

УДК 520.2.03

## Определение коэффициентов дисторсии, комы и уравнения блеска телескопа ДША ( $D=40$ см, $F=2$ м) ГАО АН УССР

Г. А. Иванов, А. Н. Курьянова, А. И. Яценко

Произведена совместная обработка двух экспозиций разной длительности семи снимков неба, полученных на широкоугольном астрографе Цейса. Определены коэффициенты комы, уравнения блеска и дисторсии для полей  $4^\circ \times 4^\circ$  и  $8^\circ \times 8^\circ$ . Найдено, что учет комы и уравнения блеска на поле  $4^\circ \times 4^\circ$  позволяет уменьшить дисперсию остаточных уклонений привязки измеренных координат к идеальным в 1.3 раза. Показано, что масштаб и дисторсия снимка широкоугольного телескопа зависят от длительности экспозиции.

*DETERMINATION OF MAGNITUDE EQUATION, DISTORSION AND COMA COEFFICIENTS OF ASTROGRAPH ( $D=40$  cm,  $F=2$  m) OF THE MAIN ASTRONOMICAL OBSERVATORY OF THE ACADEMY OF SCIENCES OF THE UKRAINIAN SSR, by Ivanov G. A., Kur'yanova A. N., Yatsenko A. I.—The combined reduction of two exposures of different duration on seven plates obtained with the wide-angle astrograph is made. Coefficients of magnitude equation, distortion and coma are given for the plate fields  $4^\circ \times 4^\circ$  and  $8^\circ \times 8^\circ$ . Taking the magnitude equation and coma into account for the field  $4^\circ \times 4^\circ$  the dispersion of the residual deviations between the measured and ideal coordinates decreases 1.3 times. It is shown that the plate scale and distortion depend on the duration of the exposure.*

**Введение.** Работа выполнена в рамках комплексной программы фотографического обзора северного неба (ФОН) широкоугольными астрографами (ША) и/п Карл Цейс, г. Йена [4]. Инструменты данного типа имеют сравнительно небольшое фокусное расстояние ( $F=2$ , 3 м при  $D=40$  см). Использование автоматических измерительных машин, исследование оптических aberrаций [3] и учет их влияния на определяемые положения звезд, использование экспозиций разной длительности для учета ошибок комы и уравнения блеска (УБ) [2], а также обработка измеренного массива звезд методом перекрывающихся пластинок позволяют повысить точность определения положений и собственных движений звезд при создании опорных координатных систем различного назначения.

В данной статье негативы двойного ША ГАО АН УССР ( $D=40$  см,  $F=2$  м) используются для рассмотрения вопросов, связанных с выбором модели редукции астрофотографии и определением параметров этой модели (коэффициентов дисторсии, комы и уравнения блеска). Производятся раздельная и совместная обработка двух систем изображений звезд на пластинке.

**Наблюдательный материал. Измерения.** Характеристика наблюдательного материала приведена в табл. 1. Для измерения на пластинках с полем  $4^\circ \times 4^\circ$  выбрано приблизительно 110 равномерно расположенных звезд AGK3, на пластинках с полем  $8^\circ \times 8^\circ$  — около 60 звезд AGK3, имеющихся в каталоге AGK3R. Измерялись положения изображений, полученных при длинной и короткой экспозициях. С помощью фотометрической насадки «Аскориса» проводилась также их фотометрия. Пластинки 247, 304 (поле  $8^\circ \times 8^\circ$ ) измерены и на автоматической измерительной машине (АИМ) в Астрономической обсерватории им. В. П. Энгельгардта (Казань). Средняя квадратичная ошибка измерения одного изображения на пластинке 304, найденная по внутренней сходимости, составила 0.74 мкм, на пластинке 247 — 2.64 мкм. Ухудшение сходимости результатов измерений в последнем случае объясняется неравномерностью фона и большой звездной плотностью. Отметим, что ошибка

