

УДК 520.85+535.515

Многокомпонентные симметричные ахроматические фазовые пластинки

II. Составные фазосдвигатели с небольшим числом элементов

В. А. Кучеров

Проведена теоретическая разработка пятиэлементных составных полу- и четвертьволновых фазовых пластинок. Полуволновая пластинка имеет отклонения фазового сдвига от заданного $\pm 1.5^\circ$ в спектральном диапазоне 0.35—1.1 мкм. При этом положение оптической оси остается постоянным с точностью $\pm 10'$. Для четвертьволновой пластинки такие отклонения составляют соответственно $3'$ и $10'$ в интервале длин волн 0.39—0.92 мкм. Трех- и пятиэлементные фазосдвигатели сравниваются между собой и с другими составными системами подобного рода. Приведены вычисления параметров для трех- и пятиэлементных фазовых пластинок с произвольным фазовым сдвигом.

MULTICOMPONENT SYMMETRIC ACHROMATIC RETARDERS. II. COMPOSITE RETARDERS WITH SMALL NUMBER OF ELEMENTS, by Kucherov V. A.— Five-element half- and quarter-wave composite phase plates have been elaborated theoretically. The phase shift deflection for a half-wave retarder achieves less than $\pm 1.5^\circ$ within 0.35–1.1 μm . In this case the position of optical axis remains constant with an accuracy of $\pm 10'$. For quarter-wave retarder such deflections are $3'$ and $10'$ respectively in the range of 0.39–0.92 μm . Five-element retarders are compared with three-element ones and with other similar systems. The calculations of parameters for three- and five-element retarders are given for arbitrary retardation.

В работе [1] нами изложена методика, позволяющая рассчитывать ахроматические фазосдвигатели, состоящие из произвольного (нечетного) числа компонент. В данной работе рассматривается применение этой методики к некоторым конкретным случаям.

Используя обозначения статьи [1], при нумерации все формулы, относящиеся к упомянутой работе, обозначим цифрой «1» перед номером формулы, т. е. обозначение (1.*n*) означает формулу (*n*) из статьи [1].

Случай трехкомпонентной пластины подробно рассматривался в [5]. Мы приводим его из двух соображений: во-первых, чтобы продемонстрировать простоту разработанной методики [1], и, во-вторых, для возможности сравнения со свойствами ахроматических систем более высоких порядков. Основное внимание сосредоточим на спектральных свойствах пятиэлементной составной пластинки, так как она может оказаться сравнительно несложной для изготовления. Как и в [1], применим сокращенные обозначения тригонометрических функций $s = \sin$ и $c = \cos$.

Пусть $N = 2k + 1$, $k = 1, 2, \dots$, есть число элементов в составном фазосдвигателе. Тогда система уравнений для нахождения параметров ахроматической фазовой пластинки с произвольным числом компонент имеет следующий вид (см. (1.74)):

$$D_k^{(2m)} = (-1)^m \tau_k^{2m} \mu_k, \quad m = 0, 1, \dots, \begin{cases} k/2 \text{ для четных } k; \\ (k-1)/2 \text{ для нечетных } k; \end{cases} \quad (1)$$

$$A_{k-1}^{2m+1} = (-1)^m \tau_k^{2m+1} \mu_k, \quad m = 0, 1, \dots, \begin{cases} k/2 - 1 \text{ для четных } k; \\ (k-1)/2 \text{ для нечетных } k; \end{cases}$$

Здесь A и D — некоторые коэффициенты, описывающие свойства составной ахроматической конструкции (см. (1.45) — (1.51), (1.61) — (1.66)), τ_k — фазовый сдвиг крайних компонент и

$$\mu_k = c_{\Delta^*} / s_{\tau_k}, \quad (2)$$

где Δ^* — половина эквивалентного фазового сдвига многокомпонентной пластинки. Дифференцирование в системе уравнений (1) осуществляется по безразмерному параметру x , определяемому соотношением (см. (1.9), (1.10))

$$x = \tau_0/\tau_0^* = \dots = \tau_k/\tau_k^* \approx \lambda^*/\lambda, \quad (3)$$

где τ_0, \dots, τ_k — фазовые сдвиги отдельных элементов при произвольной длине волны λ ; $\tau_0^*, \dots, \tau_k^*$ — эти же параметры для центральной длины волны λ^* . Смысл всех величин, входящих в систему (1), более подробно описан в [1].

