КИНЕМАТИКА И ФИЗИКА НЕБЕСНЫХ ТЕЛ том 4 N 3 1988

УДК 629.783+521.182.2

О математическом представлении параметров, зависящих от времени, в некоторых задачах глобальной геодинамики.

I. Теоретические основы

А. Н. Марченко

Рассмотрена задача математически однородного представления параметров, зависящих от времени, при решении проблем глобальной геодинамики, связанных с обработкой спутниковых наблюдений (дифференциальной коррекцией орбит спутников). Поставлена и решена задача построения геодинамической (зависящей от времени) модели потенциала планеты в двух вариантах: при использовании традиционных разложений по шаровым гармоникам и при аппроксимации поля системой точечных масс. Как частный случай рассмотрено совместное описание гравитационного и приливного потенциалов планеты. Получены все необходимые формулы для перехода от рекомендуемых МАС теорий учета различных параметров, непрерывно зависящих от времени (например, нутация, приливная вариация UT1, земные приливы и т. д.) к их математически однородному описанию на заданных интервалах времени с помощью систем полиномов Чебышева первого рода.

ON THE MATHEMATICAL REPRESENTATION OF THE TIME-DEPENDENT PARAMETERS IN SOME PROBLEMS OF THE GLOBAL GEODYNAMICS. I. THEORETICAL FOUNDATIONS, by Marchenko A. N.— The problem of homogeneous mathematical representation of the time-dependent parameters has been considered with respect to global geodynamics problems which deal with the analysis of the satellites observations. The problem of construction of the geodynamical (time-dependent) model of the geopotential has been set and solved. Two forms of such a model have been analysed. The first form is the traditional spherical harmonical expansion, while the second one is the point masses model. A simultaneous representation of the gravitational (time-independent) and tidal potentials has been considered as the special case of the general problem. All necessary formulae have been obtained for computation of the Chebyshev's expansions for time-dependent phenomena (for example — nutation, Earth tides, tidal variation of UT1) on the basis of the trigonometric and power expansions recommended by IAU.

Введение. Решение теоретических задач глобальной геодинамики развивается по двум традиционным направлениям: 1 — уточнение существующих теорий и значений «постоянных», принятых в этих теориях, введение и уточнение моделей ранее не учитывавшихся физических факторов и т. д., что в совокупности обеспечивает достижение максимально возможной степени согласования теоретически предвычисленных и наблюдаемых величин; 2 — математическое представление упомянутых моделей и «постоянных» в такой форме, которая была бы наиболее рациональной при их использовании в практике геодинамических исследований.

Задачи первого направления можно отнести к так называемым обратным задачам. Мы будем называть их обратными задачами геодинамики. Группу задач второго направления удобно называть прямыми задачами геодинамики. Их цель — разработка достаточно гибкого математического обеспечения, которое позволило бы с заданной точностью наиболее эффективно выполнить необходимые вычисления.

Конкретизируем наши рассуждения на примере одной из задач глобальной геодинамики: уточнение параметров вращения Земли (ПВЗ) по высокоточным лазерным наблюдениям ИСЗ. Не останавливаясь на деталях, отметим главное: для уверенного получения координат полюса и неравномерности вращения Земли необходима высокая точность определения орбиты используемого геодинамического спутника. Поэтому опубликованные в 1983 г. стандарты MERIT [10] содержали соответствующие рекомендации МАС по выбору ряда моделей и постоянных, полученных из решения именно обратных задач.

Если в рамках обсуждаемой проблемы нахождения ПВЗ выделить прямую задачу определения орбиты спутника на основании предложенных МАС теорий, то приходится констатировать, что математическая форма последних не оптимальна по скорости вычислительного процесса. Поэтому рассмотрим вариант такой «переработки» некоторых рекомендуемых МАС [10] стандартов, которая без потери точности обеспечивала бы бóльшую эффективность вычисления параметров, зависящих от времени, при уточнении орбит ИСЗ.

