

УДК 524—782

К теории распространения сильных ударных волн в неоднородных гравитирующих средах.

I. Адиабатическая стадия

С. А. Силич

В приближении бесконечно тонкого слоя исследуется влияние гравитационного воздействия звездной составляющей на движение сильных адиабатических ударных волн. Получены уравнения, описывающие движение ударных волн, их решения. Анализируется влияние гравитационных сил на скорости движения и величины расстояний, пройденных ударными волнами до затухания.

ON THE THEORY OF STRONG SHOCK WAVES' PROPAGATION IN INHOMOGENEOUS GRAVITATING MEDIUM. I. ADIABATIC PHASE, by Silich S. A.— The gravitational influence of stellar component on propagation of strong adiabatic shock waves is investigated in thin layer approximation. The equations of motion for shock waves and their solutions were found. The influence of gravitational forces on shock waves velocities and maximum radii is discussed.

В астрофизических системах одним из эффективных механизмов переноса энергии и импульса служат ударные волны. Ими в значительной степени определяется энергетический баланс и динамическая структура межзвездной среды. Теории движения ударных волн в неоднородных средах посвящена обширная литература [2, 3, 9]. В данной работе исследуется распространение по межзвездной среде крупномасштабных ударных волн. Одна из характерных особенностей таких волн заключается в том, что внутри образованной ударной волной полости остается значительное количество звезд, масса которых может значительно превышать массу газа, оставшегося внутри полости. Для понимания динамики таких ударных волн, правильной оценки выделившейся энергии и сравнения результатов расчетов с данными наблюдений необходимо учитывать гравитационное воздействие охваченных ударной волной звезд на движущийся за фронтом волны газ. Точное решение таких задач связано с большими вычислительными трудностями. Учет звездной составляющей нарушает также автомодельность задачи [5], так как появляется еще один параметр с независимой размерностью, связанный с распределением звездной массы вдоль радиуса. Хорошо известно, что при сильном взрыве основная доля массы газа концентрируется в относительно тонком слое за фронтом ударной волны, а давление внутри полости, охваченной ударной волной, приблизительно однородно [4, 5]. Основанный на этих двух фактах приближенный метод расчета движения ударных волн в разных вариантах с успехом применяется при решении многих задач [1, 4, 7] и получил название приближения бесконечно тонкого слоя, или, при наличии осевой симметрии, приближения 1.5-мерной гидродинамики [1].

В данной работе этот метод развивается на случай движения сильной адиабатической ударной волны в неоднородной среде, подверженной гравитационному воздействию звездной составляющей. Получены уравнения, описывающие движение ударной волны, их решения, проанализировано влияние гравитационного воздействия звездной составляющей на скорость движения ударной волны и величину расстояния, пройденного ударной волной до затухания.

Исходные уравнения. Рассмотрим распространение сильной сферической ударной волны в среде со степенным распределением плотности газа

$$\rho_g(r) = \rho_{0g} (r/R_0)^{-n} \quad (1)$$

в двух случаях: при степенном распределении звездной массы

$$\rho_s(r) = \rho_{0s} (r/R_0)^{-m} \quad (2)$$

и в случае, когда вся звездная масса сосредоточена в центре полости. В выражениях (1) и (2) R_0 — характерный масштаб неоднородности, ρ_{0g} и ρ_{0s} — плотности массы газа и звезд на расстоянии R_0 от центра. Из требования конечности массы вблизи центра симметрии следует, что показатели степеней $n < 3$, $m < 3$.

В дальнейшем будем считать, что весь выметаемый ударной волной газ сосредоточен в тонком слое радиуса R . Пренебрегая внешним давлением, примем, что давление внутри полости не зависит от радиуса. Потери энергии на излучение не учитываются, т. е. рассматривается адиабатическая стадия движения ударной волны. В этом приближении законы сохранения массы и энергии в совокупности с условиями на фронте сильной ударной волны и уравнениями движения приводят к следующей системе уравнений (ср. с [1]):

$$M_g = 4\pi\rho_{0g}R^3 \cdot (R_0/R)^n / (3 - n); \quad (3)$$

$$U = 2(\gamma + 1)^{-1}\dot{R}; \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt}(M_g U) = 4\pi R^2 P - \frac{f M_s M_g}{R^2}; \quad (5)$$

$$E = 4\pi [3(\gamma - 1)]^{-1} R^3 P + 0.5 M_g U^2 + A_f, \quad (6)$$

где R — радиус фронта ударной волны, U — скорость газа за фронтом, P — давление, f — гравитационная постоянная, M_s — масса звезд внутри полости, M_g — масса выметенного газа, A_f — работа по перемещению газа в гравитационном поле звезд при формировании за фронтом ударной волны плотного слоя, γ — показатель адиабаты газа.

