## УДК 539.3; 537.8; 530.11

# Построение динамических уравнений электромагнитомеханики диэлектриков и пьезоэлектриков на основе двухконтинуумной механики

### Леонид Хорошун

Член-кор. НАН Украины, д. ф.-м. н., проф., Институт механики НАН Украины, ул. П. Нестерова, 3, Киев, 03057, e-mail: stochac@inmech.kiev.ua

Предложен новый принцип построения теории связанных динамических процессов электромагнитомеханики в диэлектриках и пьезоэлектриках, который основан на чисто механическом двухконтинуумном описании деформирования диэлектрика как смеси попарно связанных в нейтральные молекулы положительных и отрицательных зарядов. Исходя из определения вектора поляризации и порождаемого им электрического поля, уравнения механики преобразуются в связанные уравнения относительно перемещений нейтральных молекул и напряженности электрического поля. Уравнения инвариантны относительно преобразований Галилея, описывают продольную электрическую и поперечные электромагнитные диспергирующие волны в подвижных диэлектриках, а также связанные акустические и электромагнитные волны в диэлектриках и пьезоэлектриках. Из них как частный случай следуют уравнения Максвелла и акустическое приближение электроупругости пьезоэлектриков. На основе построенной теории формулируется модель мирового эфира, как близкого к идеальной жидкости диэлектрика, в котором свободно движутся небесные тела и распространяются поперечные электромагнитные волны в виде взаимных смещений положительных и отрицательных зарядов нейтральных частиц, образующих эфир. Такая модель позволяет с единой точки зрения в рамках классической физики объяснить фундаментальные опыты Физо, Майкельсона, Миллера, Галаева, явление звездной аберрации, ротационные опыты, которые свидетельствуют о существовании мирового эфира.

**Ключевые слова:** двухконтинуумная механика, диэлектрик, пьезоэлектрик, электродинамика, электромагнитомеханика, мировой эфир, преобразования Галилея.

Введение. В современной механике сплошных сред широкое распространение получили исследования взаимосвязанных механических и электромагнитных процессов. Математическую основу таких исследований составляют [1-5] балансовые уравнения механики сплошных сред с учетом пондеромоторных сил, уравнения электродинамики Максвелла и взаимосвязанные уравнения состояния относительно механических и электромагнитных параметров. Неинвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Галилея и отрицательные результаты первых опытов Майкельсона по измерению скорости эфирного ветра [6] привели к созданию специальной теории относительности Эйнштейна, согласно

которой уравнения механических и электромагнитных процессов в общем случае должны формулироваться в релятивистской форме.

В связи с постоянно растущим применением в технике пьезоэлектрических материалов в механике деформируемого твердого тела особую актуальность приобрели статические и динамические задачи электроупругости [5, 7-14]. Исходными соотношениями электроупругости [7, 9] являются уравнения статики или динамики упругого тела, уравнения электростатики (акустическое приближение), уравнения состояния, связывающие тензор напряжений и вектор электрической индукции с тензором деформаций и вектором напряженности электрического поля, а также соотношения Коши. Уравнения состояния строятся в предположении, что внутренняя энергия является функцией механических деформаций и электрической индукции.

Основным недостатком акустического приближения в динамических задачах электроупругости является пренебрежение динамическими составляющими уравнений Максвелла, хотя векторы электрической индукции и напряженности электрического поля явно зависят от времени. При этом области частот акустических и электромагнитных колебаний перекрываются в ультразвуковом диапазоне, что дает основание предполагать возможность возбуждения электромагнитных колебаний акустическими колебаниями. Известно также, что существует зависимость диэлектрической проницаемости от частоты электромагнитных колебаний, которая для некоторых веществ проявляется даже в диапазоне радиочастот. В этом случае теряет смысл понятие вектора электрической индукции [15] и перестают быть применимыми уравнения Максвелла [16]. Все это делает весьма проблематичной адекватную формулировку динамических задач электроупругости путем синтеза классических уравнений упругости и уравнений Максвелла.

В данной работе излагается новый принцип построения теории взаимосвязанных механических и электромагнитных процессов в диэлектриках, обладающих в общем случае пьезоэлектрическими свойствами. В основу построения положены чисто механические представления о двухконтинуумном [17] описании деформирования диэлектрика, как смеси попарно связанных в нейтральные взаимодействующие молекулы или элементарные ячейки положительных и отрицательных зарядов. В предположении линейно-упругих уравнений состояния, связывающих динамические и кинематические параметры, построены уравнения, описывающие связанные динамические поля макроскопических перемещений нейтральных молекул и взаимных смещений положительных и отрицательных зарядов.

Исходя из определения вектора поляризации элементарного макрообъема диэлектрика и порождаемого их электрического поля, уравнения двухконтинуумной механики диэлектрика преобразуются в систему связанных динамических уравнений относительно макроскопических перемещений нейтральных молекул и напряженностей электрического поля. Уравнения инвариантны относительно преобразований Галилея, описывают продольную электрическую и поперечные электромагнитные диспергирующие волны в движущихся диэлектриках, а также связанные акустические и электромагнитные волны в обычных диэлектриках и

пьезоэлектриках. Из них как частные случаи следуют уравнения Максвелла и акустическое приближение электроупругости пьезоэлектриков.

На основе изложенной теории формулируется модель мирового эфира, как близкого к идеальной жидкости диэлектрика, в котором свободно движутся небесные тела и распространяются поперечные электромагнитные волны в виде поперечных взаимных смещений положительных и отрицательных зарядов нейтральных частиц, образующих эфир. Такая модель позволяет с единой точки зрения в рамках классической физики объяснить фундаментальные опыты Физо, Майкельсона, Миллера, Галаева, явление звездной аберрации, ротационные опыты, свидетельствующие о существовании мирового эфира.

#### 1. Уравнения двухконтинуумной механики диэлектриков

Рассмотрим элементарный макрообъем диэлектрика, представляющего собой совокупность взаимодействующих нейтральных молекул или элементарных ячеек [16], каждая из которых состоит из двух частей — носителей положительного и отрицательного зарядов или просто зарядов. В начальном состоянии плотности носителей положительных  $n_{10}$  и отрицательных  $n_{20}$  зарядов совпадают и равны числу N молекул или элементарных ячеек в единице макрообъема, т. е.  $n_{10} = n_{20} = N$ . Текущие значения плотностей носителей зарядов  $n_{1}$ ,  $n_{2}$  удовлетворяют уравнениям баланса

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \left(n_1 \dot{u}_i^1\right)_{,i} = 0, \qquad \frac{\partial n_2}{\partial t} + \left(n_2 \dot{u}_i^2\right)_{,i} = 0, \tag{1}$$

где  $\dot{u}_i^1, \dot{u}_i^2$  — векторы скоростей соответственно положительных и отрицательных зарядов, относящиеся к элементарному макрообъему, точка сверху обозначает субстанциональную производную по времени

$$\dot{u}_i^1 \equiv \frac{du_i^1}{dt} = \frac{\partial u_i^1}{\partial t} + u_{i,n}^1 \dot{u}_n^1, \qquad \dot{u}_i^2 \equiv \frac{du_i^2}{dt} = \frac{\partial u_i^2}{\partial t} + u_{i,n}^2 \dot{u}_n^2. \tag{2}$$

Умножая уравнения (1) соответственно на массы положительного и отрицательного зарядов  $m_1$ ,  $m_2$ , получим уравнения сохранения массы

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left(\rho_1 \dot{u}_i^1\right)_{,i} = 0, \qquad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \left(\rho_2 \dot{u}_i^2\right)_{,i} = 0, \tag{3}$$

где  $\rho_1 = n_1 m_1$ ,  $\rho_2 = n_2 m_2$  — плотности массы соответственно положительных и отрицательных зарядов.

