

УДК 521.93

К вопросу определения параметров вращения Земли по лазерным наблюдениям ИСЗ

И. М. Цюпак

Описана методика определения параметров вращения Земли (ПВЗ) по лазерным наблюдениям ИСЗ, предусматривающая учет влияния ПВЗ на вычисляемый вектор состояния спутника и совместное определение параметров орбиты, координат полюса и звездного времени с использованием априорной информации. С помощью предлагаемой методики обработаны данные лазерной локации ИСЗ LAGEOS, полученные в рамках короткой кампании MERIT. Приведены результаты определения ПВЗ.

ON THE DETERMINATION OF THE EARTH'S ROTATION PARAMETERS ON THE BASIS OF SATELLITE LASER RANGING, by Tsyupak I. M. — The procedure for determining the Earth's rotation parameters (ERP) on the basis of the satellite laser ranging is described. The procedure provides for: taking into account the influence of the ERP on the calculation of the orbital parameters; determining simultaneously the satellite orbit, pole coordinates and sidereal time using a priori information. The LAGEOS laser data from short MERIT campaign are reduced by the method proposed. The results of determination of the ERP are presented.

Введение. В настоящее время широко используются спутниковые методы решения глобальных геодезических и геодинамических задач, в частности, для определения параметров вращения Земли (ПВЗ). Значительный толчок развитию спутниковых методов определения ПВЗ дало проведение Международного проекта MERIT. При этом лазерная локация ИСЗ LAGEOS оказалась одним из перспективных методов определения ПВЗ в рамках международной службы.

Общеизвестно, что в основе спутниковых методов определения ПВЗ лежит векторное уравнение

$$\rho = r - R, \tag{1}$$

связывающее геоцентрический R радиус-вектор станции наблюдения, геоцентрический r и топоцентрический ρ радиусы-векторы ИСЗ. При этом традиционно учитываются ошибки преобразования координат станций из земной в инерциальную систему координат, возникающие из-за неточности (или неучета) ПВЗ. Влияние ошибочности последних на вектор состояния спутника r и \dot{r} , возникающие при численном интегрировании уравнений движения ИСЗ, не учитывается. Хотя поправки в определяемые ПВЗ, обусловленные этой методологической ошибкой, небольшие, но при высокой точности модели движения, ее параметров и используемых наблюдений их учет может оказаться необходимым.

В настоящей работе рассмотрен алгоритм определения параметров вращения Земли по лазерным наблюдениям ИСЗ, учитывающий влияние обоих эффектов, и приведены результаты его численной проверки.

Метод. Из (1) следует, что уравнение поправок в случае учета влияния неточности ПВЗ на вектор состояния спутника будет иметь вид

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial (r - R)} \left[\frac{\partial r}{\partial r_0} \dot{\vdots} \frac{\partial r}{\partial \dot{r}_0} \dot{\vdots} \left(\frac{\partial r}{\partial \omega} - \frac{\partial R}{\partial \omega} \right) \right] \begin{bmatrix} dr_0 \\ d\dot{r}_0 \\ d\omega \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где dr_0 , $\dot{d}r_0$ и $d\omega$ — векторы поправок соответственно в вектор состояния спутника и ПВЗ. Для частных производных $\frac{\partial R}{\partial \omega}$ радиуса-вектора станции по ПВЗ существуют простые аналитические выражения (см., например, [9]). Частные производные $\frac{\partial r}{\partial \omega}$ текущего вектора состояния спутника по ПВЗ предлагается получать численно, в частности, методом вариаций [1, 6]. Ранее [7] рассматривался вопрос интегрирования вариационных дифференциальных уравнений вида

$$\frac{\partial^2 r}{\partial \beta^2} = B \frac{\partial r}{\partial \beta} + C \quad (3)$$

для параметров орбиты в прямоугольных координатах (когда β включает только g_0 и g_0) и вычисления матрицы $B_{3,3}$ — вторых производных от геопотенциала. Здесь отметим лишь, что в случае, когда β включает также и вектор ПВЗ ω , имеем

$$\left. \frac{\partial r}{\partial \omega} \right|_{t_0} = 0, \quad (4)$$

а элементами вектора C являются частные производные вектора F силы притяжения Земли, действующей на спутник в некоторый момент времени t , по определяемым ПВЗ, т. е.

