

УДК 524.5

Незатухающие нелинейные осцилляции в звездно-газовых системах с запаздыванием

В. П. Корчагин, П. И. Корчагин, А. Д. Рябцев

Рассмотрена эволюция двухкомпонентной системы, состоящей из массивных звезд и звездообразующих облаков. Учтены как индуцированное звездообразование, так и образование звезд вследствие столкновения облаков. Исследовано влияние немгновенности превращения газа, эжектированного звездами, в облака. Показано, что при доминирующей роли индуцированного звездообразования и достаточно большом времени запаздывания в системе возникают незатухающие нелинейные осцилляции, имеющие характер вспышек звездообразования. Представлена трехфазная модель, описывающая глобальные свойства стохастического звездообразования в численных экспериментах Сейдена и Геролы. Модель воспроизводит временную эволюцию, наблюдавшуюся в численном эксперименте.

UNDAMPED NONLINEAR OSCILLATIONS IN STAR-GAS SYSTEMS WITH DELAY, by Korchagin V. I., Korchagin P. I., Ryabtsev A. D.— The evolution of two-component system of massive stars and star-forming clouds is considered. The induced star formation is taken into account as well as star formation via cloud collisions. Influence of time lag which is necessary for conversion of hot gas (ejected by stars) into molecular clouds is investigated. It is shown that undamped nonlinear oscillations take place in star-forming systems with induced star formation if the time delay is sufficiently large. The time delaying three-phase model which describes the global properties of the stochastic star formation in the numerical simulations by Seiden and Gerola is considered. This model reproduces time evolution of the system observed in the numerical experiment.

Введение. Полученные к настоящему времени наблюдательные данные показывают, что массивные ОВ-звезды и по крайней мере часть звезд малой массы рождаются группами. Наиболее мелкими «единицами» такого коррелированного процесса звездообразования являются звездные ассоциации [1], которые в свою очередь входят в состав гигантских звездообразующих комплексов [4]. Групповое рождение звезд позволяет предполагать, что темп звездообразования определяется воздействием уже имеющихся звезд на межзвездную среду. В литературе широко обсуждается такое воздействие, при котором звездообразование инициируется уже имеющимися звездами. Иницировать звездообразование могут различные факторы: ударные волны от вспышек сверхновых, ионизационные фронты на границах зон H II вокруг массивных ОВ-звезд [7], звездный ветер на различных стадиях эволюции звезд [13, 18]. Триггерный механизм звездообразования подтверждают наблюдения областей активного звездообразования [7] и результаты численного моделирования [17, 27]. С другой стороны, рождающиеся ОВ-звезды разрушают родительское облако за время порядка нескольких десятков миллионов лет [26] и тем самым прекращают дальнейшее звездообразование. Такое подавление темпа звездообразования, по-видимому, возможно в масштабе всей галактики [9, 16].

Механизмы положительной и отрицательной обратной связи могут быть одной из причин вспышек и задержек звездообразования, о чем свидетельствуют наблюдательные данные последних лет [11, 20, 21]. Можно предположить, что на ранних стадиях эволюции галактик такие процессы играли особенно важную роль, так как галактики содержали много бедного металлами газа. Это приводило к образованию звезд

большой массы [5], наиболее сильно воздействующих на межзвездную среду. Таким образом, эволюцию галактик нельзя понять без учета механизмов обратной связи во взаимодействии звезд и межзвездной среды.

Влияние триггерного механизма звездообразования на эволюцию галактики подробно исследовалось в численных экспериментах [22] и в более рафинированной модели [19]. Другая возможность, позволяющая выяснить основные черты временного поведения системы взаимодействующих звезд и межзвездной среды, — модельное описание с помощью системы нелинейных дифференциальных уравнений. В работах [6, 12, 24] предложены и исследованы различные варианты двух- и трехфазных моделей такого рода.

В трехкомпонентной модели, предложенной в [24] и позднее исследованной в [15], имеется два положения равновесия — неустойчивое, в котором отсутствуют звезды, и устойчивое. Под влиянием малых возмущений система переходит в состояние устойчивого равновесия, что интерпретируется как вспышка звездообразования. Недостатком отмеченных моделей, по нашему мнению, является отсутствие баланса массы в системе, что приводит к возникновению нефизического положения неустойчивого равновесия. В модели, рассмотренной в [12], положение равновесия может быть неустойчивым при некоторых значениях параметров, и система выходит на режим незатухающих периодических колебаний. В работе [12] наличие неустойчивого режима связано с тем, что в модели кроме триггерного механизма рождения звезд учитывается еще один механизм положительной обратной связи — усиление темпа образования облаков уже имеющимися облаками за счет охлаждения на пыли.

