

УДК 524.827

**О возможности обнаружения излучения  
молекулярного водорода от протогалактик**

Ю. И. Изотов

Рассчитаны потоки излучения в эмиссионных линиях молекулярного водорода от крупномасштабных неоднородностей плотности — «блинов». Показано, что плотности потоков от «блинов», находящихся на красных смещениях  $z=3\div 10$ , в наиболее интенсивных вращательных и колебательных линиях равны  $10^{-16}\div 10^{-17}$  Вт·м<sup>-2</sup>. Для спектрального разрешения  $\Delta\nu \sim 10^9$  Гц флуктуации интенсивности инфракрасного фонового излучения могут достигать величины  $10^{-1}\div 10^{-2}$ .

*ON THE POSSIBILITY TO DETECT MOLECULAR HYDROGEN RADIATION FROM THE PROTOGALAXIES, by Izotov Yu. I.* — The emission fluxes in the molecular hydrogen lines from the large-scale density fluctuations («pancakes») are calculated. The flux densities in the most intensive rotational and vibrational lines from the «pancakes» having redshifts  $z=3\div 10$  are shown to be equal to  $10^{-16}\div 10^{-17}$  W·m<sup>-2</sup>. The intensity fluctuations of the infrared background radiation due to H<sub>2</sub> emission may be of  $10^{-1}\div 10^{-2}$  for the spectral resolution  $\Delta\nu \sim 10^9$  Hz.

**Введение.** Одной из фундаментальных проблем астрофизики в настоящее время является проблема формирования крупномасштабной структуры Вселенной. Согласно адиабатической теории, образование галактик происходило при красных смещениях  $z=5\div 10$  в крупномасштабных неоднородностях плотности — «блинах», имеющих массу  $M_p \sim 10^{15} M_\odot$  [3, 4, 9].

Одним из следствий адиабатической теории является предсказание мелкомасштабной анизотропии реликтового излучения, возникающей в

эпоху рекомбинации при  $z \sim 10^3$ .

Однако предпринимавшиеся в течение ряда лет поиски мелкомасштабных флуктуаций реликтового излучения успеха не имели.

В работах [7, 8] обсуждалась другая возможность поиска крупномасштабных протогалактических структур по эмиссионным линиям

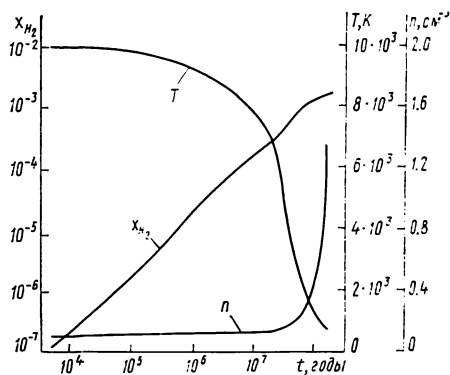


Рис. 1. Зависимость от времени  $t$  температуры  $T$ , концентрации частиц  $n$  и относительного содержания молекулярного водорода  $x_{H_2}$  в «блине»

молекулярного водорода, образующегося на нелинейной стадии гравитационного сжатия адиабатических неоднородностей плотности на красных смещениях  $z \approx 5\div 10$ . Обнаружение этих линий открыло бы перспективу изучения свойств протогалактик в эпоху формирования наблюдаемой структуры Вселенной и первичного звездообразования. Молекулярный водород играл исключительную роль в тепловой эволюции вещества с первичным химическим составом при температуре  $T < 10^4$  К. Согласно [3, 4, 9], гравитационное сжатие адиабатических неоднородностей при красных смещениях  $z=5\div 10$  приводит к образованию пло-

ских структур — «блинов». В центральных слоях «блинов» нагретый ударной волной газ остывает до температуры  $T \sim 10^4$  К. Как показано в [7, 8, 10], при таких условиях ( $T = 10^4$  К, концентрация частиц  $n = 10^{-1}$  см $^{-3}$ ) происходит образование молекулярного водорода до относительной концентрации  $x_{H_2} = n_{H_2}/n \sim 10^{-3}$  (рис. 1). В результате вещество в «блине» охлаждается до температуры  $T \sim 10^2$  К и фрагментируется на облака с характерными массами  $M_{cl} \approx 10^3 M_{\odot}$ , из которых формируются звезды с первичным химическим составом. Остывающее вещество «блина» излучает энергию в колебательных и вращательных линиях молекулярного водорода. В данной работе рассчитываются потоки излучения в этих линиях и обсуждается возможность их обнаружения.

