

УДК 523.4

Теневая составляющая фазовой зависимости яркости безатмосферных небесных тел

Ю. Г. Шкуратов

Рассмотрена новая теоретическая модель теневого эффекта для порошкообразных поверхностей, основанная на расчете функции автокорреляции оптической неоднородности светорассеивающего слоя. Получена формула для фазовой функции яркости $F(\alpha, l_f)$, которая хорошо согласуется с наблюдательными данными при небольших углах фазы α и значениях фотометрической долготы l_f :

$$F = \frac{2}{1 + \sigma^2} \left[\frac{\cos(l_f - \alpha)}{\cos(l_f - \alpha) + \cos l_f} + \sigma^2 \frac{\cos(l_f - \alpha)}{\cos(l_f - \alpha) + \cos l_f + \eta |\sin \alpha|} \right],$$

где σ и η — параметры среды, описывающие прозрачность и плотность упаковки частиц соответственно.

SHADOW COMPONENT OF PHASE BRIGHTNESS FUNCTION OF ATMOSPHERE-LESS COSMIC BODIES, by Shkuratov Yu. G.—A new theoretical model of the shadow effect is constructed by the autocorrelation function of an optical inhomogeneity of scattered surface. The shadow component of the phase brightness function $F(\alpha, l_f)$ is described by formula which presented in the Russian summary (α is the phase angle, l_f is the photometrical longitude, σ and η are the surface characteristics of transparency and porosity, respectively).

Теневой эффект — один из главных механизмов формирования фазовой зависимости яркости поверхностей со сложной структурой. Только в области углов фаз, соответствующих оппозиционному эффекту, возможно включение других механизмов [1, 5, 7, 16, 17]. Поэтому теоретическому исследованию теневого эффекта посвящено много работ (см., например, [3, 8—15, 17]). Созданные теоретические модели обладают разной степенью строгости. Их общая черта — расчетный алгоритм. Вначале вычисляется вероятность $P(z, i)$ достижения лучом света, вошедшим в среду под углом i к нормали поверхности, некоторой глубины z . Затем вводится (или выводится) условная вероятность $P(z, i|\epsilon)$ того, что свет, рассеявшись на глубине z , выйдет из среды под углом ϵ в сторону наблюдателя без рассеяния. Тогда фазовая функция яркости $F(i, \epsilon)$ находится по формуле

$$F(i, \epsilon) \propto \int_0^{\infty} P(z, i) P(z, i|\epsilon) dz. \quad (1)$$

Рассмотрим «атмосферную» модель порошкообразной среды [3, 8—15]. Для этой модели наиболее строгий расчет $P(z, i)P(z, i|\epsilon)$ содержится в работе [3]. Однако некоторые предположения [3] могут быть улучшены, причем увеличение степени строгости задачи приводит к упрощению конечных формул.

Итак, следуем модели [3]. Принимаем, что

$$P(z, i) = \exp[-\tau_0 z \sec i], \quad (2)$$

где $\tau_0 = n_0 \langle S \rangle$ (n_0 — число частиц в единице объема, $\langle S \rangle$ — среднее поперечное сечение частицы). Как показано в [11], формула (2) справедлива не только для разреженной системы частиц, но и для среды с произвольной упаковкой, если τ_0 заменить величиной

$$\tau = -\frac{n_0 \langle S \rangle}{\xi} \ln(1 - \xi), \quad (3)$$

где $\xi = n_0 \langle v \rangle$ ($\langle v \rangle$ — средний объем частицы).

