

УДК 523.41/43:521.14

Сравнительный анализ гравитационной и геометрической фигур планет земной группы

А. Л. Церклевич, В. Е. Зингер, К. К. Каменский

Выполнен сравнительный анализ гравитационной и геометрической фигур Земли, Венеры, Марса и Луны. Дана интерпретация корреляционных зависимостей между высотами уровенной и физической поверхностей для этих планетных тел. Показано, что крупномасштабные особенности рельефа физических поверхностей Марса, Венеры и Луны влияют на их гравитационные фигуры в значительно большей мере, чем в случае Земли, для которой они почти полностью скомпенсированы.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE TERRESTRIAL PLANETS' GRAVITATIONAL AND GEOMETRIC FIGURES, by Tserklevich A. L., Zinger V. E., Kamenskij K. K.—Correlations between the heights of equipotential and physical surfaces of the Earth, Venus, Mars and the Moon were investigated by the comparative analysis. Physical interpretation of the data obtained was given. It was shown that the large-scale topographic features of the Moon, Mars and Venus affect the gravitational figures of these bodies to a considerably greater extent than the terrestrial ones which are almost completely compensated.

За последние два десятилетия в результате успешной реализации космических программ исследования планетных тел земной группы получены достаточно репрезентативные модели гравитационных полей и топографических поверхностей Земли, Венеры, Марса и Луны. Эти данные основаны на разложении потенциала притяжения и рельефа планет в ряд по сферическим функциям и отражают их сглаженные характеристики. Для физики планет наибольший интерес представляет изучение первых членов этого разложения, которые характеризуют крупные неправильности в строении небесных тел. Сопоставление длинноволновых компонент рельефа гравитационной и геометрической фигур этих тел дает возможность получить ряд сведений об их изостатическом состоянии и глобальных особенностях тектогенеза в зависимости от гипотез, которые лежат в основе интерпретации динамических процессов, сформировавших современную структуру планеты.

Наблюдаемое гравитационное поле и рельеф планетного тела отражают в известной мере весь предыдущий путь его геологического развития. В то же время, согласно последним космогоническим представлениям, планеты земной группы находятся на разных этапах своей эволюции. Поэтому некоторую информацию об их эволюции можно извлечь при проведении анализа уровенной и топографической поверхностей с единых планетологических позиций.

Ниже предпринята попытка рассмотреть крупномасштабные особенности гравитационной и геометрической фигур указанных планет на основании сравнительного анализа высот этих фигур. С этой целью высоты рельефа физической и уровенной поверхностей представлялись в виде:

$$h = R \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n h_{nm} Y_{nm}(\theta, \lambda); \quad (1)$$

где $h_{nm}^u = [\bar{C}_{nm}^u; \bar{S}_{nm}^u]$, или $h_{nm}^t = [\bar{C}_{nm}^t; \bar{S}_{nm}^t]$; $Y_{nm}(\theta, \lambda) = \begin{cases} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{cases} P_{nm}(\cos\theta)$.

Здесь R — средний радиус физической или уровенной поверхностей, \bar{C}_{nm}^u , \bar{S}_{nm}^u и \bar{C}_{nm}^t , \bar{S}_{nm}^t — гармонические коэффициенты разложения высот уровен-

ной и физической поверхностей соответственно, $P_{nm}(\cos \theta)$ — присоединенные полиномы Лежандра.

Тогда коэффициенты корреляции между гармониками h_{nm}^u и h_{nm}^t для определенного порядка рассчитываются по формуле

$$r_n(h^u, h^t) = \frac{\text{cov}_n(h^u, h^t)}{[D_n(h^u) \cdot D_n(h^t)]^{1/2}}, \quad (2)$$