Распространение ударной волны в гравитационном поле звездной составляющей со степенным распределением массы. В этом случае из (2) имеем следующую зависимость массы звездной составляющей от радиуса:

$$M_s(r) = 4\pi\rho_{0s}r^3 (R_0/r)^m (3 - m)^{-1}. \quad (7)$$

Работа по перемещению слоя газа массой

$$dM_g = 4\pi r^2 (r/R_0)^{-n} \rho_{0g} dr \quad (8)$$

в гравитационном поле звезд от начального положения с радиусом r до конечного, совпадающего с положением фронта ударной волны R , равна:

$$dA_f = f dM_g \int_r^R \frac{M_s(r)}{r^2} dr = \frac{4\pi f R_0^2 dM_g}{(3 - m)(2 - m)} (R^{2-m} - r^{2-m}). \quad (9)$$

Интегрируя выражение (9) по r от 0 до R , получаем полную работу, затрачиваемую на перемещение слоев газа в гравитационном поле звезд: $A_f = F(R) - F(0)$, где

$$F(r) = \frac{16\pi^2 f \rho_{0s} \rho_{0g} R_0^{m+n}}{(3 - m)(2 - m)} \left[\frac{R^{2-m} r^{3-n}}{3 - n} - \frac{r^{5-m-n}}{5 - m - n} \right]. \quad (10)$$

Из (10) следует, что должно выполняться неравенство $n+m < 5$. В этом случае для A_f имеем выражение:

$$A_f = \frac{16\pi^2 f \rho_{0s} \rho_{0g} R^5}{(3-m)(3-n)(5-m-n)} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{m+n}. \quad (11)$$

Дополняя систему (3)–(6) уравнением (7), заменяя в (6) A_f выражением (11), исключая из (3)–(7) $M_g(R)$, $M_s(R)$, U и подставляя P из (6) в (5), приходим к уравнению, определяющему изменение радиуса фронта ударной волны со временем:

$$\dot{R} + AR^{-1}\dot{R}^2 = A_1 R^{n-4} (E - A_2 R^{5-m-n}), \quad (12)$$

где точка обозначает дифференцирование по времени,

$$A = \frac{6\gamma - n(\gamma + 1)}{\gamma + 1}, \quad (13)$$

$$A_1 = \frac{3(3-n)(\gamma^2 - 1)}{8\pi R_0^n \rho_{0g}}, \quad (14)$$

$$A_2 = \frac{16\pi^2 (2 + 3\gamma - m - n) f \rho_{0g} \rho_{0s} R_0^{m+n}}{3(\gamma - 1)(3 - n)(3 - m)(5 - m - n)}. \quad (15)$$

Производя в (12) замену переменных $y = \dot{R}^2$, получаем линейное неоднородное уравнение

$$dy/dR + 2AR^{-1}y = 2A_1 R^{n-4} (E - A_2 R^{5-m-n}), \quad (16)$$

решение которого имеет вид:

$$y = \frac{2A_1 R^{n-3}}{2A + n - 3} \left(E - \frac{2A + n - 3}{2A - m + 2} A_2 R^{5-m-n} \right) + CR^{-2A}. \quad (17)$$