В настоящей работе рассмотрена другая возможность, приводящая к нетривиальному временному поведению. Естественное обобщение отмеченных моделей — учет немгновенности протекания процессов в системе и переход от обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальным уравнениям с запаздыванием. Учет времени запаздывания приводит к потере устойчивости равновесия при запаздывании, превышающем критическое. Такая скачкообразная потеря устойчивости с одновременным возникновением периодических нелинейных осцилляций является примером бифуркации Андронова — Хопфа [2, 10]. Возникающее периодическое решение можно рассматривать как временную самоорганизацию открытой системы.

На важность учета запаздывания в моделях с индуцированным звездообразованием впервые, по-видимому, было обращено внимание в [24]. Трехкомпонентная модель с запаздыванием обсуждалась также в [14]. Однако в этой работе, как и в моделях [24], отсутствует баланс массы между компонентами системы. По нашему мнению, баланс массы должен быть неременным требованием в подобного рода феноменологических моделях. Это позволит значительно ограничить неопределенность, связанную с недостаточностью наших знаний о процессах в межзвездной среде.

Основные уравнения. Рассмотрим двухкомпонентную систему, состоящую из взаимодействующих молекулярных облаков и быстро эволюционирующих массивных звезд. Следуя [25], будем считать, что смесь газа и звезд в процессе взаимодействия остается все время однородной. Это упрощающее предположение позволяет сформулировать задачу, в которой время является единственной независимой переменной. Триггерный механизм звездообразования в такой модели может быть описан как рождение звезд в результате «парных соударений» облаков и звезд. При принятых предположениях темп индуцированного звездообразования определяется произведением средних плотностей (или масс) облаков и массивных звезд. Кроме триггерного механизма будем учитывать рождение звезд в результате парных неупругих соударений

облаков. Если считать, что параметры молекулярных облаков в процессе эволюции системы не изменяются, то темп образования массивных звезд, обусловленный этим каналом, пропорционален квадрату плотности облаков или квадрату массы облачной фазы системы. Учитывая все изложенное, баланс масс системы взаимодействующих облаков и звезд можно модельно описать следующей системой уравнений:

$$\dot{M}_s(t) = -rM_s(t) + aM_s(t)M_c(t) + bM_c^2(t), \quad (1)$$

$$\dot{M}_c(t) = \alpha rM_s(t-T) - aM_s(t)M_c(t) - bM_c^2(t) + A(t),$$

где M_s и M_c — массы ОВ-звезд и облаков в экстремально плоской подсистеме галактики; $1/r$ — среднее время жизни массивных звезд; константы a и b определяют темп образования массивных звезд при их взаимодействии с облаками и столкновениях облаков между собой; член $\alpha rM_s(t-T)$ описывает превращение в облачную фазу горячего газа, эжектированного звездами; T — время превращения горячего газа в облака; константа $0 < \alpha < 1$ — доля массы, выбрасываемая звездой за время ее существования. Система получает массу с темпом аккреции $A(t)$.

За единицу времени примем время жизни массивных звезд — 10^7 лет [26], за единицу массы — $10^7 M_\odot$. Тогда $r \sim 1$, а темпу аккреции $3 M_\odot/\text{год}$ соответствует $A=3$. Оценим параметр a в предположении, что основной канал звездообразования — индуцированное рождение звезд. Принимая массу облаков в экстремально плоской подсистеме галактики, равной $10^9 M_\odot$, и предполагая ее близость к положению динамического равновесия, получаем в принятых единицах $a \sim 0.01$. Коэффициент эжекции α при расчетах принимался равным 0.7, параметры b и T варьировались в процессе расчетов.