где

$$\text{cov}_n(h^u, h^t) = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^u \bar{C}_{nm}^t + \bar{S}_{nm}^u \bar{S}_{nm}^t); \quad (3)$$

$$D_n(h^u) = \sum_{m=0}^n [(\bar{C}_{nm}^u)^2 + (\bar{S}_{nm}^u)^2]; \quad (4)$$

$$D_n(h^t) = \sum_{m=0}^n [(\bar{C}_{nm}^t)^2 + (\bar{S}_{nm}^t)^2]. \quad (5)$$

Общий коэффициент корреляции для гармоник $N_1 - N_2$ задается выражением

$$r_{N_1-N_2}(h^u, h^t) = \frac{\sum_{n=N_1}^{N_2} \text{cov}_n(h^u, h^t)}{\left[\sum_{n=N_1}^{N_2} D_n(h^u) \cdot \sum_{n=N_1}^{N_2} D_n(h^t) \right]^{1/2}}. \quad (6)$$

Статистическую связь между полями высот рельефа уровенной и физической поверхностей характеризует также взаимноковариационная функция (ВКФ)

$$K_{1,2}(\psi) = \sum_{n=2}^N \text{cov}_n(h^u, h^t) P_n(\cos \psi). \quad (7)$$

Отметим здесь, что в общем случае ВКФ не имеет максимума при сферическом расстоянии $\psi=0^\circ$. Нормирование ВКФ выполняется делением на произведение стандартов $\sigma(h^u)$ и $\sigma(h^t)$:

$$\bar{K}_{1,2}(\psi) = K_{1,2}(\psi) / \sigma(h^u) \cdot \sigma(h^t); \quad (8)$$

$$\sigma(h^u) = [D_n(h^u)]^{1/2}; \quad \sigma(h^t) = [D_n(h^t)]^{1/2}.$$

При интерпретации корреляционной связи между полями высот рельефа уровенной и физической поверхностей по ВКФ особый интерес представляют ее экстремальные значения. Положительные экстремумы ВКФ указывают на наличие прямой линейной зависимости между двумя исследуемыми полями и соответствуют значениям аргумента ψ , которые характеризуют площадное простирание коррелированных аномальных особенностей высот точек уровенной и физической поверхностей.

Таким образом, порядковые $r_n(h^u, h^t)$ и общие $r(h^u, h^t)$ коэффициенты корреляции, а также ВКФ, определенные по коэффициентам h_{nm}^u, h_{nm}^t , характеризуют глобальную зависимость между полями высот рельефа уровенной и физической поверхностей планет.

Интересно рассмотреть корреляционную зависимость между этими поверхностями в региональном масштабе, тем более, что это дает возможность перейти к выяснению изостатического состояния и наблюдающейся взаимосвязи ондуляций уровенных поверхностей с крупнейшими тектоническими структурами литосфер планет. С этой целью вы-

числим скользящие коэффициенты корреляции (с. к. к.) между высотами точек уровенной и физической поверхностями планеты по формулам:

$$r = \mu_{11}/\sigma_{h^u} \cdot \sigma_{h^t}, \quad \mu_{11} = \sum_{i=1}^n h_i^u h_i^t / n; \quad (9)$$

$$\sigma_{h^u}^2 = \sum_{i=1}^n (h_i^u)^2 / n; \quad \sigma_{h^t}^2 = \sum_{i=1}^n (h_i^t)^2 / n.$$

Здесь h_i^u , h_i^t — соответственно значения высот точек уровенной и физической поверхностей планеты для центров «единичных» трапеций размером $10^\circ \times 10^\circ$, полученные по гармоническим коэффициентам h_{nm}^u и h_{nm}^t . Указанные величины входят в так называемую окрестность скольжения,

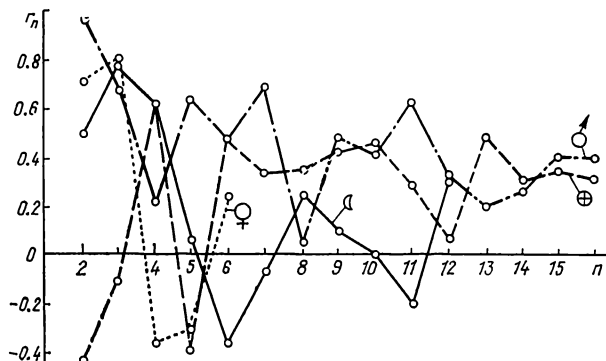


Рис. 1. Изменение порядковых коэффициентов корреляции между сферическими гармониками разложений высот рельефа уровенной и физической поверхностей планет

размер которой принят равным трем, так что число «единичных» трапеций (n), попадающих в окрестность скольжения, равно 6 или 9. При этом заметим, что радиус окрестности устанавливался опытным путем, исходя из следующих соображений: а) он должен быть достаточно большим, чтобы получаемая оценка с. к. к. или дисперсии была состоятельной; б) достаточно малым, чтобы давать локальную оценку.