Таблица 1. Наблюдательный материал

Номер п/п	Номер пластины	Наблюдатель. Дата получения	Температура, °C	Координаты центра		Измеритель. Измерительный прибор	Измеряемое поле
				$\alpha_{1988}$	$\delta_{1988}$		
1	247	Яценко А. И. 09.11.83 г.	+6.0	23°43.3'	+51°55'	Иванов Г. А. «Аскорекорд» Целищев И. Е. (АИМ)	$8^\circ \times 8^\circ$
2	304	Иванов Г. А. 23.01.84 г.	-9.5	11 43.2	+52 05	Иванов Г. А. «Аскорекорд» Целищев И. Е. (АИМ)	$8^\circ \times 8^\circ$
3	219	Иванов Г. А. 03.11.83 г.	+5.0	23 27.3	+59 55	Яценко А. И. «Аскорекорд»	$4^\circ \times 4^\circ$
4	220	Иванов Г. А. 03.11.83 г.	+4.0	23 43.3	+59 55	Яценко А. И. «Аскорекорд»	$4^\circ \times 4^\circ$
5	221	Иванов Г. А. 03.11.83 г.	+4.0	23 59.2	+59 55	Яценко А. И. «Аскорекорд»	$4^\circ \times 4^\circ$
6	222	Иванов Г. А. 03.11.83 г.	+4.0	00 31.2	+59 55	Яценко А. И. «Аскорекорд»	$4^\circ \times 4^\circ$
7	523	Пакуляк Л. К. 21.10.84 г.	+10.0	00 15.2	+59 55	Яценко А. И. «Аскорекорд»	$4^\circ \times 4^\circ$

измерений изображений звезд оператором в полуавтоматическом режиме на измерительной машине «Аскорекорд» составляет в среднем 2.5—3 мкм. Прибор АИМ совершенствуется, и в дальнейшем трудности, связанные с измерением подобных пластинок, будут преодолены.

Такой выбор материала позволил провести сравнение точности определения постоянных пластиинки для каталогов AGK3 и AGK3R, по измерениям на различных типах измерительных машин, а также для полей  $8^\circ \times 8^\circ$  и  $4^\circ \times 4^\circ$ .

**Раздельная обработка двух систем изображений.** Для установления вида зависимости между измеренными и идеальными координатами звезд использовался метод, разработанный в ГАО АН УССР [5]. Идеальные координаты звезд представлялись в виде полинома по степеням измеренных координат и фотометрических отсчетов:

$$\xi = \sum_{i=0}^{g_1} \sum_{j=0}^{g_2} \sum_{k=0}^{g_3} b_{ijk} F_{ijk} + \zeta; \quad \eta = \sum_{i=0}^{g_1} \sum_{j=0}^{g_2} \sum_{k=0}^{g_3} b'_{ijk} F_{ijk} + \zeta', \quad (1)$$

где компоненты векторов  $\xi$  и  $\eta$  равны разностям идеальных и измеренных координат опорных звезд ( $X_l - x_l$ ) и ( $Y_l - y_l$ ) соответственно,  $l = 1 \dots N$ ;  $F_{ijk}$  — вектор, компонентами которого являются произведения  $x_i y_j z^k$  в  $N$  точках. Здесь  $z$  принимает значения  $z = t - m_0$  или  $z = D - D_0$ , где  $t$  — звездная величина;  $D$  — фотометрический отсчет при наведении на изображение звезды;  $m_0$ ,  $D_0$  — среднее значение  $t$  или  $D$  соответственно для данной системы изображений опорных звезд;  $\zeta$  и  $\zeta'$  — векторы невязок.