По аналогии с теорией механических смесей [18, 19], введем парциальные напряжения  $\sigma^1_{ij}$ ,  $\sigma^2_{ij}$ , как составляющие равнодействующей сил, действующих соответственно на положительные и отрицательные заряды площадки диэлектрика, отнесенные к размеру площадки. Тогда уравнения сохранения импульса

положительных и отрицательных зарядов, отнесенные к элементарному макрообъему диэлектрика, можно представить в виде

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} = \sigma_{ij,j}^{1} + R_{i} + F_{i}^{1},$$

$$\rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = \sigma_{ii,j}^{2} - R_{i} + F_{i}^{2},$$
(4)

где  $R_i$  — отнесенная к элементарному макрообъему результирующая сила взаимодействия между положительными и отрицательными зарядами,  $F_i^1$ ,  $F_i^2$  — внешние объемные силы, действующие на соответствующие заряды,  $\ddot{u}_i^1$ ,  $\ddot{u}_i^2$  — субстанциональные производные по времени от скоростей

$$\ddot{u}_{i}^{1} = \frac{d_{1}\dot{u}_{i}^{1}}{dt} = \frac{\partial \dot{u}_{i}^{1}}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}^{1}\dot{u}_{n}^{1}, \qquad \ddot{u}_{i}^{2} = \frac{d_{2}\dot{u}_{i}^{2}}{dt} = \frac{\partial \dot{u}_{i}^{2}}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}^{2}\dot{u}_{n}^{2}. \tag{5}$$

Балансовые уравнения (3), (4) необходимо дополнить уравнениями состояния, связывающими динамические и кинематические параметры. Будем считать диэлектрик идеально упругим. По аналогии с классической теорией упругости [20] умножим уравнения (4) соответственно на  $\dot{u}_i^1$ ,  $\dot{u}_i^2$ , сложим их и проинтегрируем по некоторой области V диэлектрика, ограниченной поверхностью S. В результате после некоторых преобразований приходим к закону сохранения энергии

$$\int_{V} (\dot{T} + \dot{U}) dV = \int_{V} (F_{i}^{1} \dot{u}_{i}^{1} + F_{i}^{2} \dot{u}_{i}^{2}) dV + \int_{S} (\sigma_{ij}^{1} n_{j} \dot{u}_{i}^{1} + \sigma_{ij}^{2} n_{j} \dot{u}_{i}^{2}) dS,$$
 (6)

где  $n_j$  — направляющие косинусы нормали к поверхности S, а кинетическая энергия T и скорость приращения внутренней энергии  $\dot{U}$  определяются формулами

$$T = \frac{1}{2} \left( \rho_1 \dot{u}_i^1 \dot{u}_i^1 + \rho_2 \dot{u}_i^2 \dot{u}_i^2 \right), \qquad \dot{U} = \sigma_{ij}^1 \dot{\varepsilon}_{ij}^1 + \sigma_{ij}^2 \dot{\varepsilon}_{ij}^2 - R_i \left( \dot{u}_i^1 - \dot{u}_i^2 \right),$$

$$\varepsilon_{ij}^k = \frac{1}{2} \left( u_{i,j}^k + u_{j,i}^k \right), \quad (k = 1, 2). \tag{7}$$

Исходя из соотношений (7), приходим к заключению, что внутренняя энергия U является функцией кинематических параметров  $\varepsilon_{ij}^1$ ,  $\varepsilon_{ij}^2$ ,  $u_i^1 - u_i^2$ , а динамические параметры  $\sigma_{ii}^1$ ,  $\sigma_{ij}^2$ ,  $R_i$  определяются производными

$$\sigma_{ij}^{1} = \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}^{1}}, \qquad \sigma_{ij}^{2} = \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}^{2}}, \qquad R_{i} = -\frac{\partial U}{\partial (u_{i}^{1} - u_{i}^{2})}.$$
 (8)

При квадратичной зависимости внутренней энергии от кинематических параметров, согласно (8), приходим к линейным уравнениям состояния

$$\sigma_{ij}^{1} = \lambda_{ijmn}^{11} \varepsilon_{mn}^{1} + \lambda_{ijmn}^{12} \varepsilon_{mn}^{2} + l_{ijm}^{1} \left( u_{m}^{1} - u_{m}^{2} \right), 
\sigma_{ij}^{2} = \lambda_{ijmn}^{21} \varepsilon_{mn}^{1} + \lambda_{ijmn}^{22} \varepsilon_{mn}^{2} + l_{ijm}^{2} \left( u_{m}^{1} - u_{m}^{2} \right), 
R_{i} = -\kappa_{ij} \left( u_{j}^{1} - u_{j}^{2} \right) - h_{imn}^{1} \varepsilon_{mn}^{1} - h_{imn}^{2} \varepsilon_{mn}^{2}, 
\left( \lambda_{ijmn}^{kv} = \lambda_{mnij}^{vk}, \ l_{ijm}^{k} = h_{mij}^{k}, \ \kappa_{ij} = \kappa_{ji} \right),$$
(9)

причем, вследствие симметрии тензоров  $\sigma_{ij}^k$ ,  $\varepsilon_{ij}^k$  материальные тензоры  $\lambda_{ijmn}^{kv}, l_{ijm}^k, h_{imn}^k$  симметричны относительно индексов i,j и m,n.

Подставляя соотношения (7), (9) в (4), получим замкнутую систему уравнений относительно перемещений положительных и отрицательных зарядов

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} = \lambda_{ijmn}^{11} u_{m,nj}^{1} + \lambda_{ijmn}^{12} u_{m,nj}^{2} + h_{mij}^{1} \left( u_{m}^{1} - u_{m}^{2} \right)_{,j} - \kappa_{ij} \left( u_{j}^{1} - u_{j}^{2} \right) - h_{imn}^{1} u_{m,n}^{1} - h_{imn}^{2} u_{m,n}^{2} + F_{i}^{1},$$

$$\rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = \lambda_{ijmn}^{21} u_{m,nj}^{1} + \lambda_{ijmn}^{22} u_{m,nj}^{2} + h_{mij}^{2} \left( u_{m}^{1} - u_{m}^{2} \right)_{,j} + \kappa_{ij} \left( u_{j}^{1} - u_{j}^{2} \right) + h_{imn}^{1} u_{m,n}^{1} + h_{imn}^{2} u_{m,n}^{2} + F_{i}^{2}.$$
(10)

Введем замену

$$u_i = \frac{1}{2} \left( u_i^1 + u_i^2 \right), \qquad u_i' = \frac{1}{2} \left( u_i^1 - u_i^2 \right), \tag{11}$$

а также сложим уравнения (10) и вычтем второе из первого. В результате приходим к системе уравнений

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} + \rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = \lambda_{ijmn}^{*} u_{m,nj} + \overline{\lambda}_{ijmn} u'_{m,nj} + h_{mij}^{*} u'_{m,j} + F_{i} ,$$

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} - \rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = \overline{\lambda}_{mnij} u_{m,nj} - h_{imn}^{*} u_{m,n} + \lambda_{ijmn} u'_{m,nj} + h_{mij} u'_{m,j} - 4\kappa_{ij} u'_{j} + F_{i}' , \qquad (12)$$

где левые части, согласно (2), (5), (10), представляются формулами

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} + \rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = \rho \left( \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}\dot{u}_{n} + \dot{u}'_{i,n}\dot{u}'_{n} \right) + \rho' \left( \frac{\partial \dot{u}'_{i}}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}\dot{u}'_{n} + \dot{u}'_{i,n}\dot{u}_{n} \right),$$

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} - \rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = \rho' \left( \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}\dot{u}_{n} + \dot{u}'_{i,n}\dot{u}'_{n} \right) + \rho \left( \frac{\partial \dot{u}'_{i}}{\partial t} + \dot{u}_{i,n}\dot{u}'_{n} + \dot{u}'_{i,n}\dot{u}_{n} \right),$$

$$\dot{u}_{i} = \frac{\partial u_{i}}{\partial t} + u_{i,n}\dot{u}_{n} + u'_{i,n}\dot{u}'_{n}, \quad \dot{u}'_{i} = \frac{\partial u'_{i}}{\partial t} + u_{i,n}\dot{u}'_{n} + u'_{i,n}\dot{u}_{n}$$
(13)

и введены обозначения

Построение динамических уравнений электромагнитомеханики диэлектриков ...

$$\lambda_{ijmn}^{*} = \lambda_{ijmn}^{11} + \lambda_{ijmn}^{21} + \lambda_{ijmn}^{12} + \lambda_{ijmn}^{22}, \quad \overline{\lambda}_{ijmn} = \lambda_{ijmn}^{11} + \lambda_{ijmn}^{21} - \lambda_{ijmn}^{12} - \lambda_{ijmn}^{22},$$

$$\lambda_{ijmn} = \lambda_{ijmn}^{11} + \lambda_{ijmn}^{22} - \lambda_{ijmn}^{12} - \lambda_{ijmn}^{21}, \quad h_{imn}^{*} = 2(h_{imn}^{1} + h_{imn}^{2}),$$

$$h_{mij} = 2(h_{mij}^{1} + h_{ijm}^{2} - h_{ijm}^{1} - h_{mij}^{2}),$$

$$\rho = \rho_{1} + \rho_{2}, \quad \rho' = \rho_{1} - \rho_{2}, F_{i} = F_{i}^{1} + F_{i}^{2}, \quad F_{i}^{'} = F_{i}^{1} - F_{i}^{2}.$$
(14)

