КИНЕМАТИКА
И ФИЗИКА
НЕБЕСНЫХ
ТЕЛ ТОМ 2 № 6 1986

УДК 523.64

Основная задача МТКФ и теория кометных пылевых хвостов. II

Г. Ф. Черный

С помощью анализа рядов Бесселя — Бредихина показано, что если возраст пылинок, выброшенных ядром кометы, не превышает 20 сут, то метод Финсона — Пробстейна допускает обобщение на случай, когда необходим учет градиента силы тяжести и силы светового давления.

MTCF MAIN PROBLEM AND A COMETARY DUST TAILS PROBLEM, by Chörny G. F.— By means of the Bessel — Bredikhin series analysis it is shown that if the age of dust grains blown out from cometary nucleus does not exceed 20 days, the Finson — Probstein method permits the generalization for the case when the gravity gradient and radiation pressure can not be neglected.

Исследования последних лет [4, 6] показывают, что бесприливное приближение (по терминологии [3, с. 198]), в рамках которого находится метод Финсона — Пробстейна [5], становится непригодным при переходе к старым ($\tau \gtrsim 30$ сут) пылевым частицам большого размера (для них μ близко к единице). Тем самым более строгий подход к изучению кометных пылевых хвостов требует учета влияния приливных сил. Покажем, что упомянутый метод поддается обобщению на этот случай.

Как и в [2, раздел 5], предположим, что кометный пылевой хвост состоит из множества сфер плотности, центры которых пребывают в плоскости (ξ, η) кометной орбиты и о форме которых можно судить по их пересечению с этой плоскостью.

Пылинки, образующие любую из таких сфер, находятся на различных расстояниях r_D от Солнца. Поэтому результирующая гравитационная сила $\mu \mathbf{F}_{\odot}$ действует на них неодинаково. Последнее в целом приводит к тому, что сфера плотности теряет сферичность, т. е. деформируется.

Формулы (12) из работы [2, раздел 3] позволяют по известным начальным данным [там же, раздел 4] выброса пылинки, которая находится на фиксированной сфере плотности, и по соответствующему этой сфере μ точно определить расстояние $\delta R = r_D - r'_D$ между центром сферы (нулевые начальные данные) и выбранной пылинкой. Из сравнения разности δR с недеформированным радиусом сферы $v_e(t-t_0)$ можно узнать, как изменился радиус сферы в направлении $\boldsymbol{\delta R}$.

Но, пользуясь точными формулами (12) [2], ввиду их сложности нельзя, как было сделано в [2, раздел 5], получить простое аналитическое выражение для поправки к радиусу. Единственную возможность для этого представляет приближенное решение уравнения (2) [2] в виде ряда Бесселя — Бредихина.

На основе выкладок, приведенных в монографии Ф. А. Бредихина [1, с. 151—161], для первых членов указанного ряда получаем

$$z = \xi + i\eta \approx - l_0 \exp(-i\varphi) - \left(v_e \exp(-i\psi) + \frac{\sqrt{pGM}}{r^2} l_0 i \exp(-i\varphi) \right) \tau +$$

$$+ \left(\frac{1-\mu}{r^2} GM - \frac{2\sqrt{pGM}}{r^2} v_e i \exp(-i\psi) - \frac{3\mu GM}{r^3} l_0 \cos\varphi + \right.$$

$$+ \frac{\mu GM}{r^3} l_0 \exp(-i\varphi) + \frac{pGM}{r^4} l_0 \exp(-i\varphi) - \frac{2GMe\sin\theta}{r^3} l_0 i \exp(-i\varphi)\Big)\frac{\tau^2}{2} +$$

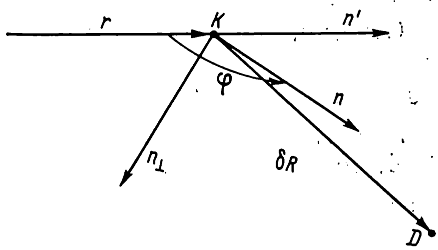
$$+\Big[\frac{4(1-\mu)(GM)^{3/2} e\sin\theta}{r^3\sqrt{p}} + \frac{2(1-\mu)(GM)^{3/2}\sqrt{p}}{r^4}\, i - \frac{3\mu GM}{r^3} v_e\cos\psi +$$

$$+\frac{\mu GM}{r^3} v_e \exp(-i\psi) + \frac{3pGM}{r^4} v_e\exp(-i\psi) -$$

$$-\frac{6GMe\sin\theta}{r^3} v_e i \exp(-i\psi)\Big]\frac{\tau^3}{6}, \qquad (1)$$