$$C = \frac{\partial E}{\partial \omega}. \quad (5)$$

Зная частные производные, входящие в (2), можно определить искомые поправки в начальный вектор состояния спутника g_0 , \dot{g}_0 и ПВЗ ω . Однако совместное определение орбиты ИСЗ, координат полюса x_p , y_p оси вращения Земли и звездного времени Θ связано с трудностями, обусловленными зависимостью между определяемыми параметрами: звездным временем Θ и долготой восходящего узла орбиты ИСЗ Ω , долготой станции наблюдения λ и азимутом мгновенной оси вращения Земли A_ω . Практически разделение определяемых поправок в долготу восходящего узла орбиты ИСЗ и в звездное время осуществляют, исходя из различных предположений. Один из способов описан в работе [14]. Здесь разделение отмеченных неизвестных реализуется с помощью дополнительного условия $d\Omega = 0$, накладываемого на поправку в долготу восходящего узла орбиты спутника. В прямоугольных координатах такое условие запишется в виде

$$-z_0 C_1 dx_0 - \dot{z}_0 C_2 dy_0 - \dot{z}_0 C_3 dz_0 + z_0 C_1 dx_0 + z_0 C_2 dy_0 + z_0 C_3 dz_0 = 0, \quad (6)$$

выраженном через составляющие x_0 , y_0 , z_0 , \dot{x}_0 , \dot{y}_0 , \dot{z}_0 вектора состояния ИСЗ в момент t_0 и интегралы площадей, вычисляемые по формулам [1]:

$C_1 = y_0 \dot{z}_0 - z_0 \dot{y}_0$; $C_2 = z_0 \dot{x}_0 - x_0 \dot{z}_0$; $C_3 = x_0 \dot{y}_0 - y_0 \dot{x}_0$. Естественно, что такой подход возможен после предварительного уточнения параметров орбиты ИСЗ и достаточно точного моделирования возмущений в долготу восходящего узла (что в принципе достигается на практике в случае ИСЗ LAGEOS).

Таким образом, приходим к системе нормальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} A^T P A X - A^T P L + B^T K &= 0 \\ B X - W &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

реализующей параметрический метод с дополнительными условиями

[2]. Из решения (7) определяем вектор X искомых поправок

$$X = QA^T PL + NB^T (BNB^T)^{-1} W, \quad (8)$$

где $Q = \{N - NB^T (BNB^T)^{-1} BN\}^{-1}$, $N = (A^T PA)^{-1}$. Оценка точности полученного решения выполняется по известным для этого случая формулам [3].

Описанный алгоритм определения ПВЗ реализован в рамках разработанного во Львовском политехническом институте комплекса программ для определения орбитальных, геометрических и динамических параметров методами космической геодезии.

Обсуждение результатов. Для исследования влияния описанной методологической ошибки на определение параметров вращения Земли проведены две обработки лазерных наблюдений ИСЗ LAGEOS, полученных в ходе короткой наблюдательной кампании MERIT. Первая из них выполнена с помощью предлагаемого алгоритма, т. е. с учетом влияния ошибочности ПВЗ на численное интегрирование уравнений движения спутника, а вторая — по традиционной методике. При этом идентичными были исходные данные и модель движения ИСЗ, включающая следующие постоянные и модели возмущений:

Астрономические постоянные	MERIT Standards [13]; Система констант MAC 1976 [10]
Прецессия	Lieske J. H. et al. [12]
Нутация	MERIT Standards [13]
Уравнение звездного времени	Aoki S. et al. [8]
Положение полюса	CIO, BIH Circular «D»
Набор координат станций, приведенный к скорости света 299 792 458 м/с	Montag H. et al. [15]
Геопотенциал	GEM-L2 [11, 13]
Приливы на ИСЗ и координаты станций	MERIT Standards [13]
Приливные вариации в UT1	Yoder C. F. et al. [18]; MERIT Standards [13]
Притяжения Луны и Солнца	[5]
Эфемериды Луны и Солнца	JPL, DE200/LE200 [17]
Световое давление Солнца	MERIT Standards [13]
Постоянные ИСЗ LAGEOS	MERIT Standards [13]