Для упрощения вида уравнений введем еще некоторые обозначения. Пусть

$$\gamma_i = 0.5 \alpha_i; \quad (4)$$

$$z_i = c_{\alpha_i}, \quad (5)$$

$$\omega_i = \tau_i/\delta_0. \quad (6)$$

Здесь γ_i — угол между оптическими осями соседних компонент; α_i — определяется формулой (1.41); $\delta_0 = 0.5\tau_0$; $i = 1, 2, \dots, k$.

Теперь перейдем к рассмотрению частных случаев.

Панчаратнамовская система ($N=3, k=1$). В этом случае составная фазовая пластинка состоит из трех элементов: двух одинаковых симметрично расположенных крайних пластинок и полуволновой средней. Тогда система уравнений (1) принимает вид:

$$\begin{cases} D_1 = \mu_1 \\ A'_0 = \tau_1 \mu_1 \end{cases} \quad (7)$$

После преобразований с использованием формул (1.45)–(1.51), (1.61)–(1.66) получаем:

$$\begin{cases} z_1 = \mu_1 \\ 1 + \omega_1 \mu_1 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Из системы (8) следует, что параметр τ_1 определяется из трансцендентного уравнения

$$s_{\tau_1}/\tau_1 = (2/\pi) c_{\Delta^*}. \quad (9)$$

Угол разворота средней компоненты по отношению к крайним находится по формуле

$$\gamma_1 = 0.5 \arccos(-\pi/2\tau_1). \quad (10)$$

Соответствующие вычисления для различных фазовых сдвигов T^* приведены в табл. 1. Здесь же показано положение эквивалентной оптической оси системы Φ^* по отношению к оптической оси первой пластинки.

Пятиэлементная ахроматическая фазовая пластинка ($N=5, k=2$). Неизвестными параметрами в рассматриваемом случае будут: фазовый сдвиг крайних компонент τ_2 и два угла ориентации γ_1 и γ_2 (рис. 1). Средние три пластинки такой конструкции должны быть полуволновыми [1]. Система (1) для расчета параметров пятиэлементного ахроматического фазосдвигателя состоит из трех уравнений:

$$\begin{cases} D_2 = \mu_2 \\ A'_1 = \tau_2 \mu_2 \\ D''_2 = \tau_2^2 \mu_2 \end{cases} \quad (11)$$

Производя преобразования, аналогичные приведенным в случае $N=3$, получаем:

$$\begin{cases} c_{\alpha_1 - \alpha_2} = -\mu_2 \\ 1 + 2z_1 = \omega_2 \mu_2 \\ 4z_2(1 + z_1) = (1 - \omega_2^2) \mu_2 \end{cases} \quad (12)$$

Исключая неизвестные z_1 и z_2 , приходим к трансцендентному уравнению для определения фазового сдвига крайних компонент:

$$z_1 z_2 + \sqrt{(1 - z_1^2)(1 - z_2^2)} + \mu_2 = 0, \quad (13)$$

где

$$z_1 = 0.5(\omega_2 \mu_2 - 1); \quad (14)$$

$$z_2 = 0.5 \mu_2 (1 - \omega_2^2) / (\omega_2 \mu_2 + 1). \quad (15)$$

После определения τ_2 углы разворота можно получить из (14) и (15).

Расчеты параметров пятиэлементной ахроматической фазовой пластинки для произвольно заданного фазового сдвига с интервалом в 5° приведены в табл. 2.

