

УДК 523.34

Мегарельеф и фигура Луны по данным гармонического анализа высот лунной поверхности**И. В. Гаврилов**, В. С. Кислюк, В. И. Белан

По гипсометрическим данным, полученным из наземных астрономических наблюдений, а также с помощью космических аппаратов «Зонд-8», «Аполлон-15, -16, -17», найдены коэффициенты разложения лунного рельефа в ряд по сферическим функциям до 6-го порядка и 4-й степени. Изучена корреляция мегарельефа Луны с фигурой селеноида. Определены параметры геометрической фигуры Луны.

MEGARELIEF AND FIGURE OF THE MOON FROM THE HARMONIC ANALYSIS OF HEIGHTS OF THE LUNAR SURFACE, by [Gavrilov I. V.], Kislyuk V. S., Belan V. I.— The Earth-based hypsometric data as well