Рассмотрим теперь корреляционную связь между полями высот рельефа уровенной и физической поверхностей исследуемых планет. Для получения численных значений коэффициентов корреляции и ВКФ были использованы данные, приведенные в таблице. Изменения значений порядковых корреляций между гармониками h_{nm}^u и h_{nm}^t для Земли (\oplus), Венеры (\ominus), Марса (\oplus) и Луны (\ominus) показаны на рис. 1. Обращают на себя внимание значимые коэффициенты корреляции r_n (h_u , h_t), полученные для Марса. Общий коэффициент корреляции r_{2-16} (h^u , h^t) равен 0.71. Эта величина является надежным значением

Исходные данные, использованные для вычисления высот рельефа уровенной и физической поверхностей планет

| Планета | Гармоники h_{nm}^u | Литературный источник | Гармоники h_{nm}^t | Литературный источник | Средний радиус, км |
|---------|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|--------------------|
| Земля | $16 \times 16^*$ | [8] | $16 \times 16^*$ | [3] | 6371 |
| Венера | 6×6 | [9] | 6×6 | [1] | 6052 |
| Марс | $16 \times 16^{**}$ | [4] | $16 \times 16^{***}$ | [6] | 3390 |
| Луна | 12×12 | [7] | 12×12 | [5] | 1738 |

* Для Марса и Земли зональная гармоника \bar{C}_{20}^u устанавливалась равной нулю. ** Использовались коэффициенты для эквивалентной топографической массы. *** Гармоника \bar{C}_{20}^t для Марса приравнивалась $\bar{C}_{20}^u - \bar{C}_{20}^u = -0.0002578$.

для 99 %-го уровня доверия, т. е. вероятность того, что установленная корреляционная зависимость представляется случайной, составляет менее 1 %. Для Венеры также характерно наличие корреляции между полями высот рельефа уровенной и физической поверхностей. Однако для Земли между гармониками $h^{u_{nm}}$ и $h^{t_{nm}}$ низкого порядка не существует заметной корреляции, но корреляция становится положительной для $n \geq 6$, а общая корреляция при $n=6-16$ оказывается значимой для 99 %-го уровня доверия. Корреляция между гармониками $h^{u_{nm}}$ и

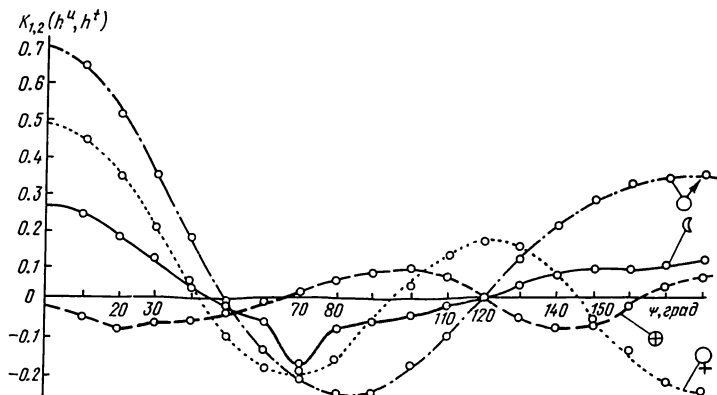


Рис. 2. Взаимные корреляционные функции (ВКФ) высот рельефа уровенной и физической поверхностей Земли (⊕), Венеры (♀), Марса (♂) и Луны (☾)

$h^{t_{nm}}$ для Луны является значимой только для $n=2-4$, а для гармоник более высокого порядка коэффициенты корреляции не являются ни значимыми, ни устойчивыми по знаку.