Кроме составных систем из простых пластинок нами рассмотрены системы с предварительно ахроматизированными компонентами. При

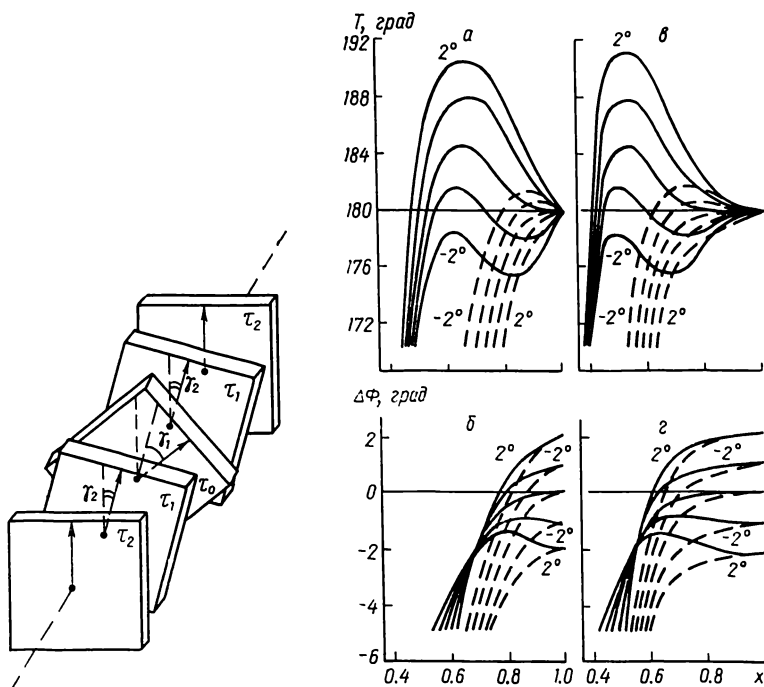


Рис. 1. Схематическая геометрия пятиэлементной составной симметричной ахроматической пластинки

Рис. 2. Спектральные зависимости фазового сдвига и положения оптической оси для трех- и пятиэлементных полуволновых пластинок при разориентации угла γ_1 . Углы разориентации в каждом семействе кривых отличаются на один градус. Знак рассогласования проставлен у каждой группы кривых. *a, б* — системы из простых пластинок; *в, г* — системы из предварительно ахроматизированных компонент

этом использовалась параболическая аппроксимация фазового сдвига по спектру с помощью эквивалентного параметра ахроматизации $x_{\text{экв}}$, определяемого соотношением:

$$x_{\text{экв}} = a - b(x - 1)^2, \quad (16)$$

где a и b — некоторые константы. В большинстве случаев принималось $a=1$, $b=1.5$. Эти значения соответствуют ахроматизационной кривой, близкой по форме к ходу фазового сдвига по спектру у пар из кварца и фтористого магния, приведенному, например, в [3, 4].

Кривые ахроматизации для трех- и пятиэлементных пластинок с эквивалентными фазовыми сдвигами $\lambda/2$ и $\lambda/4$ представлены на рис. 2 и 3. По оси абсцисс отложен параметр ахроматизации x . Для перехода

к шкале длин волн может быть использована формула (3). Семейства сплошных кривых относятся к пятиэлементной пластинке, семейства пунктирных — к трехэлементной. Средние кривые каждого семейства представляют собой графики ахроматизации для данного фазового сдвига с нулевыми производными в точке $x=1$. Эти кривые соответствуют составным системам с параметрами, приведенными в табл. 1 и 2. Остальные кривые отличаются ориентацией угла γ_1 : этот угол изменяется в одну и в другую сторону на 1° и на 2° по сравнению с расчетными. Таким образом, проводится исследование влияния эффектов ориентации. Для полуволновой пластинки, состоящей из простых компонент (рис. 2 а, б), значения $x > 1$ не нанесены на график, поскольку кривые ахроматизации $T(x)$ в этом случае центрально-симметричны относительно точки (1,180), а кривые $\Delta\Phi(x)$ обладают симметрией относительно оси $x=1$. Для систем с предварительной ахроматизацией компонент эта же область не показана потому, что $x_{\text{экв}}$ является четной функцией (рис. 2 в, г; рис. 3 в, г). Для трехэлементного фазосдвигателя из простых пластинок представлена только одна кривая, соответствующая данным табл. 1 (рис. 3 а, б). Из рис. 2 и 3 вытекает следующее.