Для изотропных диэлектриков материальные тензоры, входящие в (12), представляются формулами

$$\lambda_{ijmn}^* = \lambda^* \delta_{ij} \delta_{mn} + 2\mu^* I_{ijmn}, \quad \overline{\lambda}_{ijmn} = \overline{\lambda} \delta_{ij} \delta_{mn} + 2\overline{\mu} I_{ijmn},$$

$$\lambda_{ijmn} = \lambda \delta_{ij} \delta_{mn} + 2\mu I_{ijmn}, \quad \kappa_{ij} = \kappa \delta_{ij}, \quad h_{imn}^* = h_{imn} = 0,$$
(15)

где  $\lambda^*$ ,  $\mu^*$ ,  $\overline{\lambda}$ ,  $\overline{\mu}$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\kappa$  — постоянные материала,  $\delta_{ij}$ ,  $I_{ijmn}$  — единичные тензоры. Тогда уравнения (12) принимают вид

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} + \rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = \mu^{*}u_{i,rr} + (\lambda^{*} + \mu^{*})u_{r,ri} + \overline{\mu}u'_{i,rr} + (\overline{\lambda} + \overline{\mu})u'_{r,ri} + F_{i},$$

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} - \rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = \overline{\mu}u_{i,rr} + (\overline{\lambda} + \overline{\mu})u_{r,ri} + \mu u'_{i,rr} + (\lambda + \mu)u'_{r,ri} - 4\kappa u'_{i} + F'_{i},$$
(16)

где левые части определяются выражениями (13).

Уравнения (12), (16) описывают связанные динамические поля макроскопических перемещений нейтральных молекул  $u_i$  и взаимных смещений  $u_i'$  положительных и отрицательных зарядов. При  $u_i'=0$  первые уравнения систем (12), (16) представляют собой классические уравнения макромеханики деформируемого диэлектрика с эффективными упругими модулями  $\lambda_{ijmn}^*$ ,  $\lambda^*$ ,  $\mu^*$ . Очевидно, что при  $\mu^*=0$  уравнения (16) описывают связанные процессы макроскопических перемещений нейтральных молекул и взаимных смещений зарядов в идеально-жидком диэлектрике.

Наряду с изложенным выше феноменологическим методом построения, уравнения двухконтинуумной механики диэлектриков можно сформулировать также на основе дискретной модели взаимодействующих нейтральных частиц, состоящих из положительного и отрицательного зарядов с совпадающими центрами масс в начальный момент [21]. Методом скользящего усреднения дискретная система уравнений движения зарядов частиц для изотропного диэлектрика сводится к уравнениям (16). Для сил взаимодействия между зарядами, состоящих из слагаемых, описываемых законами Кулона и Леннарда-Джонса, получены выражения для коэффициентов, причем  $\overline{\lambda} = \overline{\mu} = 0$ . Тогда уравнения (16) упрощаются

$$\rho_1 \ddot{u}_i^1 + \rho_2 \ddot{u}_i^2 = \mu^* u_{i,rr} + (\lambda^* + \mu^*) u_{r,ri} + F_i,$$

$$\rho_1 \ddot{u}_i^1 - \rho_2 \ddot{u}_i^2 = \mu u'_{i,rr} + (\lambda + \mu) u'_{r,ri} - 4\kappa u'_i + F'_i$$
(17)

откуда следует, что связанность перемещений нейтральных частиц с взаимными смещениями зарядов  $u'_i$  имеет место только в левых частях уравнений согласно (13), т. е. является динамической.

Если модуль сдвига  $\mu^*$  обращается в нуль, то уравнения (17) принимает вид

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} + \rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = -p_{,i} + F_{i}, \quad \left(p = -\lambda^{*}u_{r,r}\right),$$

$$\rho_{1}\ddot{u}_{i}^{1} - \rho_{2}\ddot{u}_{i}^{2} = \mu u'_{i,rr} + (\lambda + \mu)u'_{r,ri} - 4\kappa u'_{i} + F'_{i}, \qquad (18)$$

т. е. перемещение нейтральных частиц описывается обобщенными уравнениями идеальной жидкости, а взаимное смещение зарядов нейтральных частиц описывается обобщенными уравнениями упругости деформированного тела. Легко проверить, что уравнения (12), (16)-(18) инвариантны относительно преобразований Галилея.

#### 2. Переход к уравнениям электродинамики

Полученные выше уравнения двухконтинуумной механики диэлектриков оперируют чисто механическими параметрами. Поэтому дальнейшая задача состоит в преобразовании их к такой форме, в которой бы они описывали состояние и динамические процессы в диэлектриках в терминах электродинамики. С этой целью умножим уравнения баланса плотностей носителей зарядов (1) соответственно на заряды q, -q и сложим. В результате, с учетом (11), получим закон сохранения электрического заряда

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + I_{i,i} = 0, \tag{19}$$

где

$$\rho_e = (n_1 - n_2)q, \quad I_i = I_i^{\text{KOH}} + I_i^{\text{ПОЛ}}, \quad I_i^{\text{KOH}} = \rho_e \dot{u}_i, \quad I_i^{\text{ПОЛ}} = (n_1 + n_2)q\dot{u}_i'. \tag{20}$$

Здесь  $\rho_e$  — плотность поляризационных или связанных зарядов, являющаяся полной плотностью (ввиду отсутствия свободных зарядов);  $I_i^{\text{кон}}$  — конвекционный ток, обусловленный перемещением поляризационных зарядов,  $I_i^{\text{пол}}$  — ток поляризации или скорость поляризации.

Если принять, что в начальный момент времени плотности носителей связанных зарядов совпадают  $(n_{10} = n_{20} = N)$ , то, интегрируя уравнение (19) по времени, в линейном приближении получим известное уравнение

$$\rho_e + P_{i,i} = 0, \tag{21}$$

где вектор поляризации  $P_i$  определяются формулой

$$P_i = 2Nqu_i'. (22)$$

Вектор поляризации  $P_i$  в макроточке, т. е. в элементарном макрообъеме диэлектрика, характеризует равномерное перемещение положительных зарядов относительно отрицательных, что порождает так называемое обратное электрическое поле, имеющее в системе СГС вид

$$E_i = -4\pi P_i \,. \tag{23}$$

Подставляя формулу (23) в уравнение (21) приходим к теореме Гаусса для объемных поляризационных зарядов

$$E_{i,i} = 4\pi \rho_e. \tag{24}$$

Поляризация может быть вызвана определенными факторами, например, инерционными силами, внешним электрическим полем, деформациями диэлектрика, изменением температуры. Если имеется только внешнее статическое электрическое поле  $E_i^{\rm B}$ , связанное с некоторой плотностью электрических зарядов  $\rho_e^{\rm B}$  согласно теореме Гаусса

$$E_{i,i}^{\mathrm{B}} = 4\pi \rho_{e}^{\mathrm{B}},\tag{25}$$

то, согласно эмпиричному закону [16], вектор поляризации в макроточке определяется формулой

$$P_i = \beta E_i^*, \quad \left(E_i^* = E_i^B + E_i\right),$$
 (26)

где  $\beta$  — поляризуемость единицы объема диэлектрика. Тогда из соотношений (23)-(26) следует известное уравнение для вектора  $D_i$  электрической индукции

$$D_{i,i} = 4\pi \rho_e^{\mathrm{B}}, \quad \left(D_i = \chi E_i^*\right), \tag{27}$$

где  $\chi = 1 + 4\pi\beta$  — диэлектрическая проницаемость. Из формул (25)-(27) следует равенство  $D_i = E_i^{\rm B}$ , т. е. вектор электрической индукции — это просто напряженность внешнего электрического поля, связанного с соответствующей плотностью  $\rho_e^{\rm B}$  внешних или свободных зарядов согласно теореме Гаусса (25).

Если в диэлектрике происходят динамические процессы, то появляются инерционные силы, действующие на связанные заряды, которые приводят к дополнительной по отношению к (26) поляризации. В этом случае уравнения (26), (27) перестают быть справедливыми, а вектор поляризации  $P_i$  или порождаемое им, согласно (23), электрическое поле  $E_i$  становятся независимыми параметрами, для определения которых необходимо построить соответствующие уравнения.

