УДК 629.7.015

О.А.Машков, д-т. техн. наук, проф., М.М.Баскаков

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ДАЛЬНОСТІ ДО НАЗЕМНИХ НЕРУХОМИХ ЦІЛЕЙ НА ПІДСТАВІ ПЕЛЕНГОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Дальність є одною з координат, яка визначає положення цілі (або будь-якого іншого об'єкта) відносно носія. До нерухомих наземних цілей вона може бути визначена активним або пасивним методами. Істотним недоліком всіх активних вимірювачів дальності є необхідність опромінення цілей за допомогою передавачів, розташованих на літальному апараті (ЛА). Це демаскує ЛА і практично виключає можливість раптовості атаки, знижує її ефективність і живучість самого ЛА. Крім того, активні засоби вимірювання дальності зазнають завад, їх використання збільшує вартість і вагу ЛА.

Відомі пасивні методи (зовнішньобазові, кутомісцеві тощо) [1, 2]. Зовнішньобазові вимагають знання розмірів цілі, які вимірюються залежно від напрямку підходу до цілі. Через різноманіття цілей, їх відносне положення та динаміку процесу зовнішньобазовий метод не забезпечує високу точність визначення дальності [1]. Під час визначення дальності кутомісцевим методом, необхідно знати перевищення ЛА над ціллю і кут у вертикальній площині. Перевищення ЛА над ціллю в гірській місцевості визначається з помилками. За цих умов помилки в дальності пропорційні помилкам у висоті і можуть досягати неприпустимо великих розмірів [2].

На сьогодні рівень розвитку обчислювальної й вимірювальної техніки дозволяє використовувати на ЛА більш точні методи вимірювання дальності, які не потребують знання розмірів цілі й висоти ЛА відносно цілі.

Метою статті є розробка методів визначення дальності до цілі на основі вимірювання кутових координат і кутової швидкості лінії візування, а також обчислювання шляху ЛА без використання активних дальномірів. При цьому дальність визначається на основі кінематичних рівнянь руху ЛА відносно цілі. Для підвищення точності оцінок параметрів робиться оптимізація рішення задачі за допомогою методу найменших квадратів [3, 4].

Будемо вважати, що на ЛА вимірюються тільки кутові координати і проекції вектора лінійного переміщення ЛА на осі земної системи координат.

У цьому випадку маємо:

$$\dot{\bar{D}} = -\dot{W} , \tag{1}$$

де $\dot{W}$ – вектор шляхової швидкості ЛА;

$\dot{\bar{D}}$ – похідна вектора поточної дальності.

Рівняння (1) після інтегрування буде мати вигляд:

$$\bar{D} - \bar{D}_0 = -\bar{L} , \tag{2}$$

де $\bar{L}$ – вектор лінійного переміщення ЛА;

$\bar{D}_0$ – початкова дальність до цілі $(t = 0)$.

Проектуючи рівняння (2) на осі земної системи координат, отримаємо три скалярні рівняння з двома невідомими (D і D_0):

$$\left.\begin{aligned} D_{X_g} - D_{0X_g} &= -x \\ D_{Y_g} - D_{0Y_g} &= -y \\ D_{Z_g} - D_{0Z_g} &= -z \end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

де x, y, z – проекції вектора $\overline{L}$ на осі земної системи координат.

Проекції векторів D і D_0 на осі земної системи координат визначаються рівняннями:

$$\left.\begin{aligned} D_{X_g} &= D\cos\varepsilon_v \cos\varepsilon_g \\ D_{Y_g} &= D\sin\varepsilon_v \\ D_{Z_g} &= -D\cos\varepsilon_v \sin\varepsilon_g \\ D_{0X_g} &= D_0 \cos\varepsilon_{0v} \cos\varepsilon_{0g} \\ D_{0Y_g} &= D_0 \sin\varepsilon_{0v} \\ D_{0Z_g} &= -D_0 \cos\varepsilon_{0v} \sin\varepsilon_{0g} \end{aligned}\right\}, \tag{4}$$

де $\varepsilon_{0v}, \varepsilon_{0g}$ – початкові кути лінії дальності;

$\varepsilon_v, \varepsilon_g$ – поточні кути лінії дальності.