Предварительно отметим, что в [10] для описания геодинамической и другой информации предложено использовать следующие виды функций от времени: 1) обычные полиномы (прецессия, фундаментальные аргументы рядов нутации, звездное время, переменные Дудсона, наклон эклиптики к экватору); 2) тригонометрические функции (нутация, приливная вариация UT1, земные приливы); 3) полиномы Лежандра (статический прилив); 4) полиномы Чебышева (координаты Луны, Солнца и других планет, вычисляемые на основании эфемериды DE200/LE200).

Простой анализ показывает, что в целом мы имеем математически неоднородную и достаточно громоздкую (особенно при учете нутации, приливной вариации UT1 и океанических приливов) модель. При численном интегрировании уравнений движения ИСЗ это, естественно, приводит к дополнительным затратам времени работы ЭВМ. В такой ситуации целесообразно рассматривать поставленную задачу как задачу аппроксимации и решать ее на основе богатого опыта составления численных эфемерид Луны, Солнца и других планет, а также учета нутации с помощью полиномов Чебышева [11].

Основная цель работы — создание математически однородного описания перечисленных факторов на заданных интервалах времени t, которое позволяло бы без потери точности учитывать рекомендации МАС. В качестве аппроксимирующих функций при этом выбрана система полиномов Чебышева $\{T_k(t)\}$ первого рода по двум причинам: 1) последняя обеспечивает на заданном сегменте $[c, d]$ наилучшее приближение аппроксимируемой функции; 2) система $\{T_k(t)\}$ необходима для использования эфемериды DE200/LE200 [11].

Математические аспекты решения задачи. При вычислении прецессионных параметров ζ_A, θ_A, Z_A, среднего наклона ε_A эклиптики к экватору, фундаментальных аргументов рядов нутации и других обычно используется [3] выражение

$$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3, \tag{1}$$

где коэффициенты a_k ($k=0, 1, 2, 3$) представляют собой либо постоянные, либо некоторые функции, зависящие от момента задания t_0 инерциальной системы координат, в которой изучается движение ИСЗ. С учетом известных выражений [8] для полиномов Чебышева $T_k(t)$ нетрудно показать, что функцию y можно представить тождественно в форме

$$y = A_0 T_0(t) + A_1 T_1(t) + A_2 T_2(t) + A_3 T_3(t), \tag{2}$$

а коэффициенты A_k перевычислить по формулам

$$A_0 = a_0 + 0.5a_2, \quad A_1 = a_1 + 0.75a_3, \quad A_2 = 0.5a_2, \quad A_3 = 0.25a_3. \tag{3}$$

Перейдем к задаче разложения функции $f(t)$, заданной на сегменте $[c, d]$ и удовлетворяющей условию Дини [8], в ряд Фурье—Чебышева. С помощью линейного преобразования

$$t = 0.5\,[(d - c)\,z + (c + d)] \tag{4}$$

вместо $f(t) \in [c, d]$ будем рассматривать функцию $f^*(z) \in [-1, 1]$, т. е.

$$f^*(z) = f\,[(2t - c - d)/(d - c)]. \tag{5}$$

Из анализа вычисления углов нутации, приливной вариации UT1, учета океанических приливов, поправки Вара за переход к модели плотности Земли 1066А Гильберта и Дзевонского [10] следует, что конкретно нас интересуют разложения следующих двух функций:

$$f_{\mathrm{I}}(z) = \sum_{l=0}^{r} b_l z^l \cos\left(\sum_{j=0}^{p} a_j z^j\right), \quad f_{\mathrm{II}}(z) = \sum_{l=0}^{r} c_l z^l \sin\left(\sum_{j=0}^{p} a_j z^j\right), \tag{6}$$

где a_j, b_l, c_l — коэффициенты, не зависящие от «времени» $z \in [-1, 1]$.