**Излучение молекулярного водорода в «блинах».** Поток излучения от «блина» в линии, образующейся при переходе между уровнями  $(v_u, J_u)$  и  $(v_l, J_l)$ , равен [5]

$$E_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l} = \frac{1}{4\pi (c/H_0)^2} \frac{L_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}}{\Psi^2 (1+z)^4}, \quad (1)$$

где  $v_u, J_u$  и  $v_l, J_l$  — колебательные и вращательные числа верхнего и нижнего уровней соответственно,  $c$  — скорость света,  $H_0$  — постоянная Хаббла,  $z$  — красное смещение, на котором находится «блин»;

$$\Psi = \frac{2}{\Omega^2 (1+z)^2} \{ \Omega z + (\Omega - 2) [\sqrt{1 + \Omega z} - 1] \}, \quad (2)$$

где  $\Omega = \rho/\rho_{cr}$ ,  $\rho$  и  $\rho_{cr}$  — средняя и критическая плотность вещества во Вселенной,  $L_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}$  — светимость «блина» в линии  $v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l$ .

Вещество «блина» прозрачно для излучения, возникающего при квадрупольных переходах в молекуле  $H_2$ . Оптическая толщина в центре линии  $v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l$  равна

$$\tau_{v_l, J_l \rightarrow v_u, J_u} = k_{v_l, J_l \rightarrow v_u, J_u} n_{v_l, J_l} r_p, \quad (3)$$

где  $n_{v_l, J_l}$  — населенность нижнего уровня,  $r_p$  — размер «блина», равный характерному размеру скопления галактик  $\sim 1 - 10$  Мпс,  $k_{v_l, J_l \rightarrow v_u, J_u}$  — коэффициент поглощения в центре линии. При доплеровском уширении линии

$$k_{v_l, J_l \rightarrow v_u, J_u} = \frac{c^3}{8\pi^{3/2} v_{v_l, J_l \rightarrow v_u, J_u}^3} \frac{g_{v_u, J_u}}{g_{v_l, J_l}} A_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}. \quad (4)$$

Здесь  $\nu_{v_l, J_l \rightarrow v_u, J_u}$  — частота перехода,  $g_{v_u, J_u}$  и  $g_{v_l, J_l}$  — статистические веса верхнего и нижнего уровней,  $v$  — тепловая скорость молекул  $H_2$ ,  $A_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}$  — коэффициент спонтанного перехода.

Используя  $\nu_{v_l, J_l \rightarrow v_u, J_u}$  и  $A_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}$ , приведенные в [12] и [20], и подставляя (4) в (3), находим, что в линиях  $H_2$  оптическая толщина  $\tau \leq 10^{-4}$ . В этом случае светимость «блина» определяется выражением

$$L_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l} = M_p \Lambda_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}, \quad (5)$$

где  $M_p$  — масса «блина»,  $\Lambda_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}$  — энергия, излучаемая единичной массой за 1 с.

$$\Lambda_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l} = \frac{x_{v_u, J_u} A_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l} \Delta E_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}}{m_p}. \quad (6)$$

В (6)  $\Delta E_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}$  — энергия перехода,  $x_{v_u, J_u} = n_{v_u, J_u}/n$  — относительная концентрация молекул  $H_2$  на уровне  $v_u, J_u$ ,  $m_p$  — масса протона.

В разреженном веществе «блинов» переходы вверх происходят при столкновениях молекул  $H_2$  с атомами водорода, а вниз — при спонтанных переходах. Населенности вращательных уровней равны

$$x_{0,J+2} = nx_H x_{0,J} (C_{0,J \rightarrow 0,J+2} / A_{0,J+2 \rightarrow 0,J}), \quad (7)$$

где  $C_{0,J \rightarrow 0,J+2}$  — скорость ударного возбуждения [6, 13],  $x_H$  — относительная концентрация атомов водорода.

В веществе «блина» характерное время перехода молекул  $H_2$  из пара- в ортосостояние и обратно [11] значительно меньше времени образования  $H_2$ . Поэтому можно принять  $x_{0,0} \approx x_{\text{пара}} = x_H/4$ ,  $x_{0,1} \approx x_{\text{орто}} = 3x_H/4$ .