Обработаны реальные наблюдения (около 52 тысяч), разреженные с интервалом не менее 10 с из общего числа (около 400 тысяч) топосцентрических дальностей, полученных на 12 станциях слежения. Образованный массив наблюдений разбит на 18 пятисуточных дуг и на середину каждой из них определены координаты полюса и разность (UT1 — TAI). Полученные ПВЗ в среднем по всей короткой наблюдательной программе MERIT характеризуются следующими средними квадратичными ошибками: $m(O-C) = \pm 0.24$ м, $m_{x_p} = \pm 0.0010''$, $m_{y_p} = \pm 0.0006''$, $m(UT1-TAI) = \pm 0.000 05^s$. Результаты определения параметров вращения Земли, полученные с помощью двух алгоритмов, приведены в табл. 1. Разности между этими значениями ПВЗ изменяются в основном от $(2 \cdot 10^{-6})''$ до $(59 \cdot 10^{-6})''$ для координат полюса и от 0 до $(93 \cdot 10^{-7})^s$ для разности (UT1 — TAI). Исключение представляет дуга 13, для которой разности между ПВЗ более значительны [$\Delta x_p = (482 \cdot 10^{-6})''$, $\Delta y_p = -(179 \cdot 10^{-6})''$ и $\Delta(UT1-TAI) = (127 \cdot 10^{-7})^s$]. Для этой дуги характерно неравномерное распределение станций наблюдения по долготе и числа наблюденных прохождений ИСЗ (рисунок; в скобках — число прохождений). На других дугах также отмечается увеличение расхождения между ПВЗ, определенными двумя алгоритмами в случаях ухудшения распределения станций или, особенно, прохождений. Поэтому на дуге 13 выполнены повторные определения ПВЗ (табл. 2) с помощью обоих алгоритмов по набору наблюдений с искусственно улучшенным распределением прохождений. В этом случае разность между координатами полюса существенно уменьшилась, а для поправки

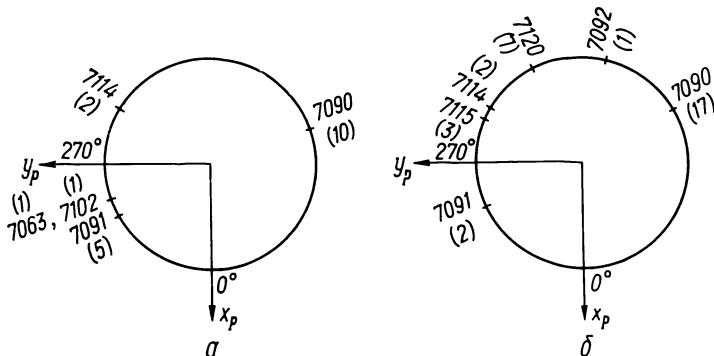
Таблица 1. Параметры вращения Земли, полученные с помощью предлагаемого (I) и традиционного (II) алгоритмов

Номер дуги	$M.J.D.$	x_p^I ($1 \cdot 10^{-6}$) ^г	x_p^{II} ($1 \cdot 10^{-6}$) ^г	y_p^I ($1 \cdot 10^{-6}$) ^г	y_p^{II} ($1 \cdot 10^{-6}$) ^г	$(UT_1 - TAI)_I^1$, с	$(UT_1 - TAI)_{II}$, с	Δ , мс	m_{x_p} ($1 \cdot 10^{-6}$) ^г	m_{y_p} ($1 \cdot 10^{-6}$) ^г	m_{UT} ($1 \cdot 10^{-7}$) ^с
1	44 454.43	-20 820	-20 817	302 696	302 684	-18.845 800 9	-18.845 801 1	1.616	2471	2176	1340
2	458.61	-20 279	-20 322	295 664	295 673	-18.852 554 0	-18.852 552 0	1.660	828	486	386
3	464.07	-36 561	-36 567	296 879	296 874	-18.861 618 3	-18.861 619 1	1.720	604	305	228
4	469.00	-29 130	-29 071	300 758	300 776	-18.870 098 6	-18.870 098 8	1.820	846	401	334
5	474.00	-34 366	-34 315	304 246	304 240	-18.879 200 0	-18.879 201 7	1.894	1075	606	396
6	478.68	-16 580	-16 611	308 493	308 499	-18.888 065 8	-18.888 065 1	2.020	593	278	253
7	483.96	-26 834	-26 859	314 497	314 501	-18.898 731 3	-18.898 733 1	2.224	909	520	432
8	488.99	-47 441	-47 462	322 401	322 409	-18.909 427 3	-18.909 429 5	2.224	859	408	469
9	493.50	-31 552	-31 548	321 871	321 864	-18.919 461 9	-18.919 465 8	2.316	601	303	265
10	499.38	-19 159	-19 190	326 694	326 704	-18.933 077 3	-18.933 082 3	2.384	787	542	387
11	503.60	-34 637	-34 694	316 496	316 532	-18.943 138 9	-18.943 148 1	2.454	1181	691	681
12	509.01	-19 029	-19 084	328 754	328 749	-18.956 417 9	-18.956 419 5	2.534	548	348	218
13	513.53	-38 358	-38 840	336 643	336 822	-18.967 873 0	-18.967 885 7	2.569	2153	887	982
14	519.85	-21 458	-21 460	334 718	334 726	-18.984 106 6	-18.984 107 8	2.600	480	268	212
15	524.03	-6567	-6591	327 974	327 996	-18.994 973 8	-18.994 972 2	2.641	636	526	359
16	529.01	-14 327	-14 316	337 628	337 655	-19.008 124 8	-19.008 127 1	2.683	822	455	342
17	533.91	-10 422	-10 437	342 928	342 937	-19.021 269 6	-19.021 269 6	2.661	549	425	326
18	539.00	-3445	-3468	335 913	335 927	-19.034 812 7	-19.034 809 8		1512	1588	844