Корреляционную зависимость между полями высот рельефа уровенной и физической поверхностей иллюстрируют также их ВКФ (рис. 2). Графики изменения ВКФ наглядно показывают тесную связь между двумя физическими полями в зависимости от величины смещения сферического расстояния ψ . Так, только для Марса и Венеры обнаруживается тесная корреляционная зависимость между полем высот рельефа уровенной поверхности и полем высот его физической поверхности. Для Земли и Луны взаимная корреляция этих полей является несущественной.

Проанализируем характер изменения с. к. к. между высотами рельефа уровенной и физической поверхностей планет, вычисленные с учетом гармоник $h^{u_{nm}}$, $h^{t_{nm}}$ до 2-го и более высоких порядков. Поскольку гармоники 2-го порядка отражают глобальные черты (трехосность) гравитационной и геометрической фигур планет, то по с. к. к. появляется возможность выявить взаимное расположение этих фигур, а также проследить тенденцию изменения с. к. к. между высотами рельефа, полученных по гармоникам более высоких порядков.

Рассмотрим корреляционную зависимость между полями высот рельефа уровенной и физической поверхности Земли. На рис. 3а представлена карта распределений с. к. к., характеризующих взаимную связь между глобальными волнами геометрической и гравитационной фигур планеты. Обнаруживается преобладание отрицательных значений с. к. к. и их симметричное расположение относительно сечения по дуге большого круга, наклоненного к экватору. Эта особенность распределения с. к. к. может означать, что взаимное расположение обобщенных фигур, аппроксимирующих поверхность литосферы и геоида, не совпадает. Следовательно, можно предположить, что глобальная волна, характеризующая трехосность геометрической фигуры Земли, изостатически скомпенсирована, а волна, выражающая трехосность геоида, обусловлена плотностными неоднородностями в теле планеты.

Заслуживает внимания и иное истолкование отсутствия прямой корреляции между полями высот сглаженного рельефа уровенной и физической поверхностей Земли [2]. Суть его заключается в негомтегичном размещении глобальных волн поверхности литосферы по отношению к фигуре геоида, что может быть вызвано либо гравитационным сползанием, либо перемещением литосферных плит. Последнее

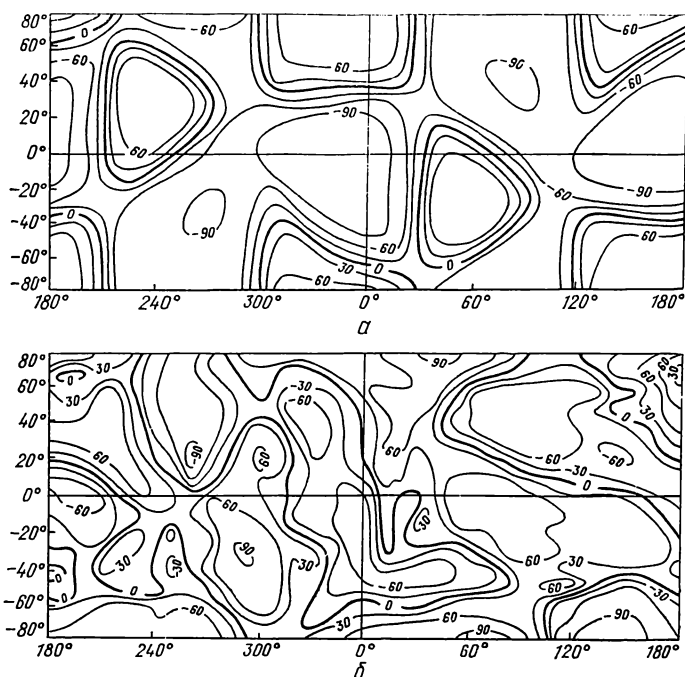


Рис. 3. Распределение скользящих коэффициентов корреляции (с.к.к.) между высотами рельефа уровенной и физической поверхностей Земли: *a* — с учетом гармоник до 2-го порядка; *б* — с учетом гармоник до 16-го порядка. Изокорреляты проведены через 30 %

может приводить к вращению всей литосферы Земли по отношению к более устойчивой уровенной фигуре, что и отразилось в различии значений параметров и на ориентировке обобщенных фигур, аппроксимирующих поверхность литосферы и геоида.