От разложения вида (1) целесообразно перейти к разложению

$$\xi = \sum_{i=0}^{g_1} \sum_{j=0}^{g_2} \sum_{k=0}^{g_3} a_{ijk} \Phi_{ijk} + \zeta, \quad \eta = \sum_{i=0}^{g_1} \sum_{j=0}^{g_2} \sum_{k=0}^{g_3} a'_{ijk} \Phi_{ijk} + \zeta',$$

в котором векторы  $\Phi_{ijk}$  удовлетворяют условию ортогональности ( $\Phi_{nml} \cdot \Phi_{ijk}$ ) = 0 для всех  $(i, j, k) \neq (n, m, l)$  и получены из  $F_{ijk}$  методом ортогонализации Грама — Шмидта [см. 1]. Коэффициенты  $a_{ijk}$  опреде-

Таблица 2. Коэффициенты дисторсии,  $10^{-7} \text{ мм}^{-2}$ 

Пластинки	Количество звезд	Экспозиции		
		длинная	короткая	общее решение
<b>«Аскорекорд» (ГАО АН УССР)</b>				
219—222,525 ( $4^\circ \times 4^\circ$ )	110	+0.55 ±0.11 (±0.04)	+0.50 ±0.08 (±0.01)	+0.55 или +0.51 ±0.08 (±0.05)
247, 304 ( $8^\circ \times 8^\circ$ )	58, 53	+0.54 0.05	+0.42 0.04	+0.53 или +0.42 0.02
<b>АИМ (АОЭ)</b>				
247, 304 ( $8^\circ \times 8^\circ$ )	58, 53	+0.60 0.08	+0.48 0.06	+0.59 или 0.47 0.04

ляются независимо друг от друга. Кроме того, для проверки их значимости на каждом шаге можно использовать  $F$ -критерий [1].

От коэффициентов  $\hat{a}_{ijk}$  легко перейти к коэффициентам разложения в неортогональном базисе  $\hat{b}_{ijk}$  по методике, описанной в [5].

Представляя разности идеальных и измеренных координат в виде полинома (1), мы ограничились пятой степенью измеренных координат ( $g_1=g_2=5$ ) и первой степенью фотометрических отсчетов ( $g_3=1$ ), поскольку применение второй степени фотометрических отсчетов является на практике излишним.

Практика обработки указанных пластинок показала, что, представляя разности измеренных координат в виде полинома (1), можно ограничиться третьей степенью измеренных координат ( $g_1=g_3=3$ ). Соответствующие коэффициенты комы, уравнения блеска и дисторсии, полученные по различным экспозициям, приведены в табл. 2, 3, 4. Обсуждение результатов будет проводиться ниже.

**Совместная обработка двух систем изображений.** Сначала измеренные координаты изображений звезд короткой экспозиции переводили в систему измеренных координат длинной экспозиции. Параметры связи между двумя системами измеренных координат находили из решения уравнений типа (1), записанных для разностей измеренных координат звезд разных экспозиций. Несмотря на определение при этом коэффициентов, учитывающих различие эффектов комы и УБ, поправки за них при переходе к системе длинной экспозиции не вводились, с тем чтобы найти значения комы и УБ из совместного решения по всему диапазону фотометрических отсчетов двух экспозиций. Затем составляли условные уравнения типа (1) для обеих экспозиций. Идеальные координаты звезд в правых частях этих уравнений брали одинаковыми для обеих систем изображений и вычисляли для оптического центра длинной экспозиции. В этом случае все постоянные пластиинки, в том числе УБ и кома, оказались близкими к их значениям, найденным из решения уравнений (1) отдельно для длинной экспозиции.

Аналогичную совместную систему уравнений решали после перехода к системе измеренных координат для короткой экспозиции. При этом линейные квадратичные и кубические члены совпадали с полученными отдельно по короткой экспозиции, а значения комы и УБ остались прежними. Кроме того, они совпадали со значениями, полученными из решения уравнений связи измеренных координат. Следует вывод, что отличие комы и УБ по короткой экспозиции от значений, полученных в совместном решении, вызвано низкой точностью их определения по короткой экспозиции.