Линейный анализ. Система (1) имеет стационарное решение, являющееся положением динамического равновесия

$$M_s^0 = \frac{A}{(1-\alpha)r}, \quad (2)$$

$$M_c^0 = \frac{Aa}{2b(1-\alpha)r} \left\{ -1 + \left[1 + \frac{4b(1-\alpha)r^2}{Aa^2} \right]^{1/2} \right\}.$$

При $T=0$ это равновесие устойчиво [6], при $T \neq 0$ исследование устойчивости равновесия относительно возмущений вида $\exp(\lambda t)$ сводится к отысканию собственных частот системы, которые, как и в обычном случае, являются решениями характеристического уравнения. Для системы (1) с запаздыванием это уравнение трансцендентное, и имеет вид

$$\tilde{\lambda}^2 + \tilde{\lambda} + E = \alpha E \exp(\tilde{\lambda}T), \quad (3)$$

где введены безразмерные переменные $\tilde{\lambda} = \lambda/(aM_s^0 + 2bM_c^0 + r - aM_c^0) \equiv \lambda/\Omega$, $\tilde{T} = T/\Omega$, $E = r(2aM_s^0 + 2bM_c^0)/\Omega^2$.

Уравнение (3) имеет счетное множество комплексных решений [3]. Из устойчивости положения равновесия (2) при $T=0$ следует, что при достаточно малом T все корни характеристического уравнения (3) лежат в левой полуплоскости комплексной переменной $\tilde{\lambda}(T) = \gamma(T) + i\omega(T)$. Отыскание всех решений (3) при произвольном T — сложная задача. Можно, однако, найти такие критические значения $T=T_c$, при которых существует чисто мнимое решение $\tilde{\lambda}_c = i\omega(T_c)$. Минимальное T_c определяет границу устойчивости, если $\gamma(T)'_{T=T_c} > 0$. Очевидно, что в этом случае при $T > T_c$ система теряет устойчивость в некоторой области. Определение границ областей устойчивости из условия суще-

ствования чисто мнимого решения характеристического уравнения составляет идею метода D -разбиений Неймарка [8].

Для критического значения T_c уравнение (3) сводится к системе вида

$$\begin{aligned} \cos \omega_c T_c &= (1 - \omega_c^2/E)/\alpha, \\ \sin \omega_c T_c &= -\omega_c/(\alpha E). \end{aligned} \quad (4)$$

Из (4) следует, что критические значения существуют при

$$E > [1 + (1 - \alpha^2)^{1/2}]/(2\alpha^2) \geq 1/2 \quad (5)$$

и равны

$$\begin{aligned} T_c &= \Omega^{-1} \left[E - \frac{1}{2} \pm \left(E^2 \alpha^2 - E + \frac{1}{4} \right)^{1/2} \right]^{-1/2} \times \\ &\times \left\{ -\arccos \frac{1/2 \pm (E^2 \alpha^2 - E + 1/4)^{1/2}}{\alpha E} + 2\pi n \right\}, \quad (6) \\ &n = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Минимальное критическое значение T_1 , соответствующее $n=1$ и выбору верхнего знака, разделяет области устойчивости и неустойчивости положения равновесия (2). Неравенство (5) выполнено не при всех значениях параметров системы. Так, если индуцированное звездообразование отсутствует ($a=0$), то имеем $E = 2bM_c^0 r (2bM_c^0 + r)^{-2} \leq 1/4$.

Это означает, что равновесие (2) устойчиво при сколь угодно большом запаздывании T . В другом предельном случае ($b=0$) получаем $E = r^2(1-\alpha)(Aa)^{-1}$. Очевидно, существуют значения параметров, при которых неравенство (5) выполнено; в частности, для значений параметров, приведенных в разделе «Основные уравнения».

Наличие критических значений — достаточное условие существования незатухающих нелинейных осцилляций. При превышении T минимального критического значения ($T = T_c + \delta T$) положение равновесия, как уже отмечалось, теряет устойчивость. При этом возникают незатухающие нелинейные осцилляции, т. е. рождается предельный цикл. Амплитуда осцилляций увеличивается с увеличением δT [10]. Таким образом, для параметров системы (1), удовлетворяющих условию (5), при достаточно большом запаздывании T система (1) имеет решения в виде незатухающих нелинейных колебаний.

Численные результаты. Для численного решения уравнений (1) необходимо знать состояние системы не только в текущий момент времени, но и предысторию в течение времени запаздывания T . Нами рассмотрено три варианта эволюции системы. В первом — система находится в положении неустойчивого равновесия. Во втором — прослеживается эволюция «газовой протогалактики». В начальный момент звезд нет, и в течение времени T не происходит превращение горячего газа, эжектированного звездами, в облака. Третий вариант моделирует эволюцию системы, находившейся в устойчивом положении равновесия, при нарастании темпа аккреции. Большому темпу аккреции может соответствовать неустойчивое положение равновесия, что приводит к периодическим вспышкам звездообразования.