Таким образом, согласно [3, 11] имеем

$$P(z, i)P(z, i | \epsilon) = \exp[-\tau z (\sec i + \sec \epsilon)] p(i, \epsilon, \tau, z), \quad (4)$$

где $p(i, \epsilon, \tau, z)$ — функция, учитывающая коррелированность входа и выхода света из среды. Другими словами, с помощью этой функции описывается зависимость вероятности выхода из среды светового луча от условий его входа. В [3] и более ранних работах функция p определяется из следующих соображений. Пусть имеется полубесконечная среда с плоской границей. На глубине z выделяем параллельную границе площадку, на которой, как на основании, расположим цилиндры с осями, параллельными падающему и выходящему лучам. Считается, что свет, распространяясь после рассеяния в сторону наблюдателя, часть пути, который лежит внутри объема

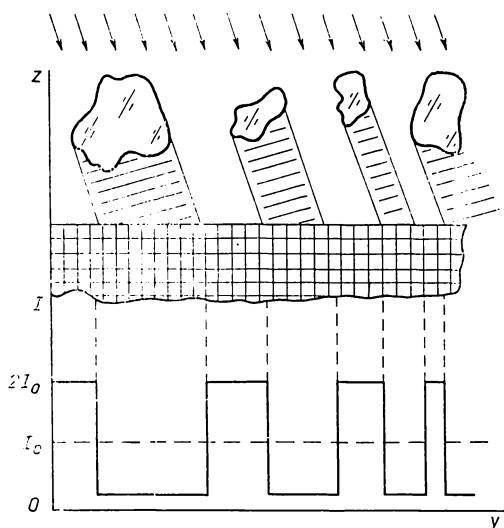


Рис. 1. Схема образования теневой картины при освещении непрозрачных частиц параллельными лучами. Распределение освещенности в теневой картине $I(y)$ имеет характер случайной ступенчатой функции с постоянной амплитудой

пересечения цилиндров, пройдет без поглощения. Таким образом, величина объема пересечения цилиндров, зависящая от фазового угла, определяет p . Это предположение, однако, не совсем верно. На самом деле и внутри объема пересечения (в общем случае) свет испытывает поглощение, так как при входе и выходе он проходит этот объем под разными углами. Следовательно, здесь требуется более тонкий подход. Этот подход мы будем развивать, опираясь на идею, предложенную в [5].

Рассмотрим случай непрозрачных частиц (рис. 1). В верхней части рис. 1 изображен слой частиц, которые при освещении их параллельными лучами отбрасывают тени (косая штриховка) на нижние слои частиц (они условно обозначены прямой сеткой). Поскольку мы пренебрегаем явлениями дифракции, то распределение освещенности $I(y)$ в теневой картине можно представить ступенчатой функцией, которая схематично показана в нижней части рисунка 1. Слой частиц — это не обязательно верхний слой. Считаем, что на глубине z достаточно просветов между частицами, чтобы были пропущены прямые лучи от источника света. Рассмотрим теневую картину, представленную схематично на рис. 1. Здесь мы имеем случайный процесс, поскольку размеры частиц и расстояния между ними — величины случайные. Предположим, что моменты скачков в этом процессе распределены по закону Пуассона.

Пусть слой частиц (рис. 1) рассматривает некий наблюдатель, положение которого будем характеризовать углом визирования ϵ и фазовым углом α . Поместим мысленно вместо наблюдателя источник параллельных лучей (лучи визирования). Этот источник создаст свою теневую картину на нижних слоях частиц. При $\alpha=0$ истинная теневая картина и теневая картина, образованная лучами визирования, тождественно совпадут. При $\alpha \neq 0$ теневые картины будут в общем схожи, но смещены одна относительно другой на величину y' , зависящую от α . Зона перекрытия этих картин есть ничто иное, как суммарная площадь

участков, которые одновременно и видны и освещены. В рассматриваемой модели она полностью определяет теневую составляющую фазовой функции яркости. Оценить зону перекрытия теневых картин можно по их функции корреляции. Поскольку при не слишком больших α мы рассматриваем, по сути, один и тот же случайный процесс, то здесь можно говорить о функции автокорреляции, т. е.

$$p(i, \varepsilon, \tau, z') \propto \lim_{Y \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{Y} \int_0^Y I(y) I(y + y') dy \right), \quad (5)$$

где z' — глубина, соответствующая смещению y' (рис. 2).