Из вышесказанного следует, что принятое в электродинамике определение тока смещения, как производной по времени от электрической индукции  $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial D_i}{\partial t}$ , не является корректным, так как при динамических процессах понятие вектора

электрической индукции теряет смысл. К подобному выводу можно также прийти, исходя из принятого обоснования тока смещения [6, 16], базирующемся на законе сохранения электрического заряда. В самом деле, закон сохранения электрического заряда (19) с учетом (24) можно представить в виде

$$\left(I_i^{\text{KOH}} + I_i^{\text{CM}}\right)_i = 0, \tag{28}$$

где, согласно общепринятым представлениям,  $I_i^{\text{см}} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E_i}{\partial t} + I_i^{\text{пол}}$  — ток смеще-

ния для диэлектрика. Однако, принимая во внимание соотношения (21), (22), имеющие место в линейном приближении, а также (23), приходим к выводу, что в диэлектрике ток смещения равен нулю.

Согласно соотношениям (22), (23) взаимное смещение зарядов  $u'_i$  и напряженность электрического поля  $E_i$ , порождаемая поляризацией, связаны зависимостью

$$u_i' = -\nu E_i , \left(\nu = \frac{1}{8\pi Nq}\right). \tag{29}$$

Будем считать, что объемные силы, действующие на заряды имеют только пондеромоторный характер, обусловленный электрическим полем. Тогда, принимая  $n_1 = n_2 \approx N$ , согласно (14) получим

$$F_i^1 = -F_i^2 = Nq(E_i + E_i^B), \quad F_i = 0, \quad F_i' = 2Nq(E_i + E_i^B),$$
 (30)

где  $E_i^{\rm B}$  — заданная напряженность внешнего электрического поля. Подставляя соотношения (29), (30) в (12), (13), (17), (18), приходим к связанным динамическим уравнениям относительно перемещений нейтральных частиц  $u_i$  и электрического поля  $E_i$ . В частности имеем уравнения электроупругости для анизотропного упругого диэлектрика

$$\rho g_{1i} - \rho' g_{2i} = \lambda_{ijmn}^* u_{m,nj} - \nu \left( \overline{\lambda}_{ijmn} E_{m,nj} + h_{mij}^* E_{m,j} \right), 
\rho' g_{1i} - \rho g_{2i} = \overline{\lambda}_{mnij} u_{m,nj} - h_{imn}^* u_{m,n} - 
- \nu \left( \lambda_{ijmn} E_{m,nj} + h_{mij} E_{m,j} - 4\kappa_{ij}^* E_j \right) + 2NqE_i^B,$$
(31)

для изотропного

$$\rho g_{1i} - \rho' g_{2i} = \mu^* u_{i,rr} + (\lambda^* + \mu^*) u_{r,ri},$$

$$\rho' g_{1i} - \rho g_{2i} = -\nu \left[ \mu E_{i,rr} + (\lambda + \mu) E_{r,ri} - 4\kappa^* E_i \right] + 2Nq E_i^B,$$
(32)

а также уравнения электрогидромеханики для идеально-жидкого диэлектрика

$$\rho g_{1i} - \rho' g_{2i} = -p_{,i}, \quad \left( p = -\lambda^* u_{r,r} \right),$$

$$\rho' g_{1i} - \rho \ddot{u}_{2i} = -\nu \left[ \mu E_{i,rr} + (\lambda + \mu) E_{r,ri} - 4\kappa^* E_i \right] + 2Nq E_i^{B}, \quad (33)$$

Построение динамических уравнений электромагнитомеханики диэлектриков ...

где

$$g_{1i} = \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial t} + \dot{u}_{i,n} \dot{u}_{n} + v^{2} \dot{E}_{i,n} \dot{E}_{n}; \quad g_{2i} = v \left( \frac{\partial \dot{E}_{i}}{\partial t} + \dot{u}_{i,n} E_{n} + \dot{E}_{i,n} \dot{u}_{n} \right);$$

$$\dot{u}_{i} = \frac{\partial u_{i}}{\partial t} + u_{i,n} \dot{u}_{n} + v^{2} E_{i,n} \dot{E}_{n}; \quad \dot{E}_{i} = \frac{\partial E_{i}}{\partial t} + u_{i,n} \dot{E}_{n} + E_{i,n} \dot{u}_{n};$$

$$\kappa_{ij}^{*} = \kappa_{ij} + 4\pi N^{2} q^{2} \delta_{ij}; \quad \kappa^{*} = \kappa + 4\pi N^{2} q^{2}. \tag{34}$$

К ним необходимо присоединить уравнения сохранения массы, которые, согласно (3), (11), (29), имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(\rho \dot{u}_i - \nu \rho' \dot{E}_i\right)_{,i} = 0, \qquad \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \left(\rho' \dot{u}_i - \nu \rho \dot{E}_i\right)_{,i} = 0. \tag{35}$$

Уравнения (31)-(35) инвариантны относительно преобразований Галилея.

Рассмотрим случай, когда нейтральные частицы упругого изотропного и идеально-жидкого диэлектриков движутся с постоянной скоростью ( $\dot{u}_i = U_i = const$ ). Тогда уравнения (32), (33) совпадают и имеют вид

$$v\rho'\left(\frac{\partial^{2}E_{i}}{\partial t^{2}}+2U_{n}\frac{\partial E_{i,n}}{\partial t}+U_{n}U_{p}E_{i,np}\right)-v^{2}\rho\dot{E}_{i,n}\dot{E}_{n}=0,$$

$$v\rho\left(\frac{\partial^{2}E_{i}}{\partial t^{2}}+2U_{n}\frac{\partial E_{i,n}}{\partial t}+U_{n}U_{p}E_{i,np}\right)-v^{2}\rho'\dot{E}_{i,n}\dot{E}_{n}=$$

$$=v\left[\mu E_{i,rr}+(\lambda+\mu)E_{r,ri}-4\kappa^{*}E_{i}\right]-2NqE_{i}^{B}.$$
(36)

Исключая из (36) нелинейные слагаемые, получим уравнение электродинамики для равномерно движущегося упругого изотропного и идеально-жидкого диэлектриков

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} + 2U_n \frac{\partial E_{i,n}}{\partial t} + U_n U_p E_{i,np} = c_2^2 E_{i,rr} + \left(c_1^2 - c_2^2\right) E_{r,ri} - s^2 E_i - f_i, \tag{37}$$

где

$$c_1^2 = \frac{(\lambda + 2\mu)\rho}{4\rho_1\rho_2}, \quad c_2^2 = \frac{\mu\rho}{4\rho_1\rho_2}, \quad s^2 = \frac{\kappa^*\rho}{\rho_1\rho_2}, \quad f_i = \frac{4\pi N^2 q^2\rho}{\rho_1\rho_2} E_i^B.$$
 (38)

Если диэлектрик находится в покое  $(U_i = 0)$ , то уравнение (37) принимает вид

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = c_2^2 E_{i,rr} + \left(c_1^2 - c_2^2\right) E_{r,ri} - s^2 E_i - f_i. \tag{39}$$

Вводя формальное обозначение

$$\operatorname{rot} E_{i} = -\frac{1}{c_{2}} \frac{\partial B_{i}}{\partial t}, \qquad \left(\operatorname{rot} E_{i} = e'_{imn} E_{n, m}\right), \tag{40}$$

приходим, по сути, к опытному закону электромагнитной индукции Фарадея или второму уравнению Максвелла, где  $B_i$  — вектор магнитной индукции,  $e'_{imn}$  — единичный антисимметричный тензор. Тогда, учитывая равенство

$$E_{i,rr} = E_{r,ri} - e'_{ipq} e'_{amn} E_{n,mp} ,$$

из (39), (40) имеем

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = c_2 \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} B_i + c_1^2 E_{r,ri} - s^2 E_i - f_i. \tag{41}$$

Если принять  $E_i^{\rm B}=0$  и пренебречь слагаемыми  $c_1^2 E_{r,ri},\ s^2 E_i$ , то, интегрируя (41) по времени при нулевых начальных условиях, получим первое уравнение Максвелла для диэлектрика

$$\operatorname{rot} B_i = \frac{1}{c_2} \frac{\partial E_i}{\partial t}. \tag{42}$$

Как видим, уравнение электродинамики (39) для находящегося в покое диэлектрика или его модификация в виде уравнений (40), (41) являются более общими по сравнению с уравнениями Максвелла (40), (42). Наличие слагаемого  $s^2E_i$  описывает дисперсию электромагнитных волн, присущую реальным процессам. Дивергенция электрического поля  $E_{r,r}$  также в общем случае отлична от нуля, ввиду неоднородности поляризации. Наличие слагаемого  $f_i$  с внешним электрическим полем  $E_i^{\rm B}$  позволяет описывать вынужденные процессы электродинамики в диэлектрике.