Отметим, что в общем случае разложение по полиномам Чебышева $T_k(z)$ для функции (5) имеет форму

$$f^*(z) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k T_k(z), \tag{7}$$

в которой после замены переменной $z = \cos\tau$ коэффициенты A_k должны вычисляться по формулам

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^*(\cos\tau)\,d\tau; \qquad A_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^*(\cos\tau)\cos k\tau\,d\tau, \quad k > 0, \tag{8}$$

предполагающим нахождение определенных интегралов.

Не приводя промежуточных достаточно громоздких выкладок, отметим лишь, что с помощью разложения функций $\sin x$ и $\cos x$ в степенные ряды можно после интегрирования (8) получить следующие формулы для коэффициентов A_k^{I} и A_k^{II} разложения $f_{\mathrm{I}}(z)$ и $f_{\mathrm{II}}(z)$ в ряды типа (7):

$$A_k^{\mathrm{I}} = \sum_{l=0}^{r} b_l \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i)!} \sum_{j=0}^{2ip} D_{ij} Q_{kjl}; \qquad A_k^{\mathrm{II}} = \sum_{l=0}^{r} c_l \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i+1)!} \times$$

$$\times \sum_{j=0}^{(2i+1)p} \tilde{D}_{ij} Q_{kjl}. \tag{9}$$

В выражениях (9) величины D_{ij}, $\tilde{D}_{ij}$, Q_{kjl} вычисляются на основании следующих соотношений:

$$\left(\sum_{j=0}^{p} a_j z^j\right)^{2i} = \sum_{j=0}^{2ip} D_{ij} z^j; \qquad \left(\sum_{j=0}^{p} a_j z^j\right)^{2i+1} = \sum_{j=0}^{(2i+1)p} \tilde{D}_{ij} z^j; \tag{10}$$

$$Q_{kjl} = 2^k \Bigg[\,|P_{j+l+k}(0)| + k \sum_{q=0}^{\left[\frac{k-2}{2}\right]} \frac{1}{(-4)^{q+1}(q+1)} \times$$

$$\times \binom{k-q-2}{q} |P_{j+l+k-2q-2}(0)|\Bigg], \tag{11}$$

где $\binom{n}{m}$ — биномиальные коэффициенты; $P_n(0)$ — полином Лежандра n-го порядка, аргумент которого равен нулю.

Вычисления показали, что при использовании формул (9) достаточно выполнить суммирование по i не более чем для 15 — 20 членов. Естественно, что при таком преобразовании функции (6) к форме (7) в разложении (7) необходимо ограничиться некоторым конечным числом K^* членов ($k \leqslant K^*$), зависящим от длины отрезка времени $[c, d]$, на котором выполняется разложение функции, и от точности аппроксимации. Более детально этот вопрос будет рассмотрен во второй части работы.

Построение геодинамической модели потенциала планеты. Остановимся на математической формулировке еще одной задачи, возникающей при изучении временных вариаций [9] гравитационного поля, учете суммарного эффекта геопотенциала и влияния земных приливов на положение ИСЗ, который предлагается [10] выполнять путем введения соответствующих поправок (на заданный момент времени) в гармонические коэффициенты $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$ принятой модели геопотенциала. Это задача построения геодинамической модели потенциала Земли. Она представляет собой такое удобное в практике аналитическое выражение (в виде ряда базисных функций), которое позволяет с необходимой точностью описывать сумму гармонических вне планеты функций, в общем случае зависящих от времени t, и учитывает соответствующие физические эффекты.

Поскольку к настоящему времени получена лишь оценка вековой вариации гармоники J_2 [12], а приливные эффекты учитываются в гармонических коэффициентах степени $n \geqslant 2$, то задачу построения геодинамической модели потенциала планеты целесообразно рассматривать как задачу аппроксимации возмущающего потенциала T, который зависит от координат текущей точки P и времени t: $T = T(P, t)$. Другими словами, если нормальный потенциал $U = U(P)$ задается с помощью потенциала традиционного общеземного эллипсоида, то $T(P, t) = V(P, t) - U(P)$, где $V(P, t)$ — гравитационный потенциал планеты, представляющий собой гармоническую в каждый момент времени t функцию текущей точки P.