Найдем функцию автокорреляции описываемого пуассоновского процесса. Обозначим вероятность того, что $I(y)$ принимает значение

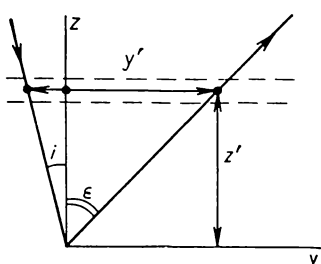


Рис. 2. Зависимость y' от z' , i и ε ($i + \varepsilon = \alpha$). Штриховой линией обозначен рассматриваемый слой частиц

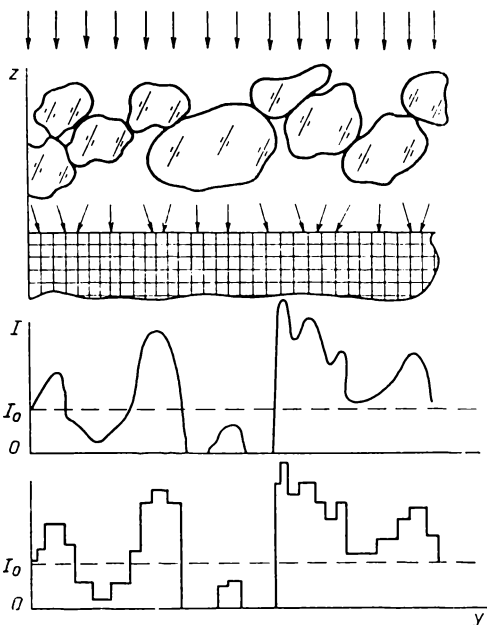


Рис. 3. Схема образования пятнистой картины при освещении полупрозрачных частиц параллельными лучами. Распределение освещенности $I(y)$, как и на рис. 1, описывается случайной ступенчатой функцией, но со статистически распределенной амплитудой

$2I_0$, через Ω . Тогда, если в интервале $(y, y + y')$ имеется четное число скачков функции $I(y)$, то $I(y)I(y + y') = 4I_0^2\Omega$, но если это число нечетное, то $I(y)I(y + y') = 0$. Следовательно,

$$\lim_{Y \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{Y} \int_0^Y I(y) I(y + y') dy \right) = 4I_0^2\Omega W, \quad (6)$$

где W — вероятность четного числа скачков. Распределение Пуассона имеет вид

$$w(m) = \frac{(y'/y_0)^m}{m!} \exp(-y'/y_0), \quad (7)$$

где $1/y_0$ — средняя густота скачков случайной функции*. Следовательно,

$$W = w(0) + w(2) + w(4) + \dots = 0.5 [1 + \exp(-2y'/y_0)]. \quad (8)$$

Подставляя формулы (6) и (8) в (5) и выражая y' через i , ε и z' (рис. 2), получаем

$$p(i, \varepsilon, \tau, z') \propto 1 + \exp \left[-2 \frac{|\sin(i + \varepsilon)| z'}{y_0 \cos i \cos \varepsilon} \right]. \quad (9)$$

* Строго говоря, параметр y_0 зависит от толщины рассматриваемого слоя частиц, т. е. от z . Однако в дальнейшем для простоты будем полагать $y_0 = \text{const}$, причем оценку этой величины выполним для самого верхнего монослоя частиц, который вносит максимальный вклад в теневой эффект.