При отсутствии внешнего электрического поля  $(E_i^B = 0)$  уравнение (39) описывает свободное распространение электромагнитных волн. Пользуясь общим представлением [20]

$$E_i = \xi_i + e_{imn} \eta_{nm}, \tag{43}$$

получим из (39) два волновых уравнения относительно скалярного и векторного потенциалов

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c_1^2 \xi_{,rr} - s^2 \xi; \qquad \frac{\partial^2 \eta_i}{\partial t^2} = c_2^2 \eta_{i,rr} - s^2 \eta_i. \tag{44}$$

Этими же уравнениями, согласно (24), (39), (40), описывается свободное распространение волн плотности связанных зарядов и магнитной индукции

Построение динамических уравнений электромагнитомеханики диэлектриков ...

$$\frac{\partial^2 \rho_e}{\partial t^2} = c_1^2 \rho_{e,rr} - s^2 \rho_e; \qquad \frac{\partial^2 B_i}{\partial t^2} = c_2^2 B_{i,rr} - s^2 B_i. \tag{45}$$

Уравнения электродинамики (37) для равномерно движущегося диэлектрика инвариантны относительно преобразований Галилея. Однако для неподвижного диэлектрика инвариантность уравнений (39) относительно преобразований Галилея исчезает, так как обращаются в нуль некоторые слагаемые уравнения (37), обеспечивающие эту инвариантность. Естественно, что требовать инвариантность относительно преобразований Галилея или Лоренца уравнений Максвелла (40), (42), являющихся частным случаем уравнений (37), было бы неправомерным. Поэтому нет оснований для замены преобразований Галилея на преобразования Лоренца.

Следует отметить, что описание электромагнитных волн в теории Максвелла стало возможным только за счет искусственного введения тока смещения в первоначальное уравнение, построенное на основе опыта для взаимодействующих элементов тока. В уравнении же (42) правая часть получена путем интегрирования слагаемого в (39), характеризующего инерционность поляризации диэлектрика.

#### 3. Уравнения электроупругости пьезоэлектриков

Уравнения электроупругости анизотропного диэлектрика (31) описывают связанные динамические процессы как в обычных диэлектриках, так и в пьезоэлектриках. Пьезоэлектрические свойства описываются слагаемыми  $h_{imn}^* u_{m,n}$ ,  $v h_{mij}^* E_{m,j}$ ,  $v h_{mij} E_{m,j}$ , которые могут быть отличными от нуля только при отсутствии центральной симметрии свойств. Рассмотрим однородное состояние пьезоэлектрика при условии  $\varepsilon_{ij} = const$ ,  $E_i = const$ . В этом случае первое уравнение (31) удовлетворяется тождественно, а второе приводит к равенству

$$\left(\kappa_{ij} + 4\pi N^2 q^2 \delta_{ij}\right) E_j - 2\pi N q h_{imn}^* \varepsilon_{mn} = -4\pi N^2 q^2 E_i^{\mathrm{B}}.$$
 (46)

После некоторых преобразований равенство (46) можно представить в виде

$$\chi_{ij} \left( E_j + E_j^{\mathrm{B}} \right) - \frac{2\pi}{Nq} \beta_{ij} h_{imn}^* \varepsilon_{mn} = E_i^{\mathrm{B}}, \tag{47}$$

где тензоры диэлектрических постоянных  $\chi_{ij}$ , поляризуемости  $\beta_{ij}$  и обратный тензор  $\kappa_{ij}^{-1}$  связаны зависимостями

$$\chi_{ij} = \delta_{ij} + 4\pi\beta_{ij}, \qquad \beta_{ij} = N^2 q^2 \kappa_{ij}^{-1}.$$
(48)

Отсюда, согласно (24)-(27), следует, что вектор электрической индукции  $D_i$  определяется формулой

$$D_i = \chi_{ij} \left( E_j + E_j^{\mathrm{B}} \right) - \frac{2\pi}{Nq} \beta_{ij} h_{imn}^* \varepsilon_{mn} = -E_i - \frac{1}{Nq} R_i = E_i^{\mathrm{B}}. \tag{49}$$

Как видим, сущность понятия вектор электрической индукции весьма тривиальна, что следует из его определения. Он представляет собой напряженность внешнего электрического поля, т. е. поля, не связанного с поляризацией рассматриваемого диэлектрика. Отсюда можно заключить, что внутренняя энергия диэлектрика U, связанная прежде всего с деформацией и поляризацией, не может быть функцией вектора электрической индукции.

Чтобы выяснить, от каких электромеханических параметров зависит внутренняя энергия диэлектрика U, рассмотрим квадратичную зависимость внутренней энергии от кинематических параметров, которая приводит к линейным уравнениям состояния (9). Нетрудно убедиться, что она представляется выражением

$$U = \frac{1}{2} \lambda_{ijmn}^{11} \varepsilon_{ij}^{1} \varepsilon_{mn}^{1} + \lambda_{ijmn}^{12} \varepsilon_{ij}^{1} \varepsilon_{mn}^{2} + \frac{1}{2} \lambda_{ijmn}^{22} \varepsilon_{ij}^{2} \varepsilon_{mn}^{2} + \frac{1}{2} \kappa_{ij} \left( u_{i}^{1} - u_{i}^{2} \right) \left( u_{j}^{1} - u_{j}^{2} \right) + h_{imn}^{1} \left( u_{i}^{1} - u_{i}^{2} \right) \varepsilon_{mn}^{1} + h_{imn}^{2} \left( u_{i}^{1} - u_{i}^{2} \right) \varepsilon_{mn}^{2}.$$

$$(50)$$

Вводя замену (11), (14), (29), приведем соотношение (50) к виду

$$U = \frac{1}{2} \lambda_{ijmn}^* \varepsilon_{ij} \varepsilon_{mn} + \frac{1}{2} \nu^2 \lambda_{ijmn} E_{ij} E_{mn} + 2 \nu^2 \kappa_{ij} E_i E_j - \nu \overline{\lambda}_{ijmn} \varepsilon_{ij} E_{mn} - \nu h_{mij}^* \varepsilon_{ij} E_m + \nu^2 h_{mij}' E_m E_{ij},$$

$$\left( E_{ij} = \frac{1}{2} \left( E_{i,j} + E_{j,i} \right), \quad h_{mij}' = 2 \left( h_{mij}^1 - h_{mij}^2 \right) \right). \tag{51}$$

Таким образом, внутренняя энергия анизотропного упругого диэлектрика зависит от деформаций, напряженностей электрического поля, порожденного поляризацией, а также их производных по координатам.

Дифференцируя (51), находим

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}} = \lambda_{ijmn}^* \varepsilon_{mn} - \nu \overline{\lambda}_{ijmn} E_{mn} - \nu h_{mij}^* E_m, 
- \nu \sigma_{ij}' = \frac{\partial U}{\partial E_{ij}} = -\nu \overline{\lambda}_{mnij} \varepsilon_{mn} + \nu^2 \lambda_{ijmn} E_{mn} + \nu^2 h_{mij}' E_m, 
2 \nu R_i = \frac{\partial U}{\partial E_i} = 4 \nu^2 \kappa_{ij} E_j - \nu h_{imn}^* \varepsilon_{mn} + \nu^2 h_{imn}' E_{mn}, 
\left(\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^1 + \sigma_{ij}^2, \quad \sigma_{ij}' = \sigma_{ij}^1 - \sigma_{ij}^2\right).$$
(52)

Подставляя формулы (52) в уравнения

Построение динамических уравнений электромагнитомеханики диэлектриков ...

$$\rho_1 \ddot{u}_i^1 + \rho_2 \ddot{u}_i^2 = \sigma_{ij,j} + F_i,$$

$$\rho_1 \ddot{u}_i^1 - \rho_2 \ddot{u}_i^2 = \sigma'_{ij,j} + 2R_i + F'_i,$$
(53)

которые следуют из уравнений (4), после их сложения и вычетания, с учетом (30) приходим к уравнениям (31).