где $l_0 = |z_0|$, $v_e = |\dot{z}_0|$, $p = q(1+e)$, $\varphi = \pi - \arg z_0$, $\psi = \pi - \arg \dot{z}_0$, $\tau = t - t_0$.

Из формулы (1) следует, что третьи слагаемые в скобках при τ^2 и τ^3 описывают «несимметричную» деформацию сферы плотности, а остальные слагаемые, куда входит параметр μ,— ее сферически симметричную деформацию. Когда μ близко к единице, слагаемые, содержащие $1-\mu$, малы — тяжелые пылинки, образно говоря, составляют расширяющиеся сферы, центры которых не улетают далеко от ядра.



Выброс пылинки из кометного ядра K в момент $t=t_0$ в направлении $\mathbf{n}$; векторная диаграмма: $\mathbf{n}$, $\mathbf{n}'$, $\mathbf{n}_\perp$ — векторы единичной длины; $\mathbf{e}_\zeta$— единичный орт, упомянутый в тексте, направлен вдоль оси ζ, дополняющей координатную систему (ξ, η) до трехмерной правосторонней декартовой системы координат

Когда $l_0 \sim 10^{-5}$ а. е., а скорости v_e превышают несколько десятков метров за секунду, слагаемые ряда (1), содержащие l_0, можно опустить. Примем в дальнейшем это предположение.

Будем считать, что $\arg \dot{z}_0 = \arg z_0$. Тогда, пользуясь аналогией (стрелка «$\leftrightarrow$» читается как «соответствует») $\exp(-i\varphi) \leftrightarrow -\mathbf{n}$, $i\exp(-i\varphi) \leftrightarrow -\mathbf{n}_\perp = \mathbf{n}\times\mathbf{e}\zeta$ $\cos\varphi \leftrightarrow -(\mathbf{n}'\cdot\mathbf{n}) = -(\mathbf{r}\cdot\mathbf{n})/r$, рисунком, который поясняет принятые обозначения, а также формулой (V.3.44) из работы [3] для вектора $\boldsymbol{\delta}\mathbf{R}$, получаем

$$\delta\mathbf{R} \approx \mathbf{v}\tau + \frac{\sqrt{pGM}}{r^2}\mathbf{v}_\perp\tau^2 + \Big\{\frac{\mu GM}{r^3}[3(\mathbf{n}'\cdot\mathbf{n})\mathbf{v}' - \mathbf{v}] -$$

$$-\frac{3pGM}{r^4}\mathbf{v} + \frac{6eGM\sin\theta}{r^3}\mathbf{v}_\perp\Big\}\frac{\tau^3}{6}, \qquad (2)$$

где $\mathbf{v} = v_e\mathbf{n}$, $\mathbf{v}_\perp = v_e\mathbf{n}_\perp$, $\mathbf{v}' = v_e\mathbf{n}'$.

Первый член в фигурных скобках формулы (2) — искомое аналитическое выражение для «приливной» поправки к радиусу сферы плотности. Когда пылинка вылетает из сферы влияния кометного ядра по движению или против движения на Солнце, эта поправка наибольшая. Ею можно пренебречь, если

$$\tau^3 \leqslant 3r^2\varepsilon_\xi/\mu GMv_e. \qquad (3)$$

Чтобы иметь представление о том, для каких τ при вычислении δR можно ограничиться членами, стоящими в правой части формулы (2), рассмотрим один конкретный пример. Комета Веста 1976 VI наблюдалась в момент $t=15.876\,54$ сут после прохождения перигелия ($q=0.196\,626$ а. е.). В этот момент ее истинная аномалия $\theta(t)$ оказалась равной 107.58°, а гелиоцентрическое расстояние $r(t)=0.5634$ а. е. (по данным Ю. В. Сизоненко). Принимая $l_0=\varepsilon_\xi=10^{-5}$ а. е., $v_e=500$ м/с $=0.288\,77\cdot10^{-3}$ а. е./сут, для $\delta\mathbf{R}$, согласно (2), получим