Следовательно,

$$P(z', i)P(z', i|\epsilon) \propto \exp\left[-\tau \frac{\cos i + \cos \epsilon}{\cos i \cos \epsilon} z'\right] \times \\ \times \left\{1 + \exp\left[-2 \frac{|\sin(i + \epsilon)|}{y_0 \cos i \cos \epsilon} z'\right]\right\}. \quad (10)$$

Откуда после интегрирования по z' и перехода от углов i, ϵ к углам α и l_f (l_f — фотометрическая долгота) можно получить формулу для фазовой и долготной зависимости яркости, обусловленной теньвым эффектом

$$F(\alpha, l_f, k) = \chi(\alpha) \left[\frac{\cos(l_f - \alpha)}{\cos(l_f - \alpha) + \cos l_f} + \frac{\cos(l_f - \alpha)}{\cos(l_f - \alpha) + \cos l_f + 2k |\sin \alpha|} \right], \quad (11)$$

где χ — индикатриса рассеяния изолированной частицы (элементарного объема среды); $k = (y_0 \tau)^{-1}$. В дальнейшем для простоты считаем $\chi = 1$. Величину $1/y_0$ естественно ассоциировать со средним количеством частиц на единицу длины (y). Тогда в случае однородной среды согласно формуле (3) будем иметь $k = -(2/3) \ln(1 - \xi)$, где ξ , как и ранее, есть число частиц в среднем объеме, равном объему одной частицы ($\xi \leq 1$). В случае сплошной среды (предельно полная упаковка частиц) $\lim_{\xi \rightarrow 1} k = 0$. Если среда сильно разрежена, то $\lim_{\xi \rightarrow 0} k = \infty$. Как

в первом, так и во втором предельном случае формула (11) приводится к формуле Ломмеля—Зеелигера, из которой следует отсутствие каких-либо особенностей при $\alpha = 0$. В промежуточных случаях функция $F(\alpha)$ описывает эффект обратного рассеяния, свойственный поверхностям безатмосферных космических тел.

Рассмотрим случай полупрозрачных частиц (рис. 3). При прохождении света через слой полупрозрачных частиц на нижней его границе, как и в случае непрозрачных частиц, возникает теньвая (пятенная) картина. Однако здесь она имеет несколько иной характер. Ее нельзя описать случайной ступенчатой функцией с постоянной амплитудой, так как лучи света, проходя сквозь частицы, не только по-разному ослабляются (за счет поглощения), но и отклоняются от первоначального направления распространения, что создает за частицей сложное распределение освещенности. При этом каждая частица уподобляется некоторой «плохой» оптической системе, строящей изображение источника света на лежащих ниже слоях частиц. Такую пятенную картину будем аппроксимировать ступенчатой случайной функцией, амплитуда которой также распределена случайно (рис. 3). Как и ранее, оценку теневого эффекта выполним с помощью функции автокорреляции пятенной картины. Следуя [4, с. 69], нетрудно показать, что в этом случае

$$\rho(i, \epsilon, \tau, z) \propto 1 + \sigma^2 \exp\left[-\frac{|\sin(i + \epsilon)| z}{r \cos i \cos \epsilon}\right], \quad (12)$$

где σ^2 — дисперсия амплитуды функции, описывающей пятенную картину, отнесенная к квадрату среднего значения этой амплитуды; r — характерный размер пятна, т. е. величина, аналогичная y_0 . Величину σ можно называть параметром контрастности или глубиной модуляции пятенной картины [5]. В случае, когда пятенная картина является картиной теней (постоянные амплитуды), $\sigma = 1$, $2r = y_0$. В общем случае, когда частицы достаточно прозрачны, $0 < \sigma < 1$.

Используя формулы (4) и (12) и выполняя все операции, описанные применительно к случаю непрозрачных частиц, можно получить

$$F(\alpha, l_f, \sigma, \eta) = 2 \left[\frac{\cos(l_f - \alpha)}{\cos(l_f - \alpha) + \cos l_f} + \sigma^2 \frac{\cos(l_f - \alpha)}{\cos(l_f - \alpha) + \cos l_f + \eta |\sin \alpha|} \right] / (1 + \sigma^2), \quad (13)$$

где $\eta = (r\tau)^{-1}$. Обсуждение физического смысла величин σ и η будет проведено позднее. Пока рассмотрим формальный вопрос: может ли