Таблица 3. Коэффициенты комы, мкм

Пластины	Координата	Количество звезд	Звездные величины		Диаметры	
			«Аскорекорд» (ГАО АН УССР)		Экспозиции	
			длинная, короткая (среднее арифметическое значение)	длинная	короткая	общее решение
219—222, 523 (4°×4°)	x	110	-	+0.016 ±0.018 (±0.010)	+0.016 ±0.018 (±0.014)	+0.112 ±0.006 (±0.016) —0.009 ±0.006 (±0.008)
	y		-	+0.083 ±0.018 (±0.010)	+0.025 ±0.010	+0.010 +0.082
304 (8°×8°)	x	58	-0.045 0.026 -0.009	+0.130 0.034 +0.045	-0.056 +0.096 0.019 -0.121	-0.022 +0.142 0.028 -0.048
	y				-0.079	+0.011 -0.039
247 (8°×8°)	x	53	+0.054 0.036 -0.009	+0.015 0.030 +0.050	-0.041 -0.121 0.046 +0.068	-0.051 -0.102 0.030 -0.019
	y				+0.005	+0.002 -0.004 +0.018
					AIM (AOЭ)	
304 (8°×8°)	x	53	-0.024 0.025 -0.044	+0.055 0.030 +0.060	-0.039 +0.011 -0.032	-0.009 +0.002 +0.024
	y				0.066 0.024 +0.221	0.030 0.030 -0.011
247 (8°×8°)	x	45	+0.060 0.056 +0.081	+0.042 0.059 +0.103	-	+0.019 +0.091 -0.136
	y					0.065 0.082 +0.183

Таблица 4. Коэффициенты уравнения блеска, мкм

Пластинки	Координата	Количество звезд	Экспозиции	
			длинная, короткая	общее решение
<b>«Аскорекорд» (ГАО АН УССР)</b>				
219—222, 523 ( $4^\circ \times 4^\circ$ )	<i>x</i>	110	+0.76 $\pm 0.70$ ( $\pm 0.36$ )	+1.25 $\pm 0.21$ ( $\pm 0.37$ )
	<i>y</i>		+0.80	+0.86
304 ( $8^\circ \times 8^\circ$ )	<i>x</i>	58	+2.81 2.11 —0.45	+3.64 0.38 —2.62
	<i>y</i>			
247 ( $8^\circ \times 8^\circ$ )	<i>x</i>	53	+2.78 2.26 +0.65	—0.92 0.42 +0.45
	<i>y</i>			
<b>АИМ (АОЭ)</b>				
304 ( $8^\circ \times 8^\circ$ )	<i>x</i>	53	—0.45 2.50 +1.75	+2.87 0.48 —2.57
	<i>y</i>			

Близость значений комы, УБ и дисторсии, полученных по совместному и отдельному для длинной экспозиции решениям, свидетельствует о возможности распространения такого совместного решения на звезды с отдельными изображениями на поле  $4^\circ \times 4^\circ$ .

Для установления зависимости между измеренными и идеальными координатами использовали также и двухмерные (зависящие только от координат) ортогональные полиномы, как это делалось в работе [5]. Для поля  $8^\circ \times 8^\circ$  применение трехмерных полиномов в среднем не дает значимого уменьшения ошибки единицы веса ( $\sigma_0$ ) при решении системы условных уравнений типа (1). Однако для поля  $4^\circ \times 4^\circ$  введение зависимостей от диаметров звездных изображений дало значимое согласно  $F$ -критерию (5 % уровень значимости) уменьшение ошибки единицы веса. При 100—120 опорных звездах из каталога AGK3 отношение  $\sigma_0^2$  двухм./ $\sigma_0^2$  трехм. оказалось равным 1.26.

В измеренные координаты звезд одной из пластинок с полем  $4^\circ \times 4^\circ$  вводились поправки за кому и УБ, полученные усреднением этих эффектов по пяти пластинкам с полем  $4^\circ \times 4^\circ$ . Затем из совместного решения по обеим системам изображений определяли постоянные пластиинки с использованием двухмерных ортогональных полиномов. Ошибки единицы веса при этом получаются меньше, чем при использовании тех же двухмерных полиномов без предварительного исправления измерений за эффект комы и УБ. Это, на наш взгляд, свидетельствует о реальности самих эффектов комы и УБ и полученных значений соответствующих коэффициентов.