Примечание. Избыток длины суток вычислялся по формуле $\Delta_j = \frac{(UT_1 - TAI)_I - (UT_1 - TAI)_{II}}{M.J.D._{i+1} - M.J.D._i}$, где $i, j = 1, 2, \dots$ на момент $\frac{M.J.D._{i+1} + M.J.D._i}{2}$.

(UT1—TAI) осталась такой же. Различия в ПВЗ, определенных по несколько отличающимся массивам наблюдений, — естественны. Существенно, на наш взгляд, то, что разности между координатами полюса, найденными с помощью одного и того же алгоритма по двум массивам наблюдений, оказались меньшими в случае применения обсужденной здесь методики.

Сравнивая полученные наборы параметров вращения Земли с такими же определениями [16], выполненными различными центрами ана-



Распределение станций наблюдения по долготе: а — дуга 13, б — дуга 3

лиза (IASOM, GSFC, ZIPE), отметим: 1) приведенные в табл. 1 координаты полюса хорошо согласуются с результатами IASOM, GSFC, ZIPE; 2) кривая (график здесь не приводится), построенная по полученным нами избыткам длины суток, оказалась более «гладкой», чем у других.

Выводы. 1. Исследуемая методологическая ошибка определения ПВЗ может быть значимой величиной. Однако точность наблюдений, выполненных в рамках короткой кампании MERIT, такова, что это влияние сравнимо с точностью определения ПВЗ. 2. Дополнительные исследования на дуге 13 свидетельствуют о том, что предлагаемый нами алгоритм по сравнению с традиционным обладает большей устойчивостью к неравномерному распределению прохождений ИСЗ. 3. Совместное уточнение орбиты спутника, координат полюса и поправки в звездное время по лазерным наблюдениям ИСЗ путем фиксации уточненной ранее долготы восходящего узла орбиты в принципе возможно.

Таблица 2. Результаты исследований, выполненных на дуге 13 ($M.J.D.=44\ 513.53$)

Набор наблюдений	Параметры вращения Земли (ПВЗ)	Алгоритм		$\Delta_{П-Т}$
		предлагаемый (П)	традиционный (Т)	
I	x_p	$-0.038\ 358''$	$-0.038\ 840''$	$+0.000\ 482''$
	y_p	$+0.336\ 643''$	$+0.336\ 822''$	$-0.000\ 179''$
	(UT1—TAI)	$-18.967\ 873\ 0^s$	$-18.967\ 885\ 7^s$	$+0.000\ 012\ 7^s$
II	x_p	$-0.034\ 923''$	$-0.035\ 058''$	$+0.000\ 135''$
	y_p	$+0.332\ 750''$	$+0.332\ 809''$	$-0.000\ 059''$
	(UT1—TAI)	$-18.967\ 927\ 4^s$	$-18.967\ 940\ 3^s$	$+0.000\ 012\ 9^s$
Δ_{I-II}	Δx_p	$-0.003\ 435''$	$-0.003\ 782''$	$+0.000\ 347''$
	Δy_p	$+0.003\ 893''$	$+0.004\ 013''$	$-0.000\ 120''$
	$\Delta(UT1—TAI)$	$+0.000\ 054\ 4^s$	$+0.000\ 054\ 6^s$	$-0.000\ 000\ 2^s$

Примечание. $\Delta_{П-Т}$ — разность между ПВЗ, полученными предлагаемым и традиционным методами; Δ_{I-II} — разность между ПВЗ, полученными по различным наборам наблюдений.