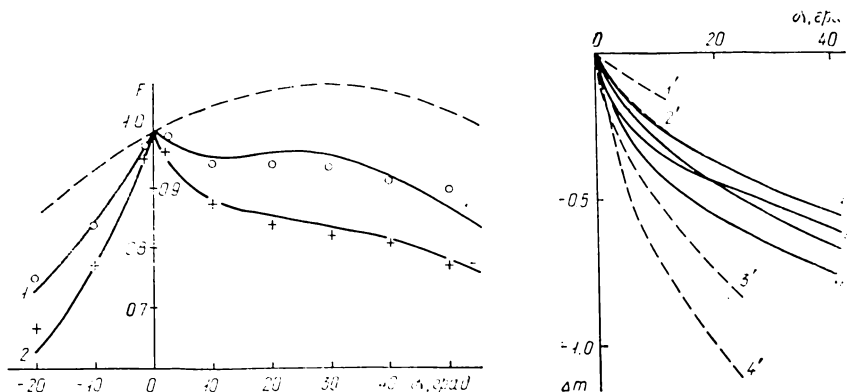


Рис. 4. Сравнение расчетных и экспериментальных фазовых зависимостей яркости при $\varepsilon = 30^\circ$ ($\alpha = i + \varepsilon$); 1, 2 — измерения порошка кобальтового стекла (размер частиц 37–74 мкм) при $\lambda = 0.82$ и $\lambda = 0.45$ мкм соответственно. Крестики и кружки — данные расчетов по формуле (13) при $\eta = 15$, $\sigma^2 = 0.4$ и $\eta = 12$, $\sigma^2 = 0.2$ соответственно. Штриховая кривая — расчет по формуле Ломмеля — Зеелигера

Рис. 5. Сравнение расчетных (сплошные кривые) и наблюдательных (штриховые) данных: 1 — ($\eta = 10$, $\sigma^2 = 0.7$); 2 — (20, 0.7); 3 — (10, 1); 4 — (20, 1); 1' — спутник Юпитера — Европа; 2' — Ганимед; 3' — астероид Веста; 4' — Церера

(в принципе) выражение (13) описывать какие-либо наблюдательные данные. Вначале остановимся на ограничениях, накладываемых на значения α и l_f . Эти углы не должны быть слишком велики. Последнее связано с тем, что, во-первых, замена функции корреляции пятенных картин, относящихся к источнику света и наблюдателю, функцией автокорреляции не правомочна при больших α и l_f , во-вторых, наша модель не включает в рассмотрение влияния мезорельефа поверхности, который особенно сильно проявляется фотометрически при больших α и l_f .

На рис. 4 приведены данные лабораторной фотометрии порошкообразного образца стекла [11] и результаты расчетов по формуле (13). Видно вполне удовлетворительное согласие расчетных и наблюдательных данных.

Переход к формулам интегральной фотометрии путем обычной процедуры интегрирования $F(\alpha, l_f) \cos l_f$ по l_f представляется нецелесообразным из-за того, что, как уже отмечалось, при $l_f \rightarrow \pi/2$ формулу (13), как и формулу Ломмеля—Зеелигера, использовать нельзя. Хорошие результаты для оценок интегральной яркости сферической планеты получаются, если рассматривать случай «зеркальной» геометрии светорассеяния, т. е. полагать $l_f = \alpha/2$. Тогда с учетом освещенной части диска планеты получим

$$\Phi(\alpha) = \frac{\cos^2(\alpha/2)}{(1 + \sigma^2)} \left[1 + \frac{\sigma^2}{1 + \eta |\sin(\alpha/2)|} \right]. \quad (14)$$

На рис. 5 выполнено сопоставление расчетных данных $\lg \Phi(\alpha)$ и результатов наблюдений фазовой зависимости блеска некоторых астероидов [15] и спутников больших планет [2]. Видно, что и в этом случае теоретическая модель работает удовлетворительно.