**Обсуждение результатов.** В табл. 2—4 приведены значения коэффициентов дисторсии, комы и УБ, средние квадратичные ошибки их определения и средние квадратичные ошибки арифметической середины (значения в скобках), усредненные по обеим координатам. В колонке «общее решение» представлены результаты совместной обработки двух систем изображений (длинная и короткая экспозиции).

Все указанные данные приводятся для различных вариантов обработки с использованием положений одних и тех же опорных звезд из каталогов AGK3 и AGK3R, звездных величин из каталогов AGK3 и BD или диаметров изображений, измеренных на «Аскорекорде» или АИМ.

**Дисторсия.** Усредненные значения коэффициентов, характеризующих дисторсию при членах  $x^3$ ,  $y^3$ ,  $xy^2$  и  $yx^2$ , приводятся в табл. 2. В ко-

лонке «общее решение» приведены значения, полученные при совместной обработке двух систем изображений по описанной методике с переходом от короткой экспозиции к длинной и наоборот. Как видно из таблицы, значения коэффициентов дисторсии при обработке изображений, полученных с длинной и короткой экспозициями, систематически различаются. Этот эффект можно объяснить различием масштабов снимков с длинной и короткой экспозициями. Действительно, фокусные расстояния (обратно пропорциональные масштабам), найденные визуально по снимкам ярких звезд, не совпадают с аналогичными определениями по слабым объектам [6]. Изменение диаметров изображений звезд при переходе от короткой к длинной экспозиции адекватно, по-видимому, изменению их средней яркости, что и приводит к различию соответствующих коэффициентов масштаба и дисторсии.

Расхождения в значениях коэффициентов дисторсии, определенных по обработке измерений на «Аскорекорде» и АИМ, вероятно объясняются различием в оценке центра почернения изображений звезд измерителем и автоматической машиной. Предположение о влиянии конфигурации и показателя цвета звезд (измерения в АОЭ проводили по меньшему количеству звезд) не подтвердилось.

**Кома.** Коэффициенты комы, полученные из решения систем уравнений вида (1), представлены в табл. 3. В нашем случае принятая модель зависимости комы ( $k, k_1$ ) от расстояния изображения звезды от центра снимка, диаметра или звездной величины. По координате  $x$  кома учитывается членами  $k_{zx}$  (главный член) и  $k_{zy}$ , по координате  $y$  — членами  $k_{zxx}$  и  $k_{zyy}$  (главный член). В таком порядке они даны и в таблице. Для пластинки 247 (АИМ) приведены значения коэффициентов, определенные по изображениям с короткой экспозицией.

Для случая «звездные величины» коэффициенты комы, определенные по изображениям звезд длинной и короткой экспозиций, совпадают, для случая «диаметры» — различаются. Видимо, это определяется нелинейным характером кривой при построении зависимости диаметр изображения — звездная величина для слабых и ярких изображений.

Различия в значениях коэффициентов между пластинками 247, 304 и измерениями на «Аскорекорде» и АИМ скорее всего проявление температурных эффектов (табл. 1, температура) и эффектов измерения.

Обработка снимков с полем  $8^\circ \times 8^\circ$  показала наличие, как мы назвали, эффекта «тангенциальной» комы — член  $k_{zy}$  по координате  $x$  и  $k_{zx}$  по координате  $y$ , что в случае поля  $4^\circ \times 4^\circ$  наблюдается только для одной пластиинки.

Отметим, что значения коэффициентов сильно различаются в зависимости от того, какое поле мы используем для их определения —  $4^\circ \times 4^\circ$  или  $8^\circ \times 8^\circ$ . Объяснение этому можно дать следующее. Работая с полем  $4^\circ \times 4^\circ$ , где эффекты комы проявляются неявно, измеритель делает большую ошибку при нахождении истинного центра почернения. Эта ошибка быстро растет от центра к краю рабочего поля. В случае поля  $8^\circ \times 8^\circ$ , где изображение звезды имеет «кометообразный» вид, измеритель более уверенно отождествляет истинный центр почернения, соответствующий максимальной концентрации света. Некоторое различие может объясняться также проявлением эффектов виньетирования и личных ошибок измерителей. Последнее предполагается проверить.