Уравнения (31), (52) можно упростить, сохранив в них только те материальные постоянные, которые обычно наблюдаются и могут быть определены экспериментально. К ним относятся модули упругости  $\lambda_{ijmn}^*$  и электрические модули  $\lambda_{ijmn}$ , которые совместно с плотностями  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  определяют скорости распространения акустических и электромагнитных волн, а также пьезоэлектрические  $vh_{mij}^*$  и диэлектрические  $\chi_{ij}$  или поляризационные  $\kappa_{ij}$  постоянные. Возможность принять условия  $\overline{\lambda}_{ijmn}=0$ ,  $h_{imn}'=0$ ,  $h_{imn}=0$  следует также из симметрии положительного и отрицательного зарядов молекулы, которую можно выразить равенствами  $\lambda_{ijmn}^{12}=\lambda_{ijmn}^{21}$ ,  $\lambda_{ijmn}^{11}=\lambda_{ijmn}^{22}$ ,  $h_{imn}^{1}=h_{imn}^{2}$ . В этом случае уравнения (52), (31) принимают соответственно вид

$$\sigma_{ij} = \lambda_{ijmn}^* \varepsilon_{mn} - \nu h_{mij}^* E_m,$$

$$\sigma'_{ij} = -\nu \lambda_{ijmn} E_{mn}, \quad 2R_i = 4\nu \kappa_{ij} E_j - h_{imn}^* \varepsilon_{mn}$$
(54)

И

$$\rho g_{1i} - \rho' g_{2i} = \lambda_{ijmn}^* u_{m,nj} - \nu h_{mij}^* E_{m,j},$$

$$\rho' g_{1i} - \rho g_{2i} = -h_{imn}^* u_{m,n} - \nu \left( \lambda_{ijmn} E_{m,nj} - 4\kappa_{ij}^* E_j \right) + 2Nq E_i^B.$$
(55)

Уравнения (55) являются нелинейными и сохраняют инвариантность относительно преобразований Галилея. Если в левых частях, имеющих вид (34), пренебречь произведениями электромеханических параметров, то уравнения (55) становятся линейными

$$\rho \frac{\partial^{2} u_{i}}{\partial t^{2}} - \nu \rho' \frac{\partial^{2} E_{i}}{\partial t^{2}} = \lambda_{ijmn}^{*} u_{m,nj} - \nu h_{mij}^{*} E_{m,j},$$

$$\rho' \frac{\partial^{2} u_{i}}{\partial t^{2}} - \nu \rho \frac{\partial^{2} E_{i}}{\partial t^{2}} = -h_{imn}^{*} u_{m,n} - \nu \left( \lambda_{ijmn} E_{m,nj} - 4 \kappa_{ij}^{*} E_{j} \right) + 2Nq E_{i}^{B}.$$
(56)

Однако в этом случае они теряют инвариантность относительно преобразований Галилея.

Если рассматривать предварительно поляризованную вдоль оси  $x_3$  пьезокерамику, имеющую трансверсально-изотропную симметрию электромеханических свойств [9], то уравнения состояния (54) можно представить в виде

$$\sigma_{ij} = \left(\lambda_{11}^{*} - \lambda_{12}^{*}\right) \varepsilon_{ij} + \left(\lambda_{12}^{*} \varepsilon_{kk} + \lambda_{13}^{*} \varepsilon_{33} - e_{31} E_{3}\right) \delta_{ij}, 
\sigma_{33} = \lambda_{13}^{*} \varepsilon_{kk} + \lambda_{33}^{*} \varepsilon_{33}, \quad \sigma_{i3} = 2\lambda_{44}^{*} \varepsilon_{i3} - e_{15} E_{i}, 
\sigma'_{ij} = -\nu \left[ \left(\lambda_{11} - \lambda_{12}\right) E_{ij} + \left(\lambda_{12} E_{kk} + \lambda_{13} E_{33}\right) \delta_{ij} \right], 
\sigma'_{33} = -\nu \left(\lambda_{13} E_{kk} + \lambda_{33} E_{33}\right), \quad \sigma'_{i3} = -2\nu \lambda_{44} E_{i3}, 
2R_{i} = 4\nu \kappa_{11} E_{i} - \frac{2}{\nu} e_{15} \varepsilon_{i3}, \qquad 2R_{3} = 4\nu \kappa_{33} E_{3} - \frac{1}{\nu} \left(e_{31} \varepsilon_{kk} + e_{33} \varepsilon_{33}\right), 
\left(i, j, k = 1, 2; \quad e_{imn} = \nu h_{imn}^{*}\right).$$
(57)

Подставляя (57) в (53) при линейных левых частях и условии (30), приходим к динамическим уравнениям электроупругости предварительно поляризованной вдоль оси  $x_3$  пьезокерамики

$$\rho \frac{\partial^{2} u_{i}}{\partial t^{2}} - \nu \rho' \frac{\partial^{2} E_{i}}{\partial t^{2}} = \frac{1}{2} \left( \lambda_{11}^{*} - \lambda_{12}^{*} \right) u_{i,kk} + \frac{1}{2} \left( \lambda_{11}^{*} + \lambda_{12}^{*} \right) u_{kk,i} + \left( \lambda_{13}^{*} + \lambda_{44}^{*} \right) u_{3,3i} + \frac{1}{2} \left( \lambda_{11}^{*} - \lambda_{12}^{*} \right) u_{i,kk} + \frac{1}{2} \left( \lambda_{11}^{*} + \lambda_{12}^{*} \right) u_{kk,i} + \left( \lambda_{13}^{*} + \lambda_{44}^{*} \right) u_{3,3i} + \frac{1}{2} \left( \lambda_{11}^{*} - \lambda_{12}^{*} \right) u_{3,i} + \frac{1}{2} \left( \lambda_{11}^{*} - \lambda_{$$

где использованы обозначения (34).

Акустическое приближение получим, положив в уравнениях (56), (58) равными нулю  $\rho'$  и  $\frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2}$ . Как видим, вторые уравнения в акустическом приближении будут отличаться от общепринятых уравнений [9] вынужденной электростатики пьезоэлектриков.

Дифференциальные операторы второго порядка по координатам относительно параметров  $u_i$ ,  $E_i$ , входящие в правые части уравнений (55), (56), (58), та-

кие же как в классической теории упругости [20], поэтому граничные условия на границе S пьезоэлектрика или обычного диэлектрика формулируются в виде задания одного из условий  $u_i|_s$ ,  $\sigma_{ij}n_j|_s$  и  $E_i|_s$ ,  $\sigma'_{ij}n_j|_s$ , где  $n_j$  — направляющие косинусы нормали к границе S.

### 4. О модели мирового эфира

Как известно, в начале 20-го века произошла коренная ломка представлений классической физики об эфире как всепроникающей материальной среде, механические перемещения частиц которой могут распространяться в виде электромагнитных волн и, в частности, света, подобно звуку в деформируемых средах. Причиной кризиса по существу явились два фактора. Первый — это неинвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Галилея. Второй отрицательные результаты первых опытов Майкельсона и некоторых его последователей по измерению скорости эфирного ветра, обусловленного орбитальным движением Земли. В результате материальный эфир заменили формальным понятием электромагнитного поля, описываемого уравнениями Максвелла, а вместо концепции пространства — времени Ньютона и всеобщего логически безупречного принципа инвариантности физических законов и уравнений относительно преобразований Галилея приняли специальную теорию относительности, базирующуюся на двух постулатах Эйнштейна: 1) инвариантность всех физических законов и уравнений относительно преобразований Лоренца; 2) независимость скорости распространения света от скоростей движения инерциальных систем отсчета, относительно которых скорость света измеряется.

Наряду с достаточно предметной критикой основ специальной теории относительности, приведенной в работе [22], изложим определенные принципиальные, на наш взгляд, соображения по этому вопросу.

В отличие от уравнений движения твердых тел и сплошных сред, строго выведенных из универсальных законов Ньютона, уравнения Максвелла явились уникальной трансформацией в дифференциальную форму определенных опытных законов электродинамики для неподвижных сред. Существует мнение [23], что уравнения Максвелла явно угаданы, а не строго выведены из экспериментальных данных. Естественно, что они могут не содержать те слагаемые, которые проявляются в движущихся средах. Поэтому, следуя логике, нет оснований требовать неизменность уравнений Максвелла, полученных в неподвижной системе отсчета, в движущихся системах отсчета. Тем более нет оснований считать преобразования Лоренца, сохраняющими инвариантность только уравнений Максвелла, универсальными и распространять их на все физические законы и уравнения.

Высказанные соображения подтверждаются связанными уравнениями механики и электродинамики произвольно деформируемых (31)-(33) и равномерно движущихся (37) диэлектриков, которые построены на основе законов Ньютона, описывающих механические движения двух взаимодействующих континуумов — положительных и отрицательных зарядов диэлектрика. В самом деле, уравнения (31)-(33), (37) инвариантны относительно преобразований Галилея. Однако для

неподвижных диэлектриков уравнения (39), из которых как частный случай следуют уравнения Максвелла, перестают быть инвариантными относительно преобразований Галилея. Это связано с тем, что обращаются в нуль некоторые слагаемые, обеспечивающие данную инвариантность. Поэтому вполне естественно, что требование инвариантности уравнений Максвелла относительно преобразований Галилея или замена их на преобразования Лоренца являются неправомерными, т. е. нет оснований для первого постулата.