Рассмотрим сначала поведение системы, в которой доминирует индуцированное звездообразование ($b \ll a$). В этом случае при принятых значениях параметров критическое время запаздывания, определяющее границу области устойчивости, $T_c \approx 10^8$ лет. Расчет при запаздывании, близком к критическому, подтверждает выводы линейной теории. При $T < T_c$ массы звезд и облаков стремятся к равновесному значению. При надкритическом времени запаздывания в системе развиваются незатухающие нелинейные осцилляции. Вблизи критического значения их амплитуда мала, в соответствии с общей теорией [10].

Нетривиальная картина возникает при достаточно большом времени запаздывания. На рис. 1 показана эволюция системы из неустойчивого положения равновесия для времени запаздывания $T=1.5 \cdot 10^8$ лет (в полтора раза больше критического). В течение примерно 10^9 лет в системе развиваются сильно нелинейные осцилляции с периодом, приблизительно равным времени запаздывания. При развитых осцилляциях масса звездного компонента системы изменяется более чем на порядок, достигая примерно $4 \cdot 10^8 M_{\odot}$. Звездообразование носит характер

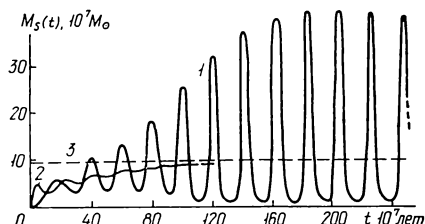
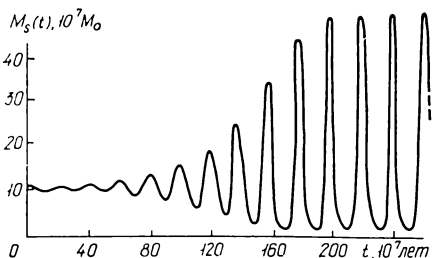


Рис. 1. Зависимость массы звездного компонента от времени при малом возмущении неустойчивого равновесия и нелинейная стабилизация неустойчивости при доминирующей роли индуцированного звездообразования ($a=0.01 \gg b=10^{-5}$)

Рис. 2. Эволюция «протогалактического» газового облака. Кривая 1 получена при тех же значениях параметров, что и на рис. 1; кривая 2 иллюстрирует устойчивость системы при большом относительном вкладе спонтанного звездообразования ($a=b=0.01$); прямая 3 — равновесная масса звездного компонента

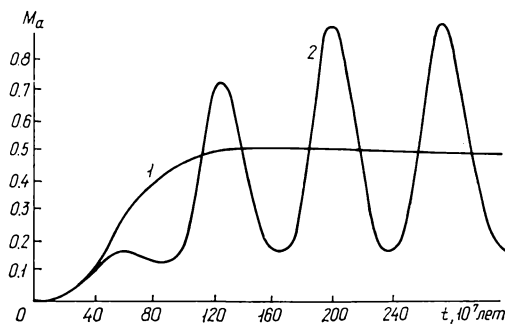
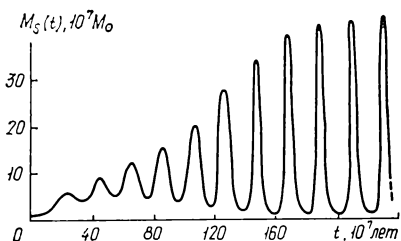


Рис. 3. Потеря устойчивости системой с доминирующим индуцированным звездообразованием при возрастании темпа аккреции от 0.3 до $3 M_{\odot}/\text{год}$ за 10^8 лет ($a=0.01$, $b=10^{-5}$)

Рис. 4. Решение нелинейных уравнений, описывающих глобальное временное поведение, наблюдавшееся в численных экспериментах [23]. M_a — доля массы «активного» газа. Критическое время запаздывания $\tau_c=31$ при значениях параметров модели $r=0.2$, $p_1=0.2$, $\tau_0=10$. Кривая 1 соответствует устойчивому случаю $\tau=8$. При $\tau=40$ (кривая 2) устойчивость нарушается и система выходит на режим нелинейных осцилляций

вспышек с темпом рождения ОВ-звезд приблизительно $7 M_{\odot}/\text{год}$. Замечательно, что, по данным [11, 20], темп рождения звезд в галактиках с наиболее ярко выраженными вспышками звездообразования близок к полученной оценке.