Перейдем к обсуждению смысла параметров σ и η . Это нетрадиционные параметры среды. Установим их связь с такими, часто используемыми характеристиками, как средний размер частиц, действительная и мнимая части показателя преломления. Для непрозрачных частиц вопрос решается тривиально ($\sigma=1, \eta=2k$). Рассмотрим случай полупрозрачных частиц. Так как $\eta=(\tau r)^{-1}$, нам предстоит вначале выяснить, чему равна величина r — размер пятна рассеяния, которое создает частица произвольной формы, освещенная параллельными или квазипараллельными лучами на ровной (для простоты) подстилающей поверхности. Легче всего ответить на этот вопрос, исходя из экспериментальных данных. Для этого были сделаны «на просвет» фотографии крупных частиц раздробленного прозрачного стекла. Частицы в темноте рассыпались на фотопластинке в виде монослоя. Затем фотоэмульсия экспонировалась почти параллельным пучком света. В результате регистрировалась пятенная картина, создаваемая частицами. Из полученных данных следует, что произвольность формы частиц не будет помехой для создания тонкой пятенной структуры в области за частицей. Величина отдельных «спеклов» значительно меньше размера частиц. Однако такая тонкая структура наблюдается только у крупных частиц. В общем случае, отвлекаясь от тонкой структуры пятенной картины, можно оценить отношение характерного размера пятна рассеяния к среднему размеру частицы L , создавшей его, как $\mu \geq 1$ ($\mu=L/r$). У крупных частиц правильной формы (близкой к сферической) μ может достигать 10.

Рассмотрим величину τ для случая полупрозрачных частиц. Следуя [3], введем величину T (поперечник ослабления), которая показывает, какая часть светового потока, попавшего внутрь контура частицы, поглощается или рассеивается в стороны от первоначального направления. Перепишем формулу (3) в виде

$$\tau' = -T \frac{n_0 \langle S_0 \rangle}{\xi} \ln(1 - \xi). \quad (15)$$

Откуда следует

$$\eta = -2\mu/[3T \ln(1 - \xi)]. \quad (16)$$

Полагая, что ослабление света в частице происходит в основном за счет поглощения (индикатриса рассеяния света для крупных полупрозрачных частиц обычно сильно вытянута вперед), можно для приближенных оценок использовать очевидную формулу

$$T = 1 - (1 - R)^2 \exp(-t), \quad (17)$$

где $t=4\pi\kappa L/\lambda$, $R=[(n-1)/(n+1)]^2$ (κ и n — мнимая и действительная части показателя преломления соответственно, λ — длина световой волны). Подобные оценки сделаем и для параметра σ . Если считать $\mu \approx 1$, то дисперсия амплитуд в пятенной картине (рис. 3) определяется в основном различиями интенсивности светового потока, прошедшего сквозь частицы, и в межчастичных областях. Опять полагая, что ослабление света в частице происходит только за счет поглощения, получаем формулу для параметра модуляции пятенной картины σ (подходящую для приближенных оценок):

$$\sigma = \frac{1 - (1 - R)^2 \exp(-t)}{1 + (1 - R)^2 \exp(-t)} = \frac{T}{2 - T} \approx \text{th} \left(-\frac{4\pi\kappa L}{\lambda} \right). \quad (18)$$

Сделаем оценки величин η и σ согласно формулам (16) — (18), предполагая типичные для лунного грунта значения ξ , n , κ и L . Если