Что касается второго постулата, то здесь также можно выделить логическую и фактическую стороны. Общепринятая логика определения скорости движения объекта (тела, фронта или фазы электромагнитной волны) относительно инерциальной (равномерно движущейся) системы отсчета сводится к нахождению отношения изменения расстояния между объектом и системой отсчета к промежутку времени, в течение которого произошло изменение. Чтобы вычислить расстояния, пройденные объектом и соответствующей системой отсчета за определенный промежуток времени, необходима вторая система отсчета, по отношению к которой эти расстояния измеряются и в которой есть свои часы, т. е. эта система отсчета является абсолютной по отношению к первой движущейся системе и движущемуся объекту. А пройденные ими расстояния будут зависеть от их скоростей движения относительно второй системы отсчета. Поэтому вполне логично, что скорость движения объекта относительно первой системы отсчета зависит от скорости ее движения и имеет место классическое правило сложения скоростей. На этом принципе, по существу, построены все способы определения скорости света.

Фактическая сторона второго постулата связана с утверждением, что опыты Майкельсона по определению скорости эфирного ветра, обусловленного орбитальным движением Земли, привели к отрицательным или нулевым результатам. Это было истолковано официальной физикой как неприменимость классического правила сложения скоростей и отсутствие мирового эфира. В действительности же дело обстоит совершенно иначе.

Первые опыты Майкельсона, проведенные в 1881 году с помощью крестообразного интерферометра, измеряющего скорость эфирного ветра на основе эффекта второго порядка малости, хотя и считались нулевыми, но все же зафиксировали смещение полос, соответствующее скорости 3-4 км/сек [24]. Последующие опыты Майкельсона и Морли в 1887 году также фиксировали достаточно малые смещения полос, что можно было отнести к погрешностям измерения.

Систематические измерения, проведенные Миллером в 1922-1926 годах [25-27] с помощью интерферометра Майкельсона, позволили определить максимальную скорость эфирного ветра около 3 км/сек на высоте 265 м над уровнем моря (Кливленд, США) и около 10 км/сек на высоте 1830 м (обсерватория Маунт Вилсон, США). Измерения фиксировались в течение суток на протяжении месяца августа. При этом оказалось, что измеренные эффекты обусловлены не орбитальным движением Земли сквозь неподвижный эфир, а потоком эфира космического происхождения, имеющего скорость более 200 км/сек и направленного почти перпендикулярно к плоскости эклиптики с ее северного полюса.

В проведенном Майкельсоном, Писом и Пирсоном в 1929 году эксперименте [28] также в обсерватории Маунт Вилсон на высоте 1830 м зафиксирована скорость эфирного ветра около 6 км/сек. Однако здесь эксперимент проводился в фундаментальном здании, в то время как эксперимент Миллера был осуществлен в легком деревянном домике. Поэтому есть основание полагать, что более низкое значение скорости эфирного ветра по сравнению с измерениями Миллера обусловлено торможением эфирного потока стенами здания.

В многочисленных экспериментах, выполненных как в 20-е, так и в 50-60-е годы прошлого столетия эфирный ветер не был обнаружен, что, повидимому, и послужило основой для официальной физики заявить об отсутствии мирового эфира. Однако во всех этих экспериментах оптические интерферометры, а также новые приборы, помещались в герметических металлических камерах, вопреки предупреждению Миллера о недопустимости экранов между свободным эфиром и световым путем в интерферометре.

В сложившейся неоднозначной ситуации необходимы были новые эксперименты, подтверждающие или опровергающие гипотезу о существовании материального мирового эфира, в котором распространяются электромагнитные волны. Такие эксперименты были выполнены в Харьковском Институте радиофизики и электроники НАН Украины Ю. М. Галаевым в 1998-2002 годах [24, 29]. Исследования проводились в диапазонах радиоволн и оптических волн. В отличие от предыдущих экспериментов, где измерялись эффекты второго порядка малости, автор применил радиоинтерферометр и оптический интерферометр, измеряющие эффекты первого порядка малости, что позволило существенно повысить точность и достоверность результатов измерения.

Измерения проводились в окрестностях Харькова (190 м над уровнем моря) на высотах 1,6 м, 4,75 м и 42 м над земной поверхностью. Построенные графики изменения скорости эфирного ветра в течение суток в августе 1998 года и 2001 года имеют сходный характер между собой и с аналогичными зависимостями Миллера, полученными в августе 1925 года. Наблюдаемое направление смещения полос интерференции соответствовало также северному направлению эфирного ветра. Имеющиеся различия в графиках можно объяснить различиями высот размещения приборов над земной поверхностью, окружающей местности, условий проведения измерений и измерительных систем. Средние значения максимальных скоростей эфирного ветра равны 205 м/сек, 435 м/сек, 1414 м/сек соответственно на высотах 1,6 м, 4,75 м и 42 м над земной поверхностью. Результаты зависимости скорости эфирного ветра от высоты, которые следуют из экспериментов Майкельсона, Миллера, Галаева, располагаются вблизи одной прямой в диапазоне высот от 1,6 м до 1830 м. Эта зависимость может быть следствием торможения потока эфира атмосферой.

В работе [29] измерялась также кинематическая вязкость эфира, среднее значение которой равно 6,24 10<sup>-5</sup> м<sup>2</sup>/сек. При этом оказалось, что труба из диэлектрика может быть такой же направляющей системой для эфира, как и металлическая труба. Это может быть причиной неудачных попыток обнаружить эфирный ветер с помощью приборов, заключенных в металлические камеры.

Результаты экспериментальных работ Галаева, их сходство с результатами Миллера и Майкельсона можно считать подтверждением гипотезы о существовании мирового эфира — материальной среды, в которой распространяются электромагнитные волны.

В связи с изложенным выше естественно возникает вопрос о структуре эфира и механизме распространения электромагнитных волн. В работе [30] эфир представляется материальной средой, состоящей из отдельных частиц и обладающей свойствами вязкого сжимаемого газа. Вязкостью эфира объясняется наличие пограничного слоя у поверхности Земли, где скорость эфирного ветра возрастает с ростом высоты над земной поверхностью. Однако механизм формирования и распространения электромагнитных волн, а также соответствующие уравнения, в работе не обсуждаются.

Исходя из связанных уравнений механики и электродинамики, построенных в настоящей работе на основе двухконтинуумной механики диэлектриков, эфир можно представить как жидкий или газообразный диэлектрик, образованный нейтральными частицами, перемещающимися по законам идеальной или близкой к ней (малая вязкость) сжимаемой жидкости. Каждая нейтральная частица образована двумя связанными положительным и отрицательным зарядами, которые могут смещаться относительно друг друга, что приводит к поляризации нейтральных частиц, порождающей электрическое поле. Изменение электрического поля во времени и его завихренность проявляют себя как магнитное поле. Связанные механические и электродинамические процессы в идеально-жидком эфире описываются уравнениями (33). Чтобы учесть вязкость, необходимо ввести соответствующие слагаемые в уравнения состояния (9). Распространение электромагнитных волн в эфире, тормозящемся атмосферой Земли, и их механическое взаимодействие можно описать уравнениями типа (33) для структурно-неоднородной диэлектрической среды, представляющей собой аналог пористого насыщенного тела или суспензии, где эфир перемещается через каркас, образованный молекулами атмосферы.

**Выводы.** Общие уравнения электромагнитомеханики диэлектриков и пьезоэлектриков, а также вытекающие из них как частный случай уравнения электродинамики Максвелла, построены на основе чисто механических представлений и законов, описывающих двухконтинуумное деформирование диэлектриков как смеси положительных и отрицательных зарядов, попарно связанных в нейтральные молекулы или элементарные ячейки.

Построенные уравнения электромагнитомеханики и их частный случай — уравнения электродинамики для равномерно движущихся диэлектриков инвариантны относительно преобразований Галилея. Для неподвижных диэлектриков уравнения электродинамики, как и их частный случай — уравнения Максвелла, теряют инвариантность относительно преобразований Галилея, так как обращаются в нуль некоторые слагаемые. Поэтому нет оснований для замены преобразований Галилея на преобразования Лоренца.