Моделирование поведения «газовой протогалактики» и эволюции системы вследствие увеличения темпа аккреции показывает, что в этих случаях развитие нелинейных осцилляций происходит значительно быстрее, но качественная картина поведения системы остается прежней. Зависимость массы звезд от времени для варианта «газовой протогалактики» показана на рис. 2 (кривая 1), а для нарастающего темпа аккреции — на рис. 3.

Отметим, что процессы запаздывания в системе не приводят автоматически к нелинейному периодическому поведению, как могло пока-

заться на первый взгляд. В возникновении колебательного режима определяющую роль играет не столько запаздывание, сколько его сочетание с индуцированным звездообразованием. Как было показано выше, при отсутствии индуцированного звездообразования потери устойчивости не происходит и периодические колебания не возникают. Нами сделан расчет для промежуточного случая, когда относительный вклад канала, связанного с облачными соударениями, не мал (рис. 2, кривая 2). Система монотонно приближается к положению равновесия, совершая слабые затухающие осцилляции.

Систему (1), в которой нет индуцированного звездообразования, по-видимому, можно рассматривать как один из вариантов математической формулировки качественной картины эволюции галактики, предложенной в [9]. В рамках обсуждаемой модели вспышки звездообразования в этом случае невозможны. Поэтому можно предположить, что наблюдательные свидетельства вспышек звездообразования являются независимым подтверждением существования процесса индуцированного звездообразования.

Когерентные галактические осцилляции в модели Сейдена и Геролы. Как уже отмечалось, когерентные галактические осцилляции в системах с индуцированным звездообразованием впервые наблюдались в численных экспериментах Сейдена и др. [23] (см. также [22]). В этих экспериментах галактический диск моделировался набором ячеек, содержащих газ в «активной» фазе, способный к звездообразованию, и неактивный газ. В ячейке происходит звездообразование, если на предыдущем временном шаге звездообразование происходило в одной из соседних ячеек. Вероятность образования звезд в ячейке пропорциональна количеству активного газа. Если в ячейке происходит звездообразование, то весь газ становится неактивным. Превращение газа в активную форму происходит с характерным временем τ . Таким образом, в течение времени τ после того, как в ячейке произошло звездообразование, вероятность звездообразования в ней понижена.

Глобальные свойства систем с индуцированным звездообразованием, обнаруженные в численных экспериментах [22], можно понять на основе феноменологической модели, аналогичной модели (1). Если предположить, что вероятность рождения звезд в течение времени восстановления τ понижена до нуля, можно легко показать, что динамика среднего числа звезд и средней массы активного и неактивного газа в численном эксперименте [23] адекватно описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{M}_a &= -\rho M_a N_s + M_i(t - \tau)/\tau_0, \\ \dot{M}_i &= \rho M_a N_s - M_i(t - \tau)/\tau_0, \\ \dot{N}_s &= \rho_1 M_a N_s - r N_s, \end{aligned} \quad (7)$$

где M_a , M_i — массы газа в активной и неактивной фазах соответственно (полная масса газа сохраняется, как предполагалось в [23]); N_s — число звезд; τ — время восстановления. Исследование системы (7) на устойчивость, аналогичное проведенному выше, показывает, что неустойчивость возможна при превышении времени восстановления некоторого критического τ_c . На рис. 4 представлены численные результаты для двух времен запаздывания, $\tau_1 < \tau_c$ (кривая 1) и $\tau_2 > \tau_c$ (кривая 2). Если время запаздывания меньше критического, то система монотонно стремится к равновесному состоянию, не проявляя осцилляторного поведения. При запаздывании больше критического значения система демонстрирует развитые нелинейные периодические осцилляции. Эти результаты хорошо согласуются с результатами численных экспериментов Сейдена и др. [23]: развитие когерентных осцилляций активного газа

и звезд наблюдалось в экспериментах, когда время восстановления превышало $3 \cdot 10^8$ лет. Обратим внимание на другой факт: одновременно с осцилляциями в экспериментах [23] отмечалось появление двухрукавных глобальных спиральных ветвей. Наличие обратных связей в таких системах, далеких от термодинамического равновесия, какими являются звездно-газовые звездообразующие диски, делает естественной подобную пространственную самоорганизацию, как показывают примеры из химии и гидродинамики. Таким образом, нелинейная самоорганизация может быть одним из механизмов генерации крупномасштабных спиральных узоров в галактиках.