Возбуждение колебательного уровня  $v=1$  происходит, в основном, при обменной реакции  $H_2(v=0) + H \rightarrow H + H_2(v=1)$ , где возможны переходы между пара- и ортосостояниями  $H_2$  [18]. Тогда населенности возбужденных уровней равны

$$x_{1,J} = nx_H x_H \frac{C_{0,0 \rightarrow 1,J}/4 + 3C_{0,1 \rightarrow 1,J}/4}{\sum_{J'} A_{1,J \rightarrow 0,J'}}, \quad (8)$$

где  $J' - J = 0, \pm 2$ .

В литературе нет надежных значений скоростей обменных реакций при возбуждении уровня  $v=1$  с учетом вращательной структуры молекулы  $H_2$ . Поэтому примем, что скорость обменного перехода  $C_{1,J \rightarrow 0,J'}$  пропорциональна статистическому весу нижнего уровня, равному  $2J' + 1$ . Это предположение не противоречит результатам расчетов сечений обменных реакций с чисто вращательными переходами для  $\Delta J \leq 2$  [19]. Тогда входящие в (8) скорости возбуждения равны

$$C_{0,J' \rightarrow 1,J} = \frac{2J+1}{\sum_{J''} (2J''+1)} C_{1 \rightarrow 0} \exp\left(-\frac{E_{1,J} - E_{0,J'}}{kT}\right), \quad (9)$$

где  $C_{1 \rightarrow 0}$  — скорость колебательной дезактивации [14],  $E_{1,J} - E_{0,J'}$  — энергия перехода [12], суммирование производится только по уровням с  $|J - J''| \leq 2$ .

Таблица 1. Параметры линий молекулярного водорода

Линия			$\lambda_0$ , мкм	$\nu_{J_u, J_l \rightarrow v_l, J_l}$ , $\text{с}^{-1}$	$\Delta E_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}$ , Дж	$C_{v_l, J_l \rightarrow v_u, J_u}$ , $\text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$
$v_u \rightarrow v_l$	$J_u \rightarrow J_l$	Обозначение перехода				
0 → 0	2 → 0	S (0)	28.1	$2.94 \cdot 10^{-11}$	$7.08 \cdot 10^{-21}$	$\exp[-225/(\ln T + 2.4) - 2.36]$
	3 → 1	S (1)	16.8	$4.76 \cdot 10^{-10}$	$1.18 \cdot 10^{-20}$	$\exp[-129/(\ln T - 0.146) - 8.10]$
	4 → 2	S (2)	12.0	$2.76 \cdot 10^{-9}$	$1.65 \cdot 10^{-20}$	$\exp[-104/(\ln T - 1.27) - 9.67]$
	5 → 3	S (3)	9.40	$9.84 \cdot 10^{-9}$	$2.12 \cdot 10^{-20}$	$\exp[-77.9/(\ln T - 2.35) - 11.6]$
1 → 0	0 → 2	O (2)	2.637	$8.54 \cdot 10^{-7}$	$7.56 \cdot 10^{-20}$	$1.11 \cdot 10^{-1} C_{1 \rightarrow 0} [0.25 \exp(-5993/T) + 0.75 \exp(-5822/T)]^*$
	1 → 1	Q (1)	2.407	$4.29 \cdot 10^{-7}$	$7.25 \cdot 10^{-20}$	$1.875 \cdot 10^{-1} C_{1 \rightarrow 0} [0.25 \exp(-6155/T) + 0.75 \exp(-5984/T)]$
	1 → 3	O (3)	2.802	$4.23 \cdot 10^{-7}$	$7.10 \cdot 10^{-20}$	
	2 → 0	S (0)	2.223	$2.53 \cdot 10^{-7}$	$8.95 \cdot 10^{-20}$	$2.0 \cdot 10^{-1} C_{1 \rightarrow 0} [0.25 \exp(-6478/T) + 0.75 \exp(-6307/T)]$
	2 → 2	Q (2)	2.413	$3.03 \cdot 10^{-7}$	$8.25 \cdot 10^{-20}$	
	3 → 1	S (1)	2.122	$3.47 \cdot 10^{-7}$	$9.38 \cdot 10^{-20}$	$2.0 \cdot 10^{-1} C_{1 \rightarrow 0} [0.25 \exp(-6958/T) + 0.75 \exp(-6788/T)]$
	3 → 3	Q (3)	2.424	$2.78 \cdot 10^{-7}$	$8.21 \cdot 10^{-20}$	

\*  $C_{1 \rightarrow 0} = 10^{-12} T^{-2} \exp(-1000/T)$  [14].