1. Степень ахроматизации для пятиэлементной 180-градусной пластинки значительно лучше, чем для трехэлементной. Для четвертьвол-

Таблица 1. Параметры панчаратнамовской системы для различных фазовых сдвигов

T^* , град	τ_1 , град	γ_1 , град	Φ^* , град
0	90.00	90.00	90.00
5	90.08	88.75	88.16
10	90.33	87.51	86.12
15	90.77	86.27	84.16
20	91.35	85.05	82.26
25	92.12	83.84	80.38
30	93.04	82.65	78.55
35	94.12	81.49	76.80
40	95.35	80.35	75.08
45	96.74	79.24	73.42
50	98.24	78.16	71.84
55	99.94	77.11	70.33
60	101.75	76.10	68.88
65	103.68	75.11	67.52
70	105.74	74.16	66.24
75	107.93	73.25	65.06
80	110.23	72.36	63.94
85	112.65	71.51	62.90
90	115.18	70.69	61.95
95	117.82	69.90	61.04
100	120.56	69.14	60.28
105	123.41	68.41	59.58
110	126.36	67.71	58.96
115	129.41	67.03	58.42
120	132.57	66.38	57.98
125	135.82	65.75	57.17
130	139.18	65.14	57.32
135	142.66	64.56	57.12
140	146.24	63.99	57.00
145	149.93	63.44	57.00
150	153.75	62.91	57.08
155	157.71	62.39	57.26
160	161.80	61.89	57.56
165	166.06	61.40	57.96
170	170.49	60.93	58.48
175	175.13	60.46	59.16
180	180.00	60.00	60.00

Таблица 2. Параметры пятиэлементных ахроматических фазовых пластинок

T^* , град	τ_1 , град	γ_1 , град	γ_2 , град	Φ^* , град
0	90.00	90.00	90.00	90.00
5	87.56	85.27	85.00	83.77
10	85.24	83.38	82.60	80.93
15	83.08	81.97	80.52	78.56
20	81.08	80.82	78.54	76.41
25	79.28	79.83	76.60	74.34
30	77.67	78.96	74.65	72.32
35	76.30	78.18	72.68	70.32
40	75.18	77.48	70.69	68.32
45	74.32	76.83	68.65	66.33
50	73.76	76.24	66.60	64.33
55	73.50	75.68	64.53	62.34
60	73.56	75.17	62.44	60.37
65	73.95	74.69	60.37	58.42
70	74.68	74.23	58.30	56.51
75	75.76	73.81	56.28	54.66
80	77.17	73.40	54.29	52.87
85	78.91	73.01	52.37	51.17
90	81.00	72.65	50.51	49.56
95	83.41	72.30	48.54	48.00
100	86.14	71.97	47.02	46.62
105	89.19	71.64	45.39	45.31
110	92.53	71.33	43.85	44.11
115	96.18	71.04	42.39	43.02
120	100.13	70.75	41.01	42.04
125	104.38	70.47	39.70	41.16
130	108.93	70.19	38.46	40.40
135	113.80	69.93	37.29	39.74
140	119.01	69.67	36.18	39.18
145	124.56	69.41	35.11	38.73
150	130.52	69.16	34.11	38.38
155	136.92	68.91	33.15	38.14
160	143.83	68.65	32.21	38.02
165	151.37	68.41	31.31	38.02
170	159.70	68.15	30.42	38.16
175	169.08	67.88	29.54	38.46
180	180.00	67.59	28.64	38.95

нового фазосдвигателя она в меньшей мере зависит от количества компонент.