Для аппроксимации функции $T(P, t) = T(r, \vartheta, \lambda, t)$, где r, ϑ, λ — сферические полярные координаты точки P, целесообразно воспользоваться результатами, полученными в физической геодезии, в частности теоремой Рунге—Крарупа—Келдыша—Лаврентьева [6, 7].

Так как функция $T(P, t)$ в фиксированный момент времени $t = \mathrm{const}$ может рассматриваться как элемент гильбертова пространства $\Gamma_2(\Sigma)$ функций, гармонических в области Σ вне сферы, находящейся внутри планеты [7] (сферы Бьерхаммара радиуса R_B), то из $T(P, t = \mathrm{const}) \in \Gamma_2(\Sigma)$ и следствия 9.2 из [7] последняя может быть представлена рядом Фурье по шаровым функциям, который мы запишем в общепринятой форме:

$$T(P, t) = \frac{fM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n} [\bar{C}_{nm}(t) \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}(t) \sin m\lambda] \bar{P}_n^m (\cos \vartheta). \qquad (12)$$

Здесь fM — произведение гравитационной постоянной на массу Земли; a — экваториальный радиус нормального эллипсоида; r, ϑ, λ — полярные координаты внешней точки P; $\bar{P}_n^m(\cos\vartheta)$ — полностью нормированные присоединенные функции Лежандра (первого рода). Нормированные гармонические коэффициенты $\bar{C}_{nm}(t)$ и $\bar{S}_{nm}(t)$ разложения на момент времени $t = \mathrm{const}$ определяются скалярным произведением вида

$$\left.\begin{matrix} \bar{C}_{nm}(t) \\ \bar{S}_{nm}(t) \end{matrix}\right\} = \frac{R_B}{fM} \left(\frac{R_B}{a}\right)^n \frac{(2n-1)}{4\pi R_B^3} \int_{\Sigma} T(P, t) \bar{P}_n^m (\cos\vartheta) \left\{\begin{matrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{matrix}\right\} d\Sigma. \qquad (13)$$

Отметим, что последнее выражение получено на основании ортонормированной системы шаровых функций $Ш_{nl}$, которая в соответствии с теоремой Рунге — Крарупа [7, следствие 9.3] обеспечивает принципиальную возможность как угодно точного описания реального возмущающего потенциала с помощью рядов типа (12) в области Σ, а следовательно, и на поверхности планеты [6, 7]. Однако для задач спутниковой геодезии и глобальной геодинамики часто оказывается достаточным решение проблемы наилучшей квадратичной аппроксимации гравитационного потенциала вне сферы, объемлющей поверхность планеты, что приводит к $R_B=a$, соответствующим упрощениям в (13) и сужению области Σ использования ряда (12). Различные математические трактовки представления потенциала планеты $V(P)$ в виде ряда шаровых функций достаточно детально обсуждены в работах [2, 5], однако в них не выделена его возмущающая часть.

Формально выражение (12) может быть построено на каждый конкретный момент времени $t=t_0$, $t=t_1, \ldots$ При этом следует отметить, что для реального вычисления $\overline{C}_{nm}(t)$, $\overline{S}_{nm}(t)$ необходимо знать $T(P, t)$ во всей внешней части Σ вне объемлющей сферы радиуса a.

Практически действительным может быть изучение $T(P, t)$ на некотором подходящем отрезке $[c, d]$ времени $t\in[c, d]$. Выполним с помощью (4) преобразование сегмента $[c, d]$ к сегменту $[-1, 1]$ и будем рассматривать для каждого фиксированного P вместо $T(P, t)\in[c, d]$ функцию $\tilde{T}(P, z)\in[-1, 1]$. Последняя может быть представлена в виде ряда (12), но с коэффициентами разложения $\overline{C}^*_{nm}(z)$, $\overline{S}^*_{nm}(z)$, выражаемыми соотношением (13), в котором $\overline{C}_{nm}(t)$, $\overline{S}_{nm}(t)$, $T(P, t)$ необходимо заменить соответственно на $\overline{C}^*_{nm}(z)$, $\overline{S}^*_{nm}(z)$, $\tilde{T}(P, z)$.