Более детальная картина распределения с.к.к. показана на рис. 3 б, где прослеживается некоторая асимметрия в распределении значений с.к.к. между южным и северным полушариями. Так, для континентов южного полушария (Антарктиды, Австралии, Южной Америки) обнаруживается прямая корреляционная связь между высотами рельефа физической поверхности и ондуляциями геоида, а для северных континентов эта связь обратная. Практически для всей территории Атлантического океана с.к.к. также принимают существенно отрицательные значения.

Судя по полученным значениям с.к.к. и их распределению на земной поверхности, прослеживается отсутствие прямой корреляционной зависимости между ондуляциями геоида и крупными тектоническими структурами литосферы — континентальными выступами и океаническими впадинами. Это может быть объяснено хорошей изостатической компенсацией топографических масс, либо существованием плотностных неоднородностей, некоррелированных с топографией.

В противоположность Земле для Венеры характерно преобладание положительной корреляционной связи между высотами рельефа уровенной и физической поверхностей (рис. 4 а). Судя по распределению значений с.к.к. можно заключить, что пространственное рас-

положение глобальных волн, характеризующих трехосность геометрической и гравитационной фигур, не совпадает. Примерно такая же картина изменения значений с. к. к. сохраняется и на рис. 4 б. Здесь с. к. к. рассчитывались на основании высот урвненной и физической поверхностей Венеры с использованием коэффициентов h^u_{nm} , h^t_{nm} до 6-го порядка. Таким образом, для Венеры имеет место преобладание

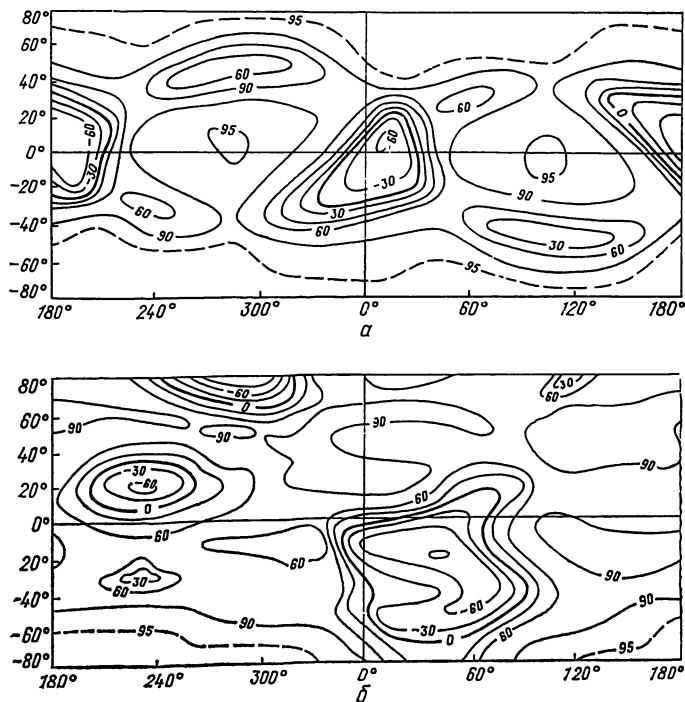


Рис. 4. Распределение с. к. к. между высотами рельефа урвненной и физической поверхностей Венеры: а — до 2-го порядка; б — до 6-го порядка

положительной корреляционной зависимости между высотами исследуемых поверхностей. Однако заметим, что для Венеры с. к. к. рассчитывались по сильно сглаженным полям высот рельефа урвненной и физической поверхностей планеты. Возможно, высокочастотные составляющие разложения гравитационного поля и топографии Венеры по сферическим функциям, несомненно, имеющие особенности, не покажут столь значимой корреляции.