2. Фазовый сдвиг пятиэлементной полуволновой пластинки более чувствителен к эффектам ориентации, чем фазовый сдвиг трехэлементной системы. Разориентация компонент на угол 1° вносит изменения в фазовый сдвиг в области $x \approx 0.6$ на величину около 3° . В области $x=1$ фазовый сдвиг не чувствителен к повороту компонент. Такая же

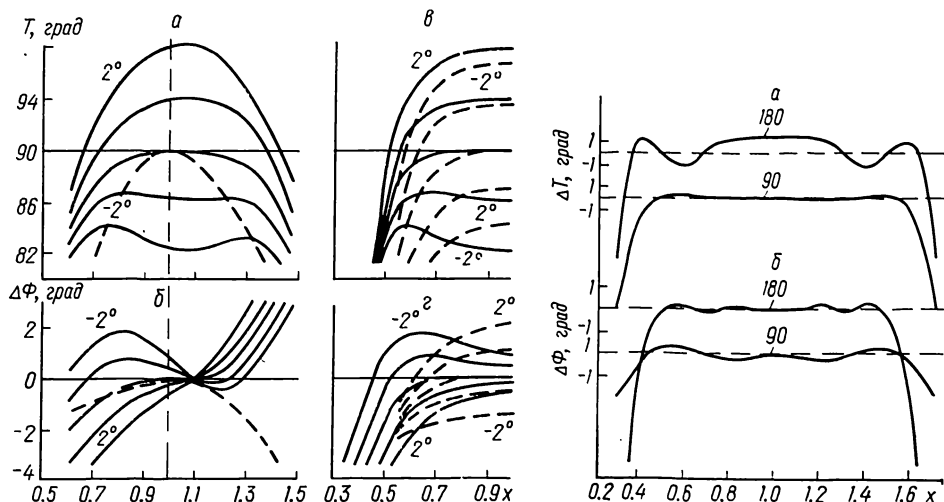


Рис. 3. То же, что на рис. 2 для эквивалентного фазового сдвига 90°

Рис. 4. Влияние углов ориентации и «поднятия» кривых предварительной ахроматизации на увеличение диапазона ахроматичности составных пятиэлементных систем. Цифры над кривыми обозначают заданный фазовый сдвиг. *a* — отклонения эквивалентного фазового сдвига; *б* — отклонения эквивалентной оптической оси

разориентация в случае четвертьволнового фазосдвигателя смещает уровень постоянного фазового сдвига примерно на 4° и слабо влияет на качество ахроматизации системы.

3. Для эквивалентной оптической оси имеем противоположную ситуацию. При разориентации компонент полуволновой пластинки положение эквивалентной оптической оси изменяется на такую же величину, как и угол γ_1 , при этом качество ахроматизации по оси существенно не нарушается. Для составной пятиэлементной четвертьволновой системы ориентация компонент сильно влияет на положение оптической оси. Однако существует точка, в которой это влияние равно нулю. Эта точка расположена справа от оси $x=1$ (рис. 3 б). Численные эксперименты показали, что подобный «узел» смещается к значению $x=1$ для фазового сдвига $T^*=106.26^\circ$ ($c^{\nabla} = 0.6$). В этом случае положение эквивалентной оптической оси составляет угол 45° с осью крайней пластинки, кривая для оптической оси становится центрально-симметричной относительно точки (1,45), а фазового сдвига — симметричной относительно оси $x=1$.

4. Существуют оптимальные углы ориентации, при которых диапазон ахроматичности существенно расширяется (это угол около -1° для γ_1). При изменении угла γ_2 кривые ведут себя примерно таким же образом, но оптимальные углы имеют знак «+». Подобное улучшение характеристик составной системы рассматривалось в [5] для панчаратнамовского фазосдвигателя с $T^*=180^\circ$.

5. Предварительная ахроматизация компонент улучшает ахроматизацию системы. Она стабилизирует ось пятиэлементных пластинок в большей мере, чем фазовый сдвиг, но не компенсирует эффекты разориентации (за исключением области, близкой к $x=1$, для полуволнового фазосдвигателя (рис. 2 а)).