Полагая, что каждый из коэффициентов $\overline{C}^*_{nm}(z)$, $\overline{S}^*_{nm}(z)$ является непрерывной на сегменте $[-1, 1]$ функцией от z, удовлетворяющей условию Дини, запишем соответствующие разложения в ряд по многочленам Чебышева $T_k(z)$:

$$\left.\begin{matrix}\overline{C}^*_{nm}(z)\\ \overline{S}^*_{nm}(z)\end{matrix}\right\} = \sum_{k=0}^{\infty}\left\{\begin{matrix}C_k^{nm}\\ S_k^{nm}\end{matrix}\right\} T_k(z), \tag{14}$$

сходящийся равномерно на $[-1, 1]$.

С учетом замены переменной $z=\cos\tau$ коэффициенты C_k^{nm}, S_k^{nm} могут быть определены в следующей форме:

$$\left.\begin{matrix}C_0^{nm}\\ S_0^{nm}\end{matrix}\right\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left\{\begin{matrix}\overline{C}^*_{nm}(\cos\tau)\\ \overline{S}^*_{nm}(\cos\tau)\end{matrix}\right\} d\tau; \qquad \left.\begin{matrix}C_k^{nm}\\ S_k^{nm}\end{matrix}\right\} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left\{\begin{matrix}\overline{C}^*_{nm}(\cos\tau)\\ \overline{S}^*_{nm}(\cos\tau)\end{matrix}\right\}\cos k\tau d\tau,$$

$$k>0. \tag{15}$$

Подставляя выражение (14) в (12), получаем

$$\tilde{T}(P, z) = \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\Big[\sum_{k=0}^{\infty}(C_k^{nm}\cos m\lambda + S_k^{nm}\sin m\lambda)T_k(z)\Big]\overline{P}_n^m(\cos\vartheta), \tag{16}$$

представляющее собой решение задачи наилучшего квадратичного приближения функции $\tilde{T}(P, z)$, с одной стороны, в области Σ вне радиуса R_B (либо $R_B=a$), с другой — на интервале «времени» $z\in[-1, 1]$. После подстановки (13) в (15) нетрудно получить окончательные выражения для вычисления коэффициентов $C_k{}^{nm}$, $S_k{}^{nm}$ такого разложения. На практике суммирование в (16) по k должно ограничиться некоторым конечным K^*, а суммирование по n — определенным N^*, которые обеспечивают заданную точность вычислений геодинамической модели потенциала планеты в форме (16).

Рассмотрим теперь случай, когда в качестве функции $\tilde{T}(P, z)$ используется сумма двух гармонических функций [9, 10] — возмущающего потенциала $T(P)$ с коэффициентами $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$ $(n \geqslant 2)$, не зависящими от времени, и приливного потенциала $T_t(P, t) \to \tilde{T}_t(P, z)$ с гармоническими коэффициентами $\delta\bar{C}^*_{nm}(z)$, $\delta\bar{S}^*_{nm}(z)$:

$$\tilde{T}(P, z) = \sum_{n=2}^{N^*} \sum_{m=0}^{n} ([\bar{C}_{nm} + \delta\bar{C}^*_{nm}(z)) \cos m\lambda + (\bar{S}_{nm} + \delta\bar{S}^*_{nm}(z)) \sin m\lambda] \bar{P}^m_n(\cos\vartheta). \tag{17}$$