В заключение отметим, что при интегрировании вариационных уравнений для частных производных текущего вектора состояния ИСЗ по определяемым параметрам оказывается достаточным учитывать возмущения геопотенциала лишь набором гармоник до второй степени и порядка включительно, так как повышение степени учитываемого возмущения геопотенциала выше второй не приводит ни к заметному повышению точности определяемых параметров, ни к увеличению скорости сходимости решения [4], а также требует значительных затрат вычислительного времени ЭВМ. Тем более что связь модели геопотенциала с системой координат, фиксированной в теле Земли, задается главным образом набором гармоник второй степени.

Кроме того, как показали исследования [7], использование численного метода (вариаций) для нахождения частных производных не увеличивает затраты вычислительного времени (по сравнению с аналитическим) за счет более быстрой сходимости процесса уточнения. Добавление трех систем вариационных уравнений для ПВЗ практически не приводит в такой ситуации к увеличению затрат времени вычислений на ЭВМ.

1. Бойко Е. Г., Кленецкий Б. М., Ландис И. М., Устинов Г. А. Использование искусственных спутников Земли для построения геодезических сетей.— М.: Недра, 1977.— 376 с.
2. Мазмишвили А. И. Способ наименьших квадратов.— М.: Недра, 1968.— 440 с.
3. Маркузе Ю. И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей.— М.: Недра, 1982.— 191 с.
4. Марченко А. Н., Абрикосов О. А., Цюпак И. М. Модели точечных масс и их использование в орбитальном методе спутниковой геодезии. II. Применение моделей точечных масс при дифференциальном уточнении орбит искусственных спутников Земли // Кинематика и физика небес. тел.— 1985.— 1, № 5.— С. 72—80.
5. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / Под ред. Г. Н. Дубошина.— М.: Наука, 1976.— 864 с.
6. Урмаев М. С. Орбитальные методы космической геодезии.— М.: Недра, 1981.— 256 с.
7. Цюпак И. М. Об использовании метода вариаций при дифференциальном уточнении орбит ИСЗ.— Киев, 1984.— 15 с. (Рукопись деп. в УкрНИИТИ; № 659 Ук-Д84).
8. Aoki S., Guinot B., Kaplan G. H. et al. The new definition of Universal Time // Astron. and Astrophys.— 1982.— 105, N 2.— P. 359—361.
9. Lambeck K. Determination of the Earth's pole of rotation from laser range observations to satellites // Bull. geod.— 1971.— N 101.— P. 263—281.
10. Lederle T. The IAU (1976) system of astronomical constants // Mitt. Astron. Ges.— 1980.— N 48.— P. 59—65.
11. Lerch F. J., Klosko S. M., Patel G. B. A refined gravity model from LAGEOS (GEM-L2) // NASA Techn. Memor.— 1983.— N 84 986.— 54 p.
12. Lieske J. H., Lederle T., Fricke W., Morando B. Expressions of the precession quantities based upon the IAU (1976) system of astronomical constants // Astron. and Astrophys.— 1978.— 58, N 1.— P. 1—16.
13. MERIT Standards.— Washington, 1983.— 85 p. (Circular U. S. Naval Observatory; N 167).
14. Montag H. On the determination of pole coordinates and length of day by means satellite laser ranging.— Hamburg, 1983.— 10 p. (Proc. Gen. Ass. IAU; Symp. B).
15. Montag H., Gendt G., Wehwann W. Polar motion and variation of Earth's rotation derived from MERIT laser data to LAGEOS.— Baku, 1981.— 15 p. (Pap. presented at the Intern. Seminar on Use of Satell. Laser Rang. in Geod. and Geodynam.)
16. Project MERIT (Observations and results of the short campaign 1980 August 1 to October 31).— Preprint BИH, 1983.— 72 p.
17. Standish E. M. Orientation of the JPL ephemerides, DE200/LE200, to the dynamical equinox of J2000 // Astron. and Astrophys.— 1982.— 114, N 2.— P. 297—302.
18. Yoder C. F., Williams J. G., Parke M. E. Tidal variations of Earth rotation // J. Geophys. Res.— 1981.— 86, N B2.— P. 881—891.

Львов. политехн. ин-т им. Ленин. Комсомола,
Львов

Поступила в редакцию 29.11.85,
после доработки 29.07.86