$$\delta\mathbf{R}\approx0.288\,77\cdot10^{-3}\mathbf{n}\tau+0.981\,41\cdot10^{-5}\mathbf{n}_\perp\tau^2+\{0.796\cdot10^{-7}\mu\,[3\,(\mathbf{n}'\cdot\mathbf{n})\,\mathbf{n}'-\mathbf{n}]-1.668\cdot10^{-7}\mathbf{n}+4.555\cdot10^{-7}\mathbf{n}_\perp\}\,\tau^3.$$

Заметим, что слагаемые в последнем выражении имеют характерный вид $10^{-(2m+1)}\tau^m$ для $m=1,\ 2,\ 3$. Предположим, что и для $m=4$ эта закономерность сохраняется. Тогда правая часть (2) с точностью $\varepsilon_\xi=10^{-5}$ а. е. будет равна $\delta\mathbf{R}$, если $\tau\lessapprox10$ сут. Для скоростей $v_e\simeq31$ м/с $=0.179\,037\times\times10^{-4}$ а. е./сут, которыми предположительно обладают крупные ($\mu\approx1$) пылевые частицы [4], эта же точность достигается пока $\tau\lessapprox18$ сут.

Но приливные силы можно не учитывать, если, в соответствии с (3), возраст частиц $\tau\leqslant0{,}263\ (\mu v_e)^{-1/3}$ (примерно $4\mu^{-1/3}$ сут для мелких и 10 сут для крупных).

Отметим, что если ряд с общим членом $10^{-(2m+m_0)}\hat{\tau}^m$ сут, где m_0 — фиксированное натуральное число, мажорируется сходящимся рядом с общим членом $10^{-m_0}\,2^{-m}$, то можно сказать, что его «радиус сходимости» $\hat{\tau}=50$ сут. Если бы слагаемые в (2) убывали по указанному закону и для $m\geqslant4$, то для вычисления $\delta\mathbf{R}$ с точностью ε_ξ понадобилось бы уже $n_\varepsilon=$ $=\{$целая часть от $[(m_0+\lg\varepsilon_\xi)/(\lg\hat{\tau}-2)]+1\}$ слагаемых.

Подытоживая полученные результаты, следует отметить, что исследование структуры кометных пылевых хвостов, в состав которых входят пылевые частицы не старше 20 сут, можно вести с помощью соответствующим образом исправленного метода Финсона — Пробстейна. Характер исправлений описан выше и в [2, раздел 5]. Практически достаточно учесть кориолисов поворот сферы плотности в плоскости кометной орбиты, а также центробежное и приливное изменение ее радиуса.

Для определения положения пылинок, покинувших область влияния кометного ядра более 20 сут назад, необходимо пользоваться точными формулами [2, (4—7)], если $\mu=0$, или формулами [2, разделы 3, 4] в общем случае.

1. *Бредихин Ф. А.* О хвостах комет.— М.; Л.: Гостехиздат, 1934.—280 с.
2. *Черный Г. Ф.* Основная задача МТКФ и теория кометных пылевых хвостов. I // Кинематика и физика небес. тел.— 1986.—2, № 5.— С. 51—57.
3. *Шульман Л. М.* Динамика кометных атмосфер. Нейтральный газ.— Киев: Наук. думка, 1972.—244 с.
4. *Fertig J., Hechler F., Schwehm G.* Navigation to a target hidden in dust: comet Halley's nucleus // ESA Bull.— 1984.— N 38.— P. 36—41.
5. *Finson M. L., Probstein R. F.* A theory of dust comets // Astrophys. J.— 1968.—154, N 1.— P. 327—380.
6. *Keller H. U., Richter K., Schmidt H. U., Hildner E.* Dust particles in the anomalous tail of comet Kohoutek (1973 XII) // Cometary Exploration / Ed. by T. I. Gombosi.— Budapest: Hungarian Acad. Sci. Publ., 1983.—2.— P. 153—158.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР,
Киев

Поступила в редакцию
16.12.85