В табл. 1 приведены длины волн  $\lambda_0$ , коэффициенты спонтанных переходов  $A_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}$ , энергии переходов  $\Delta E_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}$  и скорости ударного возбуждения  $C_{v_l, J_l \rightarrow v_u, J_u}$  для рассматриваемых в данной работе линий  $H_2$ .  
Плотность потока в линии  $H_2$  в единичном интервале частот

$$H_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}(\nu) = \frac{E_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}}{\Delta\nu} = \frac{E_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l} (1+z)}{\nu_0} \frac{\nu}{\Delta\nu}, \quad (10)$$

где  $\nu = \nu_0/(1+z)$  — принимаемая частота излучения;  $\nu_0$  — частота линии от неподвижного источника,  $\Delta\nu = \max\{\Delta\nu_l, \Delta\nu_d\}$ ;  $\Delta\nu_l$  — ширина линии;  $\Delta\nu_d$  — полоса пропускания приемника излучения.

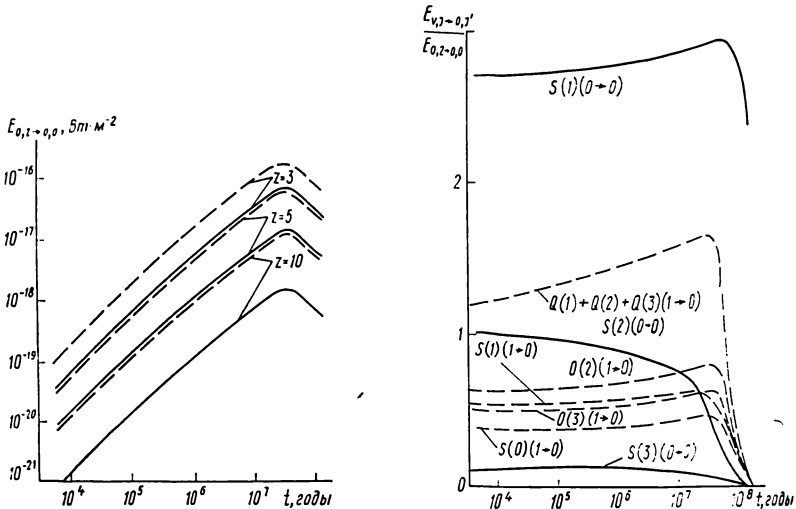


Рис. 2. Изменение со временем плотности потока излучения во вращательной линии  $S(0)$  для  $\Omega=0.1$  (сплошные линии),  $\Omega=1.0$  (штриховые линии) и красных смещений  $z=3, 5, 10$

Рис. 3. Относительные интенсивности линий молекулярного водорода в зависимости от времени

Линейчатое излучение молекулярного водорода будет наблюдаться на фоне непрерывного излучения, создаваемого межпланетной и межзвездной пылью. Превышение интенсивности линейчатого излучения

$$(\Delta T/T)_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l} = F_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}(\nu)/(F_{ZE} + F_{ID}), \quad (11)$$

где  $F_{ZE} + F_{ID}$  — интенсивность излучения межзвездной и межпланетной пыли  $\sim 10^7$  Ян·ср<sup>-1</sup> в направлении на южный полюс Галактики [17];

$$F_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}(\nu) = [H_{v_u, J_u \rightarrow v_l, J_l}(\nu)]/\Theta^2. \quad (12)$$

Входящий в (12) угловой размер «блина» определяется следующим образом [1, 5]:

$$\Theta = r_p H_0 / c\Psi. \quad (13)$$

**Обсуждение результатов.** На рис. 2 приведена зависимость потока излучения во вращательной линии  $S(0)$  от времени в «блине», имеющем массу  $M_p = 10^{15} M_\odot$ . Постоянная Хаббла принята равной  $H_0 = 100$  км × с<sup>-1</sup>. Мпс<sup>-1</sup>. При этом использованы результаты расчетов кинетики образования молекулярного водорода, полученные в [7] и изображенные на рис. 1. Как следует из (1), величина потока в линии  $\propto (1+z)^{-4}$  и для  $z=3$  достигает  $\sim 10^{-16}$  Вт·м<sup>-2</sup>. Для сравнения, при тех же параметрах «блина» поток в линии атомарного водорода с  $\lambda_0 = 21$  см составляет  $10^{-22} \div 10^{-23}$  Вт·м<sup>-2</sup>.