В случае точечного взрыва константу C следует положить равной нулю, так как в противном случае скорость ударной волны $R \rightarrow \infty$ при $R \rightarrow 0$ даже при равной нулю энергии взрыва. Если в качестве начальных условий задана энергия и скорость ударной волны на некотором расстоянии от центра, то константа C отлична от нуля и определяется из начальных условий. Выражая A_1 и A_2 через M_{0g} , M_{0s} и R_0 , получаем следующую зависимость скорости фронта ударной волны от радиуса:

$$\dot{R} = D_0 [1 - K(R/R_0)^{5-m-n}]^{1/2} (R_0/R)^{(3-n)/2}, \quad (18)$$

где

$$D_0 = \left[\frac{3(\gamma + 1)(\gamma^2 - 1)}{9\gamma - 3 - n(\gamma + 1)} \frac{E}{M_{0g}} \right]^{1/2}, \quad (19)$$

$$K = \frac{(2A + n - 3)(2 + 3\gamma - m - n)}{3(\gamma - 1)(2A + 2 - m)(5 - m - n)} \cdot \frac{f M_{0g} M_{0s}}{R_0 E}. \quad (20)$$

В частных случаях $m=0, n=0$; $m=0, n=1$ из (18) можно найти аналитическое выражение зависимости радиуса фронта ударной волны от времени:

$$R = R_0 K^{-1/5} [\sin(5 \sqrt{K} D_0 t / R_0)]^{2/5}, \quad m = 0, \quad n = 0. \quad (21)$$

$$R = R_0 K^{-1/4} [\sin(2 \sqrt{K} D_0 t / R_0)]^{1/2}, \quad m = 0, \quad n = 1. \quad (22)$$

Из (21), (22) легко оценить максимальный радиус и характерное время затухания ударной волны в этих случаях:

$$R_m \approx K^{-1/5} R_0, \quad t_m \approx \pi R_0 / 10 \sqrt{K} D_0, \quad m = 0, \quad n = 0. \quad (23)$$

$$R_m \approx K^{-1/4} R_0, \quad t_m \approx \pi R_0 / 4 \sqrt{K} D_0, \quad m = 0, \quad n = 1. \quad (24)$$

Распространение ударной волны в поле точечного гравитирующего центра. Рассмотрим распространение сильной ударной волны в газе с распределением плотности (1) в случае, когда вся масса звездной составляющей сосредоточена в центре полости. В этом случае работа по перемещению в гравитационном поле всех слоев газа, формирующих оболочку, равна $A_f = F(R) - F(0)$, где

$$F(r) = 4\pi f R_0^n r^{2-n} \rho_{0g} M_s \left(\frac{1}{2-n} - \frac{r}{R} \right). \quad (25)$$

Условие конечности A_f приводит к неравенству $n < 2$. В этом случае из (25) имеем:

$$A_f = \frac{4\pi f M_s \rho_{0g} R^2}{(2-n)(3-n)} \left(\frac{R_0}{R} \right)^n. \quad (26)$$

Подставляя в (6) это выражение для A_f , исключая из (3) — (6) M_g , U и подставляя P из (6) в (5), получаем уравнение, определяющее изменение радиуса фронта ударной волны со временем:

$$\ddot{R} + AR^{-1}\dot{R}^2 = A_1 R^{n-4} (E - A_3 R^{2-n}), \quad (27)$$

где A и A_1 определяются выражениями (13) и (14), а

$$A_3 = \frac{4\pi(3\gamma - 1 - n)f\rho_{0g}M_sR_0^n}{3(\gamma - 1)(2 - n)(3 - n)}. \quad (28)$$

Производя в (27) замену переменных $y = \dot{R}^2$, получим линейное неоднородное уравнение, решение которого имеет вид:

$$y = \frac{2A_1 R^{n-3}}{2A + n - 3} - \left(E - \frac{2A + n - 3}{2A - 1} A_3 R^{2-n} \right) + CR^{-2A}. \quad (29)$$

Так же как и в рассмотренном выше случае, константа $C = 0$ для точечного взрыва и определяется начальными условиями, если заданы энергия и скорость ударной волны на некотором расстоянии от центра симметрии. Выражая A_1 и A_3 через M_{0g} и R_0 и полагая $C = 0$, получаем зависимость скорости ударной волны от радиуса в случае точечного взрыва:

$$\dot{R} = D_0 [1 - K(R/R_0)^{2-n}]^{1/2} (R_0/R)^{(3-n)/2}, \quad (30)$$

где D_0 определяется выражением (19), а

$$K = \frac{(3\gamma - 1 - n)(2A + n - 3)}{3(\gamma - 1)(2 - n)(2A - 1)} \cdot \frac{fM_{0g}M_s}{R_0E}. \quad (31)$$

Обсуждение результатов. При отсутствии звезд внутри полости, образующейся в результате взрыва, вторые члены в скобках выражений (18) и (30) обращаются в нуль, и для изменения скорости фронта ударной волны с расстоянием от точки взрыва получаем известную из автомодельного решения [6] зависимость $\dot{R} = D_0 (R_0/R)^{(3-n)/2}$.