Существует возможность значительно улучшить диапазон ахроматичности для рассматриваемых систем. Для реализации этой возможности могут быть использованы следующие пути: а) повышение степени предварительной ахроматизации; б) «поднятие» кривых предварительной ахроматизации над горизонтальной осью; в) использование регулирующего действия углов ориентации.

Графики ахроматизации для оптимизированных систем представлены на рис. 4. Здесь произведено «поднятие» кривых предварительной ахроматизации в соответствии с формулой:

$$x_{\text{экв}} = 1.2 - 1.5(x - 1)^2. \quad (17)$$

Углы γ_1 и γ_2 изменены на -0.5° и $+0.5^\circ$ по сравнению со значениями, приведенными в табл. 2. Здесь представлены отклонения в градусах от среднего уровня фазового сдвига и положения эквивалентной оптической оси. Для полуволновой пластинки $T^* = 180^\circ$ в фазовом сдвиге, и Φ^* отклоняется от данных табл. 2 на $\sim 1^\circ$ в ориентации оси. Для четвертьволновой системы средний уровень постоянного фазового сдвига сместился за счет отклонения параметров до величины примерно 86.3° . Смещение кривой для оптической оси не превышает 1° .

Оказалось, что в спектральном диапазоне $0.6 \leq x \leq 1.4$ отклонения фазового сдвига от среднего для 90-градусной пластинки не превышают $\pm 3'$, а отклонения положения оптической оси — $\pm 10'$. Для видимой области с центральной длиной волны $\lambda = 0.55$ мкм этот диапазон составляет $0.39 \leq \lambda \leq 0.92$ мкм. Отметим, что десятиэлементная четвертьволновая фазовая пластинка [2] имеет в области $0.4 \leq \lambda \leq 0.8$ мкм фазовый сдвиг $90^\circ \pm 15'$. Если учесть, что предварительно ахроматизированные компоненты могут состоять из двух частей (например, из кварца и фтористого магния, как пластинка Серковского [3]), то предложенная нами система также будет состоять из 10 компонент, но она будет иметь лучшую степень ахроматизации в более широкой области спектра, чем фазовая пластинка в [2], и не будет содержать дополнительного поворота [1, 2, 5].

Составная полуволновая система имеет отклонения фазового сдвига на $\pm 1.5^\circ$ в спектральном диапазоне от 0.35 мкм до 1.1 мкм. При этом положение оптической оси отклоняется от среднего значения на величину $\pm 10'$. Для аналогичной пластинки Серковского [3] фазовый сдвиг и положение оптической оси в этом же спектральном интервале отклоняются на 2—3 градуса от заданных. Таким образом, путем незначительного усовершенствования конструкции [3] можно создать ахроматическую систему с существенно лучшими свойствами. Для этого достаточно добавить к пластинке Серковского еще две полуволновые компоненты и ориентировать все пластинки согласно табл. 2.

Автор благодарен О. И. Бугаенко за предоставленные расчеты ахроматизации пятиэлементных систем для ряда частных случаев.

1. Кучеров В. А. Многокомпонентные симметричные ахроматические фазовые пластинки. I. // Фотометрические и поляриметрические исследования небесных тел. — Киев: Наук. думка, 1985. — С. 152—160.
2. McIntire C. M., Harris S. E. Achromatic wave plates for the visible spectrum // J. Opt. Soc. Amer. — 1968. — 58, N 9. — P. 1575—1581.
3. Serkowski K. Polarization techniques // Methods of experimental physics. — New York; London: Acad. press, 1974. — P. 361—414.
4. Tinbergen J. Application of Mueller calculus in astronomical polarimetry: achromatic modulators and polarization converters and depolarizers // Planets, stars and nebulae studied with photopolarimetry. — Tucson: Univ. Arizona press, 1974. — P. 175—188.
5. Tittle A. M. Improvement of birefringent filters. 2: Achromatic wave plates // Appl. Opt. — 1975. — 14, N 2. — P. 229—237.