принять $n=1.55$, $\kappa=5 \cdot 10^{-4}$, $L=60$ мкм при $\lambda=0.5$ мкм [6] и $\xi=0.5$, $\mu=1$, то $\sigma=0.4$, $\eta \approx 2.5$. Видно, что эти значения несколько ниже тех, которые наиболее подходят при описании экспериментальных данных (рисунки 4 и 5). Улучшить ситуацию можно, если уменьшить ξ до 0.1, т. е. увеличить пористость среды до 0.9. В этом случае наша модель приобретает тот же недостаток, что и все прочие «теневые» модели [3, 8—15]: для описания обратного рассеяния безатмосферных космических тел только с помощью теневого механизма требуются слишком высокие значения пористости поверхности. Это еще раз доказывает, что эффект обратного рассеяния лишь частично формируется теневым механизмом. Согласно [7], эффект оппозиции в значительной мере может быть обусловлен дифракционными явлениями. Совместное рассмотрение теневого и дифракционного механизмов возможно в рамках формул (11) и (13), если предположить, что индикатриса рассеяния элементарного объема среды $\chi(\alpha)$ не равна единице, а задается формулами из [7]. В этом случае при описании наблюдательных данных значения пористости рассеивающего слоя получаются вполне приемлемыми.

1. *Акимов Л. А.* О природе оппозиционного эффекта // Вестн. Харьков. ун-та. Астрономия.— 1980.— Вып. 15.— С. 3—12.
2. *Веверка Дж.* Фотометрия поверхности спутников // Спутники планет / Под ред. Дж. Бернса.— М.: Мир, 1980.— С. 203—243.
3. *Мороженко А. В., Яновицкий Э. Г.* Оптические свойства поверхностного слоя Луны // Астрон. журн.— 1971.—48, вып. 1.— С. 172—183.
4. *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику. Случайные процессы.— М.: Наука, 1976.— Ч. 1.—496 с.
5. *Шкуратов Ю. Г.* Модель оппозиционного эффекта яркости безатмосферных космических тел // Астрон. журн.— 1983.—60, вып. 5.— С. 1005—1008.
6. *Шкуратов Ю. Г.* Интерпретация колориметрических характеристик поверхности Луны на основе модели спектрального хода альbedo порошкообразных поверхностей // Кинематика и физика небес. тел.— 1988.—4, № 2.— С. 17—21.
7. *Шкуратов Ю. Г.* Дифракционный механизм формирования оппозиционного эффекта яркости поверхностей со сложной структурой // Там же.— 4, № 4.— С. 33—39.
8. *Нарке В. W.* A theoretical photometric function for the lunar surface // J. Geophys. Res.— 1963.—63, N 18.— P. 4571—4586.
9. *Нарке В. W.* An improved theoretical lunar photometric function // Astron. J.— 1966.—71, N 5.— P. 333—339.
10. *Нарке В. W.* Bidirectional reflectance spectroscopy. 1. Theory // J. Geophys. Res.— 1981.—86, N B4.— P. 3039—3054.
11. *Нарке В. W.* Bidirectional reflectance spectroscopy. 4. The extinction coefficient and opposition effect // Icarus.— 1986.—67, N 2.— P. 264—280.
12. *Нарке В. W., Wells E.* Bidirectional reflectance spectroscopy. 2. Experiments and observation // J. Geophys. Res.— 1981.—86, N B4.— P. 3055—3060.
13. *Irvine W. M.* The shadow effect in diffuse reflection // Ibid.— 1966.—71, N 12.— P. 2931—2937.
14. *Lumme K., Bowell E.* Radiative transfer in the surface of atmosphereless bodies. 1. Theory // Astron. J.— 1981.—86, N 11.— P. 1694—1704.
15. *Lumme K., Bowell E.* Radiative transfer in the surface of atmosphereless bodies. 2. Interpretation of phase curves // Ibid.— 1981.—86, N 11.— P. 1705—1721.
16. *Trowbridge T. S.* Retroreflection from rough surface // J. Opt. Soc. Amer.— 1978.— 68, N 9.— P. 1225—1242.
17. *Whitaker E. A.* Implication for asteroidal regolith properties from comparisons with lunar phase relation and theoretical considerations // Icarus.— 1979.—40, N 3.— P. 406—417.