Підставляючи (4) в (3), отримаємо:

$$\left.\begin{aligned} D\cos\varepsilon_v \cos\varepsilon_g - D_0 \cos\varepsilon_{0v} \cos\varepsilon_{0g} &= -x \\ D\sin\varepsilon_v - D_0 \sin\varepsilon_{0v} &= -y \\ -D\cos\varepsilon_v \sin\varepsilon_g + D_0 \cos\varepsilon_{0v} \cos\varepsilon_{0g} &= -z \end{aligned}\right\}, \tag{5}$$

Змінимо знак у лівих і правих частинах системи рівнянь (5) і введемо позначення

$$a_1 = \cos\varepsilon_{0v} \cos\varepsilon_{0g};$$
$$b_1 = \sin\varepsilon_{0v};$$
$$c_1 = -\cos\varepsilon_{0v} \sin\varepsilon_{0g};$$
$$a_2 = -\cos\varepsilon_v \cos\varepsilon_g;$$
$$b_2 = -\sin\varepsilon_v;$$
$$c_2 = -\cos\varepsilon_v \cos\varepsilon_g,$$

З урахуванням прийнятих позначень маємо:

$$a_1 D_0 + a_2 D = x;$$
$$b_1 D_0 + b_2 D = y;$$
$$c_1 D_0 + c_2 D = z,$$

В матричному вигляді отримаємо:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{bmatrix}; \; X = \begin{bmatrix} D_0 \\ D \end{bmatrix}; \; Z = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T .$$

Рішення будемо шукати із застосуванням методу найменших квадратів [3]

$$A^T AX = A^T Z , \tag{6}$$

де A^T – транспонована матриця.

$$A^T = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix};$$

Розкриваючи рівняння (6), отримаємо систему двох управлінь з двома невідомими:

$$(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)D_0 + (a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2)D = a_1 x + b_1 y + c_1 z;$$

$$(a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2)D_0 + (a_2^2 + b_2^2 + c_2^2)D = a_2 x + b_2 y + c_2 z.$$

Введемо позначення:

$$k_1 = a_1^2 + b_1^2 + c_1^2;$$

$$k_2 = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2;$$

$$k_3 = a_2^2 + b_2^2 + c_2^2;$$

$$k_4 = a_1 x + b_1 y + c_1 z;$$

$$k_5 = a_2 x + b_2 y + c_2 z.$$

Враховуючи прийняті позначення, отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} k_1 D_0 + k_2 D = k_4 \\ k_2 D_0 + k_3 D = k_5 \end{aligned} \right\}, \tag{7}$$

Вирішуючи рівняння (7), будемо мати:

$$\begin{aligned} D_0 &= \frac{k_3 k_4 - k_2 k_5}{k_1 k_3 - k_2^2}; \\ D &= \frac{k_1 k_5 - k_2 k_4}{k_2 k_3 - k_2^2}, \end{aligned} \tag{8}$$

Якщо на ЛА додатково вимірюються складові кутової швидкості лінії візування, то дальність до цілі можна визначити безпосередньо на основі рівняння (1), яке дорівнює трьом скалярним рівнянням:

$$\begin{aligned} \dot{D} &= -W_{X_D}; \\ \omega_{Z_D} D &= -W_{Y_D}; \\ \omega_{Y_D} D &= -W_{Z_D}; \end{aligned} \tag{9}$$

де $\omega_{Y_D}, \omega_{Z_D}$ – складові вектора кутової швидкості лінії дальності;

$W_{X_D}, W_{Y_D}, W_{Z_D}$ – проекції вектора шляхової швидкості на осі візирної системи координат.

На основі останніх двох рівнянь системи (9), виконуючи оптимізацію вирішення із застосуванням метода найменших квадратів, можна отримати поточну дальність до цілі:

$$D = \frac{\omega_{Y_D} W_{Z_D} - \omega_{Z_D} W_{Y_D}}{\omega_{Z_D}^2 + \omega_{Y_D}^2}, \tag{10}$$

Для підвищення стійкості та точності розрахунку D і D_0 доцільно системи (3) і (9) об'єднати в одну систему шести рівнянь з двома невідомими

$$\left.\begin{aligned} a_1 D_0 + a_2 D &= x \\ b_1 D_0 + b_2 D &= y \\ c_1 D_0 + c_2 D &= z \\ D_0 - D &= \int W_{X_D} dt \\ \omega_{Z_D} D &= -W_{Y_D} \\ \omega_{Y_D} D &= W_{Z_D} \end{aligned}\right\}, \tag{11}$$

В матричному вигляді ця система буде мати вигляд:

$$AX = Z,$$

де $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \\ 1 & -1 \\ 0 & \omega_{Z_D} \\ 0 & \omega_{Y_D} \end{bmatrix}$; $X = \begin{bmatrix} D_0 \\ D \end{bmatrix}$; $Z = \begin{bmatrix} x & y & z & \int W_{X_D} dt & -W_{Y_D} & W_{Z_D} \end{bmatrix}^T$.