Рассмотрим теперь характер изменения с. к. к. для Марса (рис. 5 а, 5 б). Обращает на себя внимание исключительно преобладающая положительная корреляция между высотами рельефа урвненной и физической поверхностей для этой планеты. Наличие такой тесной корреляционной зависимости, в особенности между высотами рельефа этих поверхностей, полученным по гармоникам 2-го порядка, указывает на то, что длинноволновые особенности гравитационной и геометрической фигур планеты, в противоположность Земле, достаточно гомотетичны. Учет гармоник h^u_{nm} и h^t_{nm} более высоких порядков при определении высот рельефа урвненной и физической поверхностей Марса приводит к несколько иному распределению значений с. к. к. (рис. 5 б). Западное полушарие характеризуется существенно положительными значениями с. к. к., а для восточного полушария обнаруживается положительная корреляция в области, диаметрально противоположной структуре Фарсида. В связи с этим можно предположить, что выявленная корреляционная зависимость между высотами рельефа урвненной и физической поверхностей Марса свидетельствует о протекающих в глубинной ман-

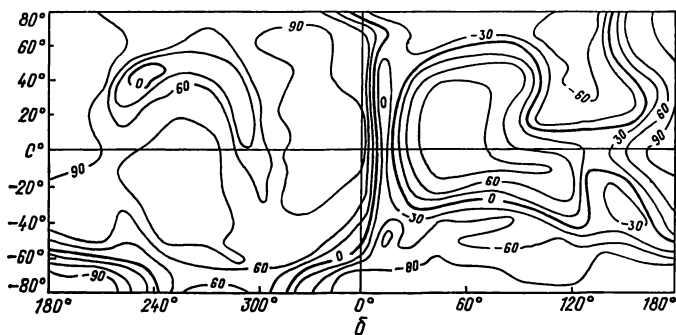
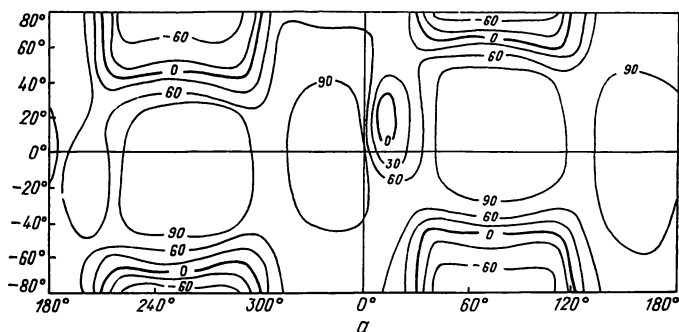


Рис. 5. Распределение с.к.к. между высотами рельефа уровня и физической поверхностей Марса: а — до 2-го порядка, б — до 16-го порядка

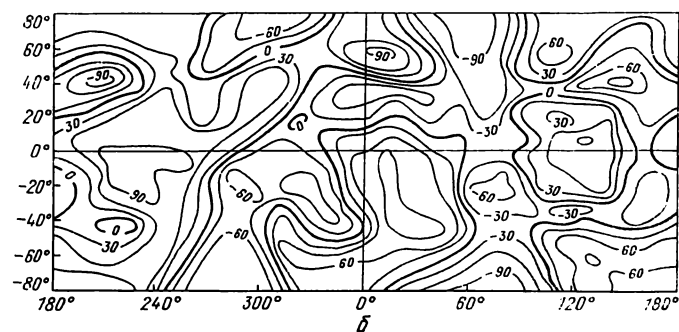
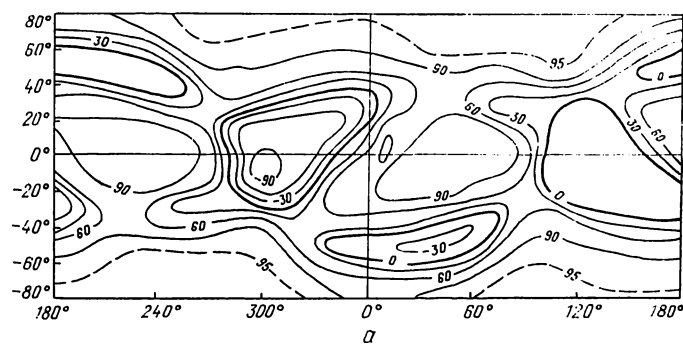