Выражение (17) представляет собой геодинамическую модель возмущающего потенциала, которую целесообразно из-за громоздкости вычислений зависящей от времени части (см. [10]) преобразовать с учетом (6)—(11). Выполнив разложение сумм гармонических коэффициентов из (17) в ряд типа (14), получим

$$\left.\begin{matrix} C_0^{nm} \\ S_0^{nm} \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{matrix}\right\} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{\begin{matrix} \delta\bar{C}^*_{nm}(\cos\tau) \\ \delta\bar{S}^*_{nm}(\cos\tau) \end{matrix}\right\} d\tau;$$

$$\left.\begin{matrix} C_k^{nm} \\ S_k^{nm} \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{matrix}\right\} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{\begin{matrix} \delta\bar{C}^*_{nm}(\cos\tau) \\ \delta\bar{S}^*_{nm}(\cos\tau) \end{matrix}\right\} \cos k\tau d\tau, \quad k > 0. \tag{18}$$

Таким образом, функциональная зависимость от времени t (или z) и координат r, ϑ, λ текущей точки P разделяется, и при этом используется наилучшая квадратичная аппроксимация по многочленам Чебышева и шаровым гармоникам. Следует отметить, что в разложении (16) с коэффициентами (18) за счет того, что $T_0(z) = 1$, можно выделить определенную сумму членов, которые не зависят от времени: каждый из коэффициентов C_0^{nm}, S_0^{nm} в соответствии с (18) представляет сумму $\bar{C}_{nm}$ или $\bar{S}_{nm}$ и осредненного вклада на $[c, d]$ приливного потенциала в эти гармоники $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$. В результате приходим к геодинамической модели потенциала, зависящего от времени на заданном интервале $[c, d] \to [-1, 1]$ в форме (16), где суммирование может выполняться до некоторых N^* и K^*.

Решение задачи построения геодинамической модели потенциала в форме (16) выполнено с помощью ортонормированной в $\Gamma_2(\Sigma)$ [7] полной системы шаровых гармоник. Однако с учетом исследований [4], основанных на теореме Рунге — Крарупа, аналогично возмущающий потенциал $T(P, t) \to \tilde{T}(P, z)$ может быть представлен с необходимой точностью и в виде разложения

$$\tilde{T}(P, z) = fM \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mu_i^*(z)}{r_i} \tag{19}$$

по системе $\{1/r_i\}$ неортогональных в $\Gamma_2(\Sigma)$ функций — потенциалов точечных масс $\mu_i^*(z)$, зависящих на сегменте $[-1, 1]$ от «времени» z. В выражении (19) $r_i = r_i(P)$ — расстояние от i-й нецентральной точечной массы, расположенной внутри планеты, до текущей точки P. Выполняя разложение $\mu_i^*(z)$ в ряд Фурье — Чебышева с коэффициентами A_k^i, получаем из (19)

$$\tilde{T}(P, z) = fM \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} A_k^i T_k(z)}{r_i} = fM \sum_{k=0}^{\infty} T_k(z) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_k^i}{r_i} \tag{20}$$

— новую форму геодинамической модели потенциала (здесь перестановка суммирования возможна за счет равномерной сходимости обсуждаемых рядов), в которой фигурируют уже неортогональные функции $\{1/r_i\}$.

Отметим теперь (без промежуточных выводов) связь коэффициентов разложения $\{C_k^{nm}, S_k^{nm}\}$ из (16) с величинами A_k^i из (20):

$$\sum_{i=1}^{\infty} A_k^i \left\{ \begin{matrix} Q_{nm}^i \\ R_{nm}^i \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} C_k^{nm} \\ S_k^{nm} \end{matrix} \right. , \tag{21}$$

причем

$$\left. \begin{matrix} Q_{nm}^i \\ R_{nm}^i \end{matrix} \right\} = \left(\frac{d_i}{a} \right)^n \frac{\bar{P}_n^m (\cos \vartheta_i)}{2n+1} \left\{ \begin{matrix} \cos m\lambda_i \\ \sin m\lambda_i \end{matrix} \right. . \tag{22}$$

Здесь d_i — расстояние от начала координат до i-й точечной массы; ϑ_i, λ_i — ее полярное расстояние и долгота.