Виконаємо оптимізацію вирішення системи за допомогою методу найменших квадратів [3]

$$A^T AX = A^T Z, \tag{12}$$

де A^T – транспонована матриця, яка має вигляд:

$$A^T = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & 1 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & -1 & \omega_{Z_D} & \omega_{Y_D} \end{bmatrix}.$$

Розкриваючи рівняння (13), отримаємо:

$$(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + 1)D_0 + (a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 - 1)D = a_1 x + b_1 y + c_1 z + \int W_{X_D} dt;$$

$$(a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 - 1)D_0 + (a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 + 1)D = a_2 x + b_2 y + c_2 z - \int W_{X_D} dt.$$

або використовуючи позначення

$$\left.\begin{aligned} m_6 D_0 + m_4 D &= n_8 \\ m_7 D_0 + m_5 D &= n_9 \end{aligned}\right\}, \tag{13}$$

де

$$m_6 = a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + 1;$$
$$m_4 = m_7 = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 - 1;$$
$$m_5 = a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 + 1;$$
$$n_8 = a_1 x + b_1 y + c_1 z + \int W_{X_D} dt;$$
$$n_9 = a_2 x + b_2 y + c_2 z - \int W_{X_D} dt.$$

Розв'язуючи систему рівнянь (13) отримаємо початкову D_0 та D поточну дальність до цілі:

$$D_0 = \frac{m_5 n_8 - m_7 n_9}{m_5 m_6 - m_7^2};$$
$$D = \frac{m_6 n_9 - m_7 n_8}{m_5 m_6 - m_7^2}, \qquad (14)$$

Точність визначення дальності до нерухомих цілей за алгоритмом (8) залежить від точності визначення кутових координат ($\varepsilon_{0v}, \varepsilon_{0g}, \varepsilon_v, \varepsilon_g$) та від точності обчислювання шляху, що пройшов ЛА, тобто від величини погрішностей при визначенні проекцій вектора лінійного переміщення ЛА на осі земної системи координат (x, y, z).

Крім цього, точність визначення дальності істотно залежить від швидкості ЛА та часу переміщення між двома вимірами кутових координат цілі, а також від різниці в напрямках векторів початкових та поточних дальностей (D, D_0) відносно не обертової системи координат.

Точність визначення дальності за алгоритмом (10) залежить від помилок зміни складових кутової швидкості лінії дальності ($\omega_{Y_D}, \omega_{Z_D}$) та проекції вектора швидкості ЛА $W_{X_D}, W_{Y_D}, W_{Z_D}$ на осі візирної системи координат, які залежать від точності визначення кутових координат цілі.

При визначенні дальності за алгоритмом (14), тобто на підставі рішення системи, що вміщує рівняння (8) та (10), точність визначення дальності залежить від похибок виміру всіх параметрів, які входять в алгоритми (8) та (10). При цьому, як вже визначалось, рішення виконується за умови використання методу найменших квадратів. Таке рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь забезпечує менший вплив помилок вимірювань параметрів та підвищення точності визначення дальності.

На підставі виведених алгоритмів (8), (10) та (14), було виконано моделювання. Оцінка впливу помилок проводилася при таких початкових умовах польоту ЛА:

V_0 = 75 м/с;

H_0 = 500 м;

$\beta_0 = 20^{\circ}$– ціль ліворуч в площині горизонту;

$D_0 = 2000, 3000, 5000$ м.

Довернення на ціль виконувалося за методом погоні.

Випадкові помилки:

$\varepsilon_{0v} = \varepsilon_{0g} = \varepsilon_v = \varepsilon_g = \pm 0{,}002$;

$\Delta\omega_Y = \Delta\omega_Z = \pm 0{,}0015$.

Систематичні помилки:

$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1\%$;

$\Delta W_X = \Delta W_Y = \Delta W_Z = 1$ м/с.

На основі аналізу результатів моделювання можна зробити такі висновки:

1. Найбільшу точність визначення дальності забезпечує "комбінований метод" (14), який отриманий при оптимізації рішення шести рівнянь з двома невідомими. Цей метод менш чутливий до помилок датчиків та потребує декілька меншого часу слідкування за ціллю порівняно з методом визначення дальності, заснованому на вимірюванні кутових координат.

2. Якщо на борту ЛА кутові швидкості не вимірюються або помилки їх вимірювання є більшими 3 мрад/с, то для визначення дальності до нерухомої цілі доцільно використовувати метод (8), заснований на визначенні кутових координат цілі з обчислюванням шляху ЛА.

3. Метод визначення дальності на основі вимірювання кутових швидкостей та складових вектора шляхової швидкості (10) доцільно використовувати тільки в комбінації з методом визначення дальності по кутовим координатам.

1. *Горелин И.С., Коврижкин О.Г., Королев В.В.* Авиационные прицельно-навигационные системы. – К.: Киевский институт Военно-воздушных сил, 1996. – 476 с.

2. *Гришутин В.Г.* Авиационные прицельные системы. – К.: Киевский институт Военно-воздушных сил, 1983. – 559 с.

3. *Львовский Е.Н.* Статистические методы построения эмпирических формул. – М.: Издательство “Высшая школа”, 1988. – 238 с.

4. *Венцель Е.С.* Теория вероятностей. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 564 с.

Поступила 26.01.2009 р.