Рис. 6. Распределение с.к.к. между высотами рельефа уровня и физической поверхностей Луны: а — до 2-го порядка; б — до 12-го порядка

тии динамических процессах, которые повлияли на формирование марсианской поверхности и соответствующим образом отразились на гравитационном поле планеты. Следовательно, регионы с положительными значениями с.к.к., вероятно, динамически были связаны с возникнове-

нием структуры Фарсида, и в настоящее время их топография либо лишь частично скомпенсирована, либо коррелирована с аномалиями плотности в верхней мантии. Первое предположение должно приводить к значительным сверхгидростатическим напряжениям, что предполагает существование толстой литосферы, второе, очевидно, является более вероятным.

Для Луны, если принять во внимание не совсем надежное определение гармонических коэффициентов h^u_{nm} , h^t_{nm} , полученные с. к. к. не обладают такой степенью доверия, как для других планетных тел. Тем не менее на рис. 6, а четко прослеживается интересная особенность в распределении с. к. к. между высотами рельефа уровенной и физической поверхностей Луны, вычисленными по гармоникам 2-го порядка. Отмеченная особенность связана с наличием на фоне положительных значений с. к. к. значимой отрицательной корреляции в экваториальной области вблизи нулевого меридиана. Эту корреляцию можно объяснить гравитационным воздействием на уровенную поверхность масконов, находящихся в этой области. Рис. 6, б показывает мозаичную картину чередований положительных и отрицательных значений с. к. к., полученных по высотам сравниваемых поверхностей с учетом гармоник до 12-го порядка.

Таким образом, среди исследуемых планет земной группы только для Земли характерно преобладание обратной корреляционной связи между поверхностями геометрической и гравитационной фигур, построенными с использованием гармоник h^u_{nm} , h^t_{nm} 2-го порядка.

Вместе с тем крупномасштабные особенности рельефа физических поверхностей Марса, Венеры и Луны влияют на их гравитационные фигуры в большей мере, чем в случае Земли, для которой они в значительной степени скомпенсированы.

1. Бородин В. А., Степаньянц В. А., Шишов В. А. Построение модели поверхности Венеры и ее использование при обработке радиолокационных наблюдений.— М., 1983.— 19 с.— (Препринт / АН СССР, Ин-т прикл. математики; № 20).
2. Церклевич А. Л., Евсеева Э. М. Гравитационное поле и фигура Марса.— Изв. АН СССР. Физика Земли, 1980, № 7, с. 3—15.
3. Balmino G., Lambeck K., Kaula W. M. A spherical harmonic analysis of the Earth's topography.— J. Geophys. Res., 1973, 78, N 2, p. 478—481.
4. Balmino G., Moynot B., Vales N. Gravity field model of Mars in spherical harmonics up to degree and order eighteen.— Ibid., 1982, 87, N B 12, p. 9735—9746.
5. Bills B. G., Ferrari A. J. A harmonic analysis of lunar topography.— Icarus, 1977, 31, N 2, p. 244—259.
6. Bills B. G., Ferrari A. J. Mars topography harmonics and geophysical implications.— J. Geophys. Res., 1978, 83, N B 7, p. 3497—3508.
7. Bills B. G., Ferrari A. J. A harmonic analysis of lunar gravity.— Ibid., 1980, 85, N 82, p. 1013—1025.
8. Lerch F. J., Putney B. H., Wagner C. A., Klosko S. M. Goddard Earth models for oceanographic applications (GEM 10B and 10C).— Mar. Geod., 1981, 5, N 2, p. 145—187.
9. Sjogren W. L., Bills B., Birkeland P. W. et al. Venus gravity anomalies and their correlations with topography.— J. Geophys. Res., 1983, 88, N B2, p. 1119—1128.