**Уравнение блеска.** При раздельном решении по изображениям звезд, полученным с длинной и короткой экспозициями, для пластинок с полями  $4^\circ \times 4^\circ$  и  $8^\circ \times 8^\circ$  значения коэффициентов УБ совпадают с точностью ошибки их определения. Поэтому в табл. 4 приводятся их усредненные значения. В случае общего решения повышается точность определения коэффициентов УБ, что свидетельствует об эффективности метода многократных экспозиций для учета этой ошибки. Различие в значениях коэффициентов для пластинок 247 и 304, полученных при различных температурах и для различных полей ( $4^\circ \times 4^\circ$  и  $8^\circ \times 8^\circ$ ), значи-

мы. В последнем случае это может быть вызвано эффектами измерения различных по структуре изображений звезд, различием личных ошибок измерений измерителей и виньетированием.

**Выводы.** 1. При совместной обработке двух систем изображений на полях  $4^\circ \times 4^\circ$  и  $8^\circ \times 8^\circ$  для учета различий масштаба и дисторсии необходимо предварительно свести все измерения в систему одной из экспозиций. 2. Учет комы и УБ на поле  $4^\circ \times 4^\circ$  позволяет уменьшить дисперсию остаточных уклонений привязки измеренных координат к идеальным в 1.3 раза. Средние квадратичные ошибки единицы веса привязки измеренных координат к идеальным в случае поля  $4^\circ \times 4^\circ$  в 1.5 раза меньше, чем для поля  $8^\circ \times 8^\circ$ . 3. Использование звезд каталогов AGK3 или AGK3R в качестве опорных при определении дисторсии, комы и УБ не показало значимых различий в значениях коэффициентов. 4. Обнаружена устойчивая систематическая разность в значениях коэффициента дисторсии при обработке изображений звезд с длинной и короткой экспозициями, что объясняется различием масштабов и структур изображений звезд. 5. Обработка измерений, выполненных на автоматической измерительной машине (АОЭ), не привела к существенному улучшению точности определяемых величин и решения системы вида (1), т. е. средней квадратичной ошибки единицы веса. 6. Различие в определяемых значениях коэффициентов дисторсии, комы и УБ для полей  $4^\circ \times 4^\circ$  и  $8^\circ \times 8^\circ$  свидетельствует о необходимости раздельного использования коэффициентов для разных полей.

1. Зверев М. С., Курьянова А. Н., Положенцев Д. Д., Яцкiv Я. С. Сводный каталог фундаментальных слабых звезд со склонениями от  $+90^\circ$  до  $-20^\circ$  (ПФКСЗ-2).—Киев: Наук. думка, 1980.—108 с.
2. Иванов Г. А., Онегина А. Б., Яценко А. И. Учет уравнения блеска с использованием экспозиций разной длительности. I. Математическая модель учета уравнения блеска // Астрометрия и астрофизика.—1984.—Вып. 53.—С. 53—56.
3. Иванов Г. А., Рахматов Э., Юрьевич В. А. и др. Сравнительное исследование оптических характеристик объективов астрографов и/п Карл Цейс г. Иена. Проникающая сила // Кинематика и физика небес. тел.—1985.—1, № 2.—С. 72—77.
4. Колчинский И. Г., Онегина А. Б. План фотографирования неба на широкоугольных астрографах // Астрометрия и астрофизика.—1977.—Вып. 33.—С. 11—16.
5. Курьянова А. Н., Кизюк Л. Н. Опыт использования ортогональных полиномов для установления связи между измеренными и идеальными координатами // Кинематика и физика небес. тел.—1985.—1, № 2.—С. 9—14.
6. Майор С. П., Иванов Г. А., Канивец А. Н. Опыт исследования сферической и хроматической aberrаций двойного широкоугольного астрографа 400/2000 // Астрометрия и астрофизика.—1982.—Вып. 47.—С. 84—87.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР,  
Киев

Поступила в редакцию 28.05.86,  
после доработки 26.08.86