Таблица 2. Плотность потоков  $H_\nu$ , Ян и флуктуации интенсивности излучения  $\Delta T/T$  в лин:

Линия			$\lambda_0$ , мкм	$z=3$			
$\nu_u \rightarrow \nu_l$	$J_u \rightarrow J_l$	Обозначения перехода		$\lambda$ , мкм	$\frac{\Delta T}{T}$	$H_\nu$ , Ян	
						$\Omega=0,1$ ( $\Theta=2,7'$ )	$\Omega=1,0$ ( $\Theta=4,6'$ )
0→0	2→0	S (0)	28.2	113	3.4—1*	2.1	6.1
	3→1	S (1)	17.0	68.0	9.9—1	6.2	1.8+1
	4→2	S (2)	12.0	48.0	1.5—1	9.4—1	2.7
	5→3	S (3)	9.40	37.6	1.7—2	1.1—1	3.0—1
1→0	0→2	O (2)	2.627	10.5	2.8—1	1.7	4.9
	1→3	O (3)	2.802	11.2	2.1—1	1.3	3.8
	2→0	S (0)	2.223	8.88	1.6—1	9.8—1	2,8
	3→1	S (1)	2.122	8.48	2.1—1	1.3	3.8
	1→1	Q (1)	2.407	9.64	2.4—1	1.5	4.4
	2→2	Q (2)	2.413	9.64	1.8—1	1.1	3.1
	3→3	Q (3)	2.424	9.68	1.5—1	9.1—1	2.6

\* 3.4—1=3.4·10<sup>-1</sup>

На рис. 3 представлено изменение потоков излучения  $E_{\nu, J \rightarrow 0, J'}$  ( $\nu = 0, 1$ ) в других линиях  $H_2$  (поток в линии S(0) принят равным 1). Наиболее интенсивной оказывается линия S(1) (0→0), которая в  $\sim 3$  раза ярче линии S(0) (0→0). Плотности потоков в колебательных линиях в  $\sim 1.5$ —2 раза меньше  $E_{0,2 \rightarrow 0,0}$  и быстро уменьшаются с падением температуры газа до  $T < 10^3$  К.

Таким образом, свечение «блина» в колебательных линиях происходит только на стадии образования  $H_2$ , длящейся  $\sim 10^8$  лет. На более позднем этапе эволюции «блина», когда относительная концентрация  $H_2$  достигает  $\sim 10^{-3}$ , в спектре молекулярного водорода излучают только вращательные линии S(0) и S(1). Следовательно, сравнение интенсивностей колебательных и вращательных линий может дать информацию об эволюционном состоянии вещества в «блине».

Длины волн переходов Q(1), Q(2) и Q(3) почти совпадают, и при спектральном разрешении  $\nu/\Delta\nu < 10^3$  эти линии сливаются. В этом случае яркость линий Q(1)+Q(2)+Q(3) уступает только яркости линии S(1).

В табл. 2 приведены рассчитанные величины максимальных плотностей потоков  $H_\nu$  в линиях  $H_2$  и флуктуаций температуры непрерывного излучения. При этом принято  $r_p = 1$  Мпс,  $F_{ZE} + F_{ID} = 10^7$  Ян·ср<sup>-1</sup>. Входящая в (10) величина  $\Delta\nu = 3 \cdot 10^9$  Гц выбрана из следующих соображений.

В процессе своей эволюции «блин» не остается однородным слоем, а фрагментирует на облака газа с массой  $M \sim 10^9 M_\odot$  [2], в которых происходит образование  $H_2$ . Характерные скорости движения таких облаков  $\sim 10^2$ — $10^3$  км/с. При таких скоростях ширины линий молекулярного водорода равны  $\sim 10^9$ — $10^{10}$  Гц. Как видно из табл. 2, наибольшие флуктуации  $\Delta T/T$  следует ожидать от ближайших «блинов». В диапазоне  $z=5 \div 10$  для самых интенсивных линий  $\Delta T/T$  составляет  $10^{-2}$ — $10^{-1}$ .

Рассчитанные потоки излучения  $H_2$  от «блинов» малы и не могут быть зарегистрированы наземными телескопами. Инфракрасный спектрометр, установленный на спутнике IRAS, позволял наблюдать только линии излучения со спектральным разрешением  $\nu/\Delta\nu \leq 10$  и потоками больше  $10^{-14}$  Вт·м<sup>-2</sup> [16].

