отраслевой экономической системы открытого типа. С помощью аппарата линейного программирования обосновывается и решается задача оптимального распределения инвестиционных потоков на примере двухотраслевой системы. Практическая реализация оптимизационной модели проведена на примере экономики Дании, для которой определяется оптимальное распределение иностранных инвестиций в реальный сектор экономики, а также демонстрируется возможность оптимального планирования инвестиционной макроэкономической политики в прогнозируемый период.*

Отримано 15.02.07