Из (18) и (30) следует, что при $R \ll R_c = R_0 K^{-1/(5-m-n)}$ в случае степенного распределения плотности звездной массы и при $R \ll R_c = R_0 K^{-1/(2-n)}$ в случае гравитирующего центра, гравитационное торможение газа мало сказывается на движении ударной волны. Однако когда радиус фронта ударной волны становится сравнимым с R_c , гравитационное взаимодействие со звездной составляющей приводит к быстрому уменьшению скорости и затуханию волны. Поэтому учет гравитационных членов особенно важен для правильной оценки максимальных расстояний, проходимых ударной волной, и для оценки начальной энергии взрыва, если известно расстояние, на котором волна затухает.

Если внутри полости, охваченной ударной волной, звезд нет, то максимальное расстояние, проходимое ударной волной до затухания, равно $R_1 = R_0 (D_0/a_s)^{2/(3-n)}$, где a_s — скорость звука в невозмущенном газе. Приравнивая правые части (18) и (30) к скорости звука, получим уравнения, из которых можно найти максимальные расстояния R_2 , проходимые ударной волной в среде, подверженной гравитационному воздействию звезд. Из этих же уравнений находится отношение $\lambda = R_2/R_1$. В случае степенного распределения звездной плотности имеем

$$\lambda^{3-n} (1 + \beta \lambda^{2-m}) = 1, \quad (32)$$

где $\beta = K (R_1/R_0)^{5-m-n}$. В случае гравитирующего центра

$$\lambda^{2-n} (\lambda + \beta) = 1, \quad (33)$$

где $\beta = K (R_1/R_0)^{2-n}$. Величина β зависит от начальных условий (распределений и величин масс звездной и газовой составляющих, энергий

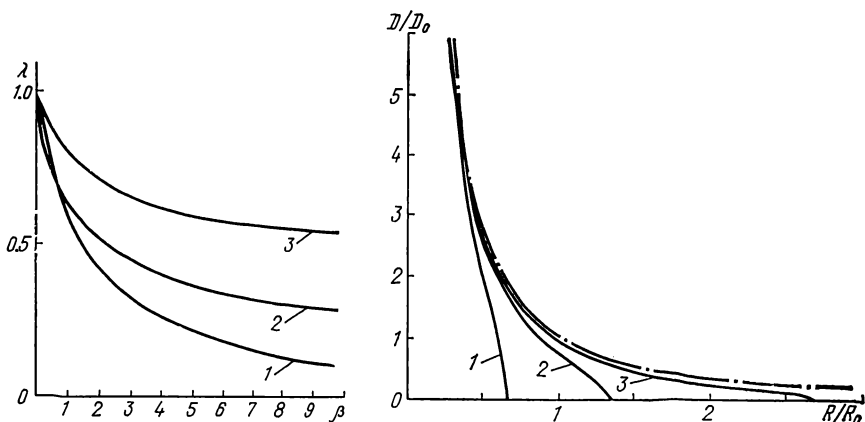


Рис. 1. Зависимость от начальных условий отношения $\lambda = R_2/R_1$. R_2 — максимальный радиус фронта ударной волны в случае, когда гравитационное воздействие звезд учтено. R_1 — максимальный радиус фронта волны без учета гравитационного воздействия звезд. 1. Гравитирующий центр, $n=1$. 2. Степенное распределение звездной массы, $n=2, m=1$. 3. Степенное распределение звездной массы, $n=1, m=0$.

Рис. 2. Зависимость скорости фронта от пройденного ударной волной расстояния. Штрих-пунктирной линией показана зависимость $D(R)$ в случае, когда гравитационное воздействие звезд не учитывается. $M_{0*} = 10^{10} M_{\odot}$, $M_{0g} = 10^8 M_{\odot}$, $R_0 = 1$ кпс, $n=0$, $m=1.8$.