Эмиссионное излучение  $H_2$  в «блинах», по-видимому, будет доступно наблюдениям на орбитальных телескопах ISO и SIRTf [15], которые будут иметь лучшее спектральное разрешение и чувствительность, в  $\sim 10^3$  раз превышающую чувствительность аппаратуры IRAS.

## молекулярного водорода

z=5				z=10			
$\lambda$ , мкм	$\frac{\Delta T}{T}$	$H_{\nu}$ , Ян		$\lambda$ , мкм	$\frac{\Delta T}{T}$	$H_{\nu}$ , Ян	
		$\Omega=0.1$ ( $\Theta=2.8'$ )	$\Omega=1.0$ ( $\Theta=5.8'$ )			$\Omega=0.1$ ( $\Theta=3.3'$ )	$\Omega=0.1$ ( $\Theta=9.0'$ )
169	6.7—2	4.6—1	1.9	310	5.9—3	5.3—2	4.1—1
102	2.0—1	1.3	5.6	187	1.7—2	1.6—1	1.2
72.0	2.9—2	2.0—1	8.4—1	132	2.6—3	2.3—2	1.8—1
56.4	3.3—3	2.3—2	9.5—2	103	2.9—4	2.6—3	2.0—2
15.8	5.4—2	3.7—1	1.5	28.9	4.8—3	4.3—2	3.3—1
16.8	4.2—2	2.9—1	1.2	30.8	3.7—3	3.3—2	2.6—1
13.3	3.1—2	2.1—1	8.9—1	24.4	2.8—3	2.5—2	1.9—1
12.7	4.1—2	2.8—1	1.2	23.3	3.6—3	3.3—2	2.5—1
14.5	4.8—2	3.3—1	1.4	26.5	4.2—2	3.8—2	2.9—1
14.5	3.5—2	2.4—1	9.8—1	26.5	3.0—3	2.7—2	2.1—1
14.5	2.9—2	2.0—1	8.2—1	26.6	2.6—3	2.3—2	1.8—1

Обнаружение излучения молекулярного водорода имело бы важное значение для изучения процессов, происходивших во Вселенной на красных смещениях  $z=5 \div 10$  и позволило бы: 1) по красному смещению линий определить эпоху образования галактик и звезд первого поколения; 2) по профилям линий изучить характер движения вещества в протоскоплениях галактик; 3) по относительной интенсивности линий определить эволюционное состояние отдельного «блина»; 4) исследовать пространственное распределение «блинов».

Поскольку ожидаемые потоки в линиях  $H_2$  малы, то, по-видимому, целесообразно вести поиск нескольких линий от излучающих «блинов», имеющих угловые размеры  $2' \div 8'$ . Наблюдения лучше всего проводить на больших галактических и эклиптических широтах. В этих направлениях фоновое излучение пыли минимально и, следовательно, больше величина  $\Delta T/T$ . Регистрация излучения в нескольких линиях молекулярного водорода сведет к минимуму ошибочное отождествление с источниками галактического происхождения.

Автор выражает благодарность И. Г. Колеснику за обсуждение результатов работы.

1. Дашевский В. М., Слыш В. И. К вопросу о распространении света в неоднородной Вселенной // Астрон. журн.—1965.—42, № 4.— С. 863—864.
2. Дорошкевич А. Г. Фрагментация плоского слоя и образование структуры скопления.—М., 1978.—18 с.— (Препринт / АН СССР. Ин-т прикл. математики; № 128).
3. Дорошкевич А. Г., Зельдович Я. Б., Сюняев Р. А. Адиабатическая теория образования галактик // Происхождение и эволюция галактик и звезд.—М.: Наука, 1976.— С. 65—104.
4. Дорошкевич А. Г., Хлопов М. Ю. Образование структуры и нейтринной Вселенной // Астрон. журн.—1981.—58, № 5.— С. 913—924.
5. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной.—М.: Наука, 1975.—736 с.
6. Изотов Ю. И. Охлаждение первичного газа молекулярным водородом // Астрометрия и астрофизика.—1983.— Вып. 49.— С. 48—55.
7. Изотов Ю. И., Колесник И. Г. Образование молекулярного водорода в первичном веществе Вселенной.—Киев, 1983.—25 с.— (Препринт / АН УССР. Ин-т теорет. физики; ИТФ—83—3Р).
8. Изотов Ю. И., Колесник И. Г. Кинетика образования молекулярного водорода в первичном веществе Вселенной // Астрон. журн.—1984.—61, № 1.— С. 24—34.
9. Шандарин С. Ф., Дорошкевич А. Г., Зельдович Я. Б. Крупномасштабная структура Вселенной // Успехи физ. наук.—1983.—139, № 1.— С. 83—134.
10. Щекинов Ю. А., Энтэль М. Б. Термохимическая эволюция догалактического газа в адиабатической теории происхождения галактик // Астрон. журн.—1983.—60, № 4.— С. 640—647.