На практике суммирование в (20) по k и i должно ограничиваться определенными $\tilde{K}$ и $\tilde{N}$. В этом случае соотношения (21), (22) можно рассматривать либо как необходимые условия, либо как систему уравнений для нахождения A_k^i при наличии $\{C_k^{nm}, S_k^{nm}\}$ и величин d_i, ϑ_i, λ_i. С математической точки зрения ситуация не изменяется при построении подобной модели земных приливов. Для этого достаточно в (21) воспользоваться вместо $\{C_k^{nm}, S_k^{nm}\}$ соответствующими коэффициентами, получаемыми с помощью (18) для приливных гармоник $\delta\bar{C}_{nm}^*(z)$, $\delta\bar{S}_{nm}^*(z)$. Однако обсуждение последнего выходит за рамки данной работы.

Заключение. Нами приведены основы для перехода от рекомендуемых МАС теорий учета различных параметров, непрерывно зависящих от времени, к их математически однородному описанию на заданных интервалах времени t с помощью системы полиномов Чебышева. При этом наша работа не является какой-либо альтернативой упомянутым теориям, которые, несомненно, будут иметь определяющее значение. При решении прямых задач геодинамики, в частности при вычислении на заданный момент времени всех приведенных во введении факторов в процессе численного интегрирования орбиты ИСЗ, более эффективным (за счет математической однородности полученных соотношений) оказывается использование предложенного подхода. Кроме того, при уточнении рекомендаций МАС описанные здесь формулы могут быть основой для получения дифференциальных поправок в соответствующие коэффициенты разложения при полиномах Чебышева, предварительно записанные в память ЭВМ.

Фактически мы пришли к идее создания эфемерид на определенных интервалах времени для параметров, непрерывно зависящих от времени, описывающих различные физические факторы, но в единой математической форме. В отличие от классической астрономии [1] здесь «понятие» эфемерида используется в более широком смысле. Практические аспекты построения таких эфемерид, их использование в случае дифференциального уточнения орбиты ИСЗ LAGEOS будут обсуждены во второй части работы.

1. *Абалакин В. К.* Основы эфемеридной астрономии.— М.: Наука, 1979.—448 с.
2. *Антонов В. А., Холшевников К. В.* О математическом представлении геопотенциала в задаче движения ИСЗ // Навигационная привязка и статистическая обработка космической информации.— М.: Наука, 1983.— С. 5—22.
3. *Астрономический* ежегодник СССР на 1986 год / Под ред. В. К. Абалакина.— Л.: Наука, 1984.—691 с.
4. *Марченко А. Н.* О разложении ковариационной функции аномального поля в ряд фундаментальных решений уравнения Лапласа // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка.— 1985.— № 4.— С. 20—27.

5. *Мещеряков Г. А.* Новая интерпретация представления внешнего гравитационного потенциала планеты рядом шаровых функций // Геодезия, картография и аэрофотосъемка.— 1978.— Вып. 28.— С. 68—75.
6. *Мориц Г.* Современная физическая геодезия.— М. : Недра, 1983.—392 с.
7. *Нейман Ю. М.* Вариационный метод физической геодезии.— М. : Недра, 1979.— 200 с.
8. *Суэтин П. К.* Классические ортогональные многочлены.— М. : Наука, 1976.—327 с.
9. *Heck B.* Time-dependent geodetic boundary value problems.— Prague, 1986.—31 p.— (Pap. Int. Simp. «Figure and dynamics of the Earth, the Moon and planets»).
10. *Project* MERIT Standards.— Washington, 1983.—85 p.— (Circular / U. S. Nav. Observ.; N 167).
11. *Standish E. M.* Orientation of the JPL ephemerides, DE200/LE200, to the dynamical equinox of J2000 // Astron. and Astrophys.— 1982.—**114**, N 2.— P. 297—302.
12. *Yoder C. F., Williams J. G., Dickey J. O. et al.* Secular variation of Earth's gravitational harmonic J_2 coefficient from Lageos and nontidal acceleration of Earth rotation // Nature.— 1983.—**303**, N 5920.— P. 757—762.

Львов. политехн. ин-т
им. Ленин. комсомола

Поступила в редакцию
13.04.87