1. Амбарцумян В. А. Эволюция звезд и астрофизика.— Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1947.—36 с.
2. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний.— М.: Наука, 1981.—568 с.
3. Гноенский Л. С., Каменский Г. А., Эльсгольц Л. Э. Математические основы теории управляемых систем.— М.: Наука, 1969.—512 с.
4. Ефремов Ю. Н. Рассеянные звездные скопления, ассоциации и комплексы // Итоги науки и техники / ВИНТИ. Астрономия.— 1985.—27.— С. 102—103.
5. Изотов Ю. И. Образование звезд первого поколения. II. Максимальные массы звезд // Кинематика и физика небес. тел.— 1987.—3, № 4.— С. 30—39.
6. Корчагин В. И., Рябцев А. Д. О неравномерности темпа звездообразования // Там же.— 1986.—2, № 3.— С. 3—7.
7. Лада Ч. Дж., Блитц Л., Элмегрин Б. Ж. Образование звезд в OB-ассоциациях // Протозвезды и планеты.— М.: Мир, 1982.— С. 389—419.
8. Неймарк Ю. И. Устойчивость линеаризованных систем.— Л.: Изд-во АН СССР, 1949.—120 с.
9. Сучков А. А., Шекинов Ю. А. Задержки звездообразования в галактиках // Астрон. журн.— 1979.—56, вып. 6.— С. 1179—1187.
10. Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн Н. Теория и приложения бифуркации рождения цикла.— М.: Мир, 1985.—280 с.
11. Ball R., Sargent A. I., Scoville N. Z. et al. The molecular bar and star formation in the nucleus of NGC 6946 // *Astrophys. J.*— 1985.—298, N 1.— P. L21—L25.
12. Bodifée G., de Loore C. Oscillations in star formation and contents of a molecular cloud complex // *Astron. and Astrophys.*— 1985.—142, N 2.— P. 297—315.
13. Cameron A. G. W. Star formation and extinct radioactivities // *Icarus.*— 1984.—60, N 2.— P. 416—427.
14. Feitzinger J. V. Spiral structure in galaxies: large scale stochastic self-organization of interstellar matter and young star // *Milky Way Galaxy: Proc. 106 Symp. Groningen, 30 May—3 June, 1983.*— Dordrecht etc.: 1985.— P. 559—560.
15. Ferrini F., Marchesoni F. Stochastic models for the evolution of open stellar systems // *Astrophys. J.*— 1984.—284, N 1.— P. 17—25.
16. Goldreich P., Lynden-Bell D. Spiral arms as sheared gravitational instabilities // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*— 1965.—130, N 2/3.— P. 125—158.
17. Krebs J., Hillebrandt W. The interaction of supernova shock fronts and nearly interstellar clouds // *Astron. and Astrophys.*— 1983.—128, N 2.— P. 411—419.
18. Norman C., Silk J. Clumpy molecular clouds: a dynamic model self-consistently regulated by T-Tauri star formation // *Astrophys. J.*— 1980.—238, N 1.— P. 158—174.
19. Roberts W., Hausman M. Spiral structure and star formation. I. Formation mechanisms and mean free paths // *Ibid.*— 1984.—277, N 3.— P. 744—767.
20. Sanders P. B., Mirabel I. F. CO detection and IRAS observation of bright radio spiral galaxies at $cz \leq 9000$ kilometers per second // *Ibid.*— 1985.—298, N 2.— P. L31—L35.
21. Searle L., Sargent W., Bagnulo W. The history of star formation and colours of late-type galaxies // *Ibid.*— 1973.—179, N 2.— P. 427—438.
22. Seiden P. E., Gerola H. Properties of spiral galaxies from a stochastic star formation model // *Ibid.*— 1979.—233, N 1.— P. 56—66.
23. Seiden P. E., Schulman L., Feitzinger J. V. Coherent galactic oscillations // *Ibid.*— 1982.—253, N 1.— P. 91—100.
24. Shore S. N. The effect of induced star formation on the evolution of the galaxy. I. One-zone models // *Ibid.*— 1981.—249, N 1.— P. 93—98.
25. Talbot R. J., Jr, Arnett W. D. The evolution of galaxies. I. Formulation and mathematical behavior of the one-zone model // *Ibid.*— 1971.—170, N 3.— P. 409—422.
26. Turner B. E. How stars form: a synthesis of modern ideas // *Vistas Astron.*— 1984.—27.— P. 303—332.
27. Woodward P. R. Shock-driven implosion of interstellar gas clouds and star formation // *Astrophys. J.*— 1976.—207, N 2.— P. 484—501.