Сформулированная модель мирового эфира как близкого к идеальной жид-кости диэлектрика позволяет объяснить с единой точки зрения в рамках класси-

ческой физики фундаментальные опыты Физо, Майкельсона, Миллера, Галаева, явление звездной аберрации, ротационные опыты, свидетельствующие о существовании мирового эфира. Кажущееся противоречие — свободное движение небесных тел через эфир наряду с поперечностью электромагнитных волн, присущей только твердым деформируемым телам, объясняется тем, что в близкой к идеальной жидкости твердые тела могут двигаться по инерции, поперечность же электромагнитных волн обусловлена поперечными взаимными смещениями зарядов нейтральных частиц.

#### Литература

- [1] *Бурак Я. И., Чекурин В. Ф.* Физико-механические поля в полупроводниках. К.: Наук. думка, 1987. 264 с.
- [2] *Мольченко Л. В.* Методика решения двумерных нелинейных краевых задач магнитоупругости тонких оболочек // Прикл. механика. 2005. Т. 41, № 5. С. 32-39.
- [3] Седов Л. И. Механика сплошной среды, Т.1. М.: Наука, 1976. 535 с.
- [4] *Селезов И. Т., Селезова Л. В.* Волны в магнитогидроупругих средах. К.: Наук. думка, 1975. 164 с.
- [5] Shulga N. A. Propagation of Coupled Waves Interacting with an Electromagnetic Field in Periodically Inhomogeneous Media // Int. Appl. Mech. 2003. T. 39, № 10. P. 1146-1172.
- [6] Тоннела М.-А. Основы электромагнетизма и теории относительности. М.: Издво иностр. лит., 1962. 483 с.
- [7] Балакирев М. К., Гилинский И. А. Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982. — 239 с.
- [8] Борисейко В. А., Гринченко В. Е., Улитко А. Ф. Соотношения электроупругости для пьезокерамических оболочек вращения // Прикл. механика. 1976. Т. 12, № 2. С. 26—33.
- [9] *Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.* Механика связанных полей в элементах конструкций. К.: Наук. думка, 1989. Т. 5: Электроупругость. 280 с.
- [10] *Киричок И. Ф.* Радиальные колебания и разогрев кольцевой пьезопластины при подводе электрического возбуждения к неоднородно электродированным плоскостям // Прикл. механика. 2004. 40, № 3. C. 80-88.
- [11] *Хома И. Ю.* Об уравнениях теории термопьезокерамических нетонких оболочек // Прикл. механика. 2005. **41**, № 2. С. 12-22.
- [12] *Хорошун Л. П., Дородных Т. И.* Кратковременная повреждаемость трансверсально-изотропного пьезоэлектрического материала при сложном напряженно-деформированном состоянии // Прикл. механика. 2005. **41**, № 3. С.79-92.
- [13] *Шульга Н. А., Болкисев А. М.* Колебания пьезоэлектрических тел. К.: Наук. дум-ка, 1990. 228 с.
- [14] Шульга Н. А., Зинчук Л. П. Дисперсия поверхностных волн в слоисто-периодическом пьезоэлектрическом полупространстве с жидким верхним слоем // Прикл. механика. 2005. 41, № 3. С. 55-61.
- [15] *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1977. **2.5**. Электричество и магнетизм. 288 с.
- [16] Тамм И. Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976. 616 с.
- [17] *Хорошун Л. П.* Двухконтинуумная теория деформирования диэлектриков // Доп. НАН України. 2003. № 9. С. 56-64.

- [18] *Хорошун Л. П.* К теории взаимопроникающих упругих смесей // Прикл. механика. 1977. **13**, № 10. С. 124-132.
- [19] *Хорошун Л. П., Солтанов Н. С.* Термоупругость двухкомпонентных смесей. К.: Наук. думка, 1984. 112 с.
- [20] Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
- [21] *Хорошун Л. П.* Двухконтинуумная механика диэлектриков как основа электромагнитомеханики // Прикл. механика. 2003. **39**, № 8. C.28-47.
- [22] *Ацюковский В. А.* Критический анализ основ теории относительности. Жуковский: «Петит», 1996. 55 с.
- [23] *Шапиро И. С.* К истории открытия уравнений Максвелла // Успехи физ. наук. 1972. **108**, № 2. С. 319-333.
- [24] Galaev Yu. M. Etheral wind in experience of millimetric radiowaves propagation // Spacetime and Substance. Kharkov: Research and Technological Institute of Trascription, Translation and Replication. 2001. Vol. 2, № 5(10). P. 211-225.
- [25] *Miller D. C.* Ether drift experiments of Mount Wilson solar observatory // Phys.Rev. 1922. Vol. 19. P. 407-408.
- [26] Miller D. C. Ether drift experiment of Mount Wilson // Proc. Nat. Acad. Amer. 1925. Vol. 11. — P. 306-314.
- [27] Miller D. C. Significance of the ether-drift experiments of 1925 at Mount Wilson // Science. 1926. Vol. 68, № 1635. P. 433-443.
- [28] *Michelson A. A., Pease F. G., Pearson F.* Repetition of the Michelson-Morley experiment // Journal of the Optical Society of America and Review of Scientific Instruments. 1929. Vol. 18, № 3. P. 181-182.
- [29] Galaev Yu. M. The measuring of ether-drift velocity and kinematic ether viscosity within optical waves band // Spacetime and Substance. Kharkov: Research and Technological Institute of Trascription, Translation and Replication. 2002. Vol. 3, № 5(15). P. 207-224.
- [30] *Ацюковский В. А.* Общая эфиродинамика. Моделирование структур вещества и полей на основе представлений о газоподобном эфире. М.: Энергоатомиздат, 1990. 280 с.

# Побудова динамічних рівнянь електромагнітомеханіки діелектриків і п'єзоелектриків на основі двохконтинуумної механіки

#### Леонід Хорошун

Запропоновано новий принцип побудови теорії зв'язаних динамічних процесів електромагнітомеханіки в дієлектриках і п'єзоелектриках, що грунтується на чисто механічному
двоконтинуумному описі деформування дієлектрика, як суміші позитивних і негативних
зарядів, попарно зв'язаних у нейтральні молекули. Виходячи з визначення вектора поляризації і спричиненого ним електричного поля рівняння механіки перетворюються в зв'язані
рівняння відносно переміщень нейтральних молекул і напруженості електричного поля.
Рівняння інваріантні щодо перетворень Галілея та описують поздовжню електричну і
поперечні електромагнітні диспергуючі хвилі в рухомих дієлектриках, а також зв'язані
акустичні й електромагнітні хвилі в дієлектриках і п'єзоелектриках. З них як часткові
випадки випливають рівняння Максвелла й акустичне наближення електропружності
п'єзоелектриків. На основі побудованої теорії формулюється модель світового ефіру, як
близького до ідеального рідкого дієлектрика, у якому вільно рухаються небесні тіла і
розповсюджуються поперечні електромагнітні хвилі у вигляді взаємних зміщень пози-

тивних і негативних зарядів нейтральних частинок, що утворюють ефір. Така модель дозволяє з єдиної точки зору в рамках класичної фізики пояснити фундаментальні досліди Фізо, Майкельсона, Міллера, Галаєва, явище зіркової аберації, ротаційні досліди, які свідчать про існування світового ефіру.

# Constructing the Dynamical Equations of Electromagnetomechanics of Dielectrics and Piezoelectrics on Basis of Two-Continuum Mechanics

#### Leonid Khoroshun

The new concept of constructing the theory of the bound dynamic processes of electromagnetomechanics in dielectrics and piezoelectrics which grounded on only mechanical two-continuum exposition of deformation of dielectric as mixes paired in neutral molecules of the positive and negative charges is offered. Proceeding from definition of a vector of polarization and an electric field generated by it, the equations of mechanics are conversed to the bound equations concerning displacements of neutral molecules and electric field intensity. The equations are invariant concerning Galilei transformation, describe longitudinal electrical and transversal electromagnetic dispersing waves in the moving dielectrics, and also the bound acoustic both electromagnetic waves in dielectrics and piezoelectrics. From them as a special case Maxwell equations and acoustic approximation of an electroelasticity of piezoelectrics follow. On the basis of the built theory there is stated the model of a world ether as the close to ideally fluid dielectric in which heavenly bodies freely move and transversal electromagnetic waves are spread as mutual displacements of the positive and negative charges of the neutral particles which form the ether. Such model allows from the uniform point of view within the framework of classical physics to explain fundamental experiences Fiseau, Michelson, Miller, Galaev, appearance of stellar aberration, the rotation experiences which testify to existence of the world ether.

Отримано 13.01.06