11. *Aannestad P. A.* Molecule formation. II. In interstellar shock waves // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—1973.—25, N 218.— P. 223—252.
12. *Alexander M. H.* Effective potential study of rotationally-vibrationally inelastic collisions between He and H<sub>2</sub> // *J. Chem. Phys.*—1974.—61, N 12.— P. 5167—5181.
13. *Green S., Truhlar D. G.* Rotational excitation of hydrogen molecules by collisions with hydrogen atoms // *Astrophys. J.*—1979.—231, N 2.— P. L101—L103.
14. *Hollenbach D., McKee C. F.* Molecule formation and infrared emission in fast interstellar shocks. I. Physical processes // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—1979.—41, N 3.— P. 555—592.
15. *NASA'S SIRTf* recast as orbiting free-flyer // *Sky and Telescope.*—1984.—68, N 4.— P. 412—413.
16. *Potasch S. R., Beintema D. A., Raimond E. et al.* IRAS spectra of planetary nebulae // *Astrophys. J.*—1984.—278, N 1.— P. L33—L35.
17. *Rowan-Robinson M., Clegg P. E., Beichman C. A. et al.* The IRAS minisurvey // *Ibid.*— P. L7—L10.
18. *Shull J. M., Hollenbach D. J.* H<sub>2</sub> cooling, dissociation, and infrared emission in shocked molecular clouds // *Ibid.*—1978.—220, N 2.— P. 525—537.
19. *Sun J. C., Choi B. H., Roe R. T., Tang K. T.* Adiabatic T-matrix theory for three dimensional reactive scattering: Application to the (H, H<sub>2</sub>) system // *J. Chem. Phys.*—1983.—78, N 7.— P. 4523—4532.
20. *Turner J., Kirby-Docken K. T., Dalgarno A.* The quadrupole vibration-rotation transition probabilities of molecular hydrogen // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—1977.—35.— P. 281—292.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР,  
Киев

Поступила в редакцию 31.07.85,  
после доработки 23.09.85

## РЕФЕРАТ ДЕПОНИРОВАННОЙ РУКОПИСИ

### ОБ ИНТЕГРИРОВАНИИ СПЛАЙН-ФУНКЦИЙ / Андронов И. Л.

(Рукопись деп. в УкрНИИНТИ; № 358 Ук-86 Деп.)

Приведены алгоритмы и программы на языке ФОРТРАН-IV для интегрирования кубических сплайнов и их квадратов. Получены квадратурные формулы, аналогичные формулам Ньютона — Котеса для интерполирующих полиномов, приведены таблицы коэффициентов для числа равноотстоящих узлов от 5 до 20 включительно. Проведен анализ точности интегрирования аналитических, кусочно-гладких и случайных функций. Применение аппарата сплайн-функций позволяет вычислять определенные интегралы с лучшей точностью, чем при аппроксимации узловых точек полиномом Лагранжа, в случае функций со случайной составляющей (например, полученных экспериментально) и функций с разрывными производными. В первом случае для повышения точности интегрирования необходимо применять сглаживающие сплайны, во втором — разбивать интервал интегрирования на несколько частей, причем желательно, чтобы точка разрыва была границей двух соседних подынтервалов. Применение приведенных программ и подпрограмм (а их всего 29) иллюстрируется на примерах решения ряда конкретных задач интегрирования периодических функций и функций, заданных на отрезке. В частности, рассчитана зависимость телесного угла  $\Omega$  спутника, заполняющего полость Роша, от отношения  $\mu$  массы спутника к полной массе системы. Результаты приведены в таблице. С точностью до 1 % справедливы соотношения:  $\Omega/4\pi = 0.0473 \mu^{2/3}$  при  $\mu \leq 0.2$  и  $\Omega/4\pi = 0.004 + 0.061 \mu$  при  $0.1 \leq \mu \leq 0.5$ .