1. $E = 10^{48}$ Дж, $D_0 \approx 80$ км/с; 2. $E = 10^{49}$ Дж, $D_0 \approx 250$ км/с; 3. $E = 10^{50}$ Дж, $D_0 \approx 800$ км/с

взрывов, температуры газов) и может варьироваться в широких пределах. Зависимость λ от β для различных значений m и n приведена на рис. 1. Как видно из рис. 1, при $\beta \gg 1$ значение λ может быть значительно меньше единицы и, следовательно, гравитационное воздействие звезд может значительно уменьшать расстояния, проходимые ударной волной до затухания.

В заключение рассмотрим влияние звездной составляющей на движение крупномасштабных ударных волн в околоядерной области Галактики. Как известно [6], в центральной области Галактики с размерами в несколько килопарсек наблюдаются направленные от центра сверхзвуковые движения больших ($\sim 10^8 M_{\odot}$) масс газа, которые рядом авторов [8] интерпретируются как результат взрывной активности ядра Галактики. Околоядерная область характеризуется также очень высокой концентрацией звезд. Масса центрального звездного скопления с размерами ~ 1 кпс составляет около $10^{10} M_{\odot}$, а плотность звезд в нем растет к центру приблизительно по закону $n_s \sim R^{-1.8}$ [6]. Распределение невозмущенной плотности газа неизвестно, поэтому в качестве

примера рассмотрим движение ударной волны в околоядерной области Галактики при однородном распределении газа, разных энергиях взрыва и следующих значениях параметров: $R_0=1$ кпс, $M_{0g}=10^8 M_\odot$, $M_{0s}=10^{10} M_\odot$. Результаты расчетов по формуле (18) и их сравнение со случаем, когда гравитационное взаимодействие со звездами не учитывалось, представлены на рис. 2. Как видно из рис. 2, для того чтобы ударная волна достигла расстояний 2—3 кпс от центра, необходима энергия взрыва $E \sim 10^{50}$ Дж. В то же время при тех же параметрах газовой составляющей и отсутствии центрального звездного скопления волна достигала бы этих расстояний уже при энергиях $E \sim 10^{48}$ Дж.

Таким образом, при исследовании закономерностей движения ударных волн в окрестностях массивных звездных скоплений учет гравитационного взаимодействия газа со звездной составляющей может быть весьма существенным фактором. Пренебрежение гравитационным взаимодействием газа со звездами может привести к значительной переоценке расстояний, проходимых ударными волнами до затухания, и недооценке выделяемых при образовании ударных волн энергий.

1. Бисноватый-Коган Г. С., Блинные С. И. Сферизация остатков несимметричного взрыва сверхновой в однородной среде.— Астрон. журн., 1982, 59, вып. 5, с. 876—887.
2. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Наука, 1966.—686 с.
3. Климишин И. А. Ударные волны в оболочках звезд.— М.: Наука, 1984.—215 с.
4. Компанец А. С. Точечный взрыв в неоднородной атмосфере.— Докл. АН СССР, 1960, 130, № 5, с. 1001—1003.
5. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике.— М.: Наука, 1972.—440 с.
6. Центр Галактики / Под ред. Дж. Риглера.— М.: Мир, 1984.—272 с.
7. König A. On the nature of bipolar sources in dense molecular clouds.— *Astrophys. J.*, 1982, 261, N 1, p. 115—134.
8. Oort H. Eruptive phenomena near the Galactic centre.— *Phys. scr.*, 1978, 17, N 3, p. 175—184.
9. Singh J. B. A self-similar flow of self-gravitating gas behind a shock wave with increasing energy.— *Astrophys. and Space Sci.*, 1982, 87, N 2, p. 347—355.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР,
Киев

Поступила в редакцию 04.03.85

РЕФЕРАТ ДЕПОНИРОВАННОЙ РУКОПИСИ

УДК 521.96

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ПОПРАВКИ СКЛОНЕНИЙ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ЗВЕЗД / Лазоренко П. Ф.

(Рукопись деп. в ВИНТИ; № 6260-85 Деп)

Приводятся поправки склонений звезд, наблюдавшихся на вертикальном круге в Голосеево в 1979—1982 гг. и служивших в качестве опорных при составлении дифференциального каталога звезд в площадках с радиосточниками. В верхней кульминации наблюдалась 341 звезда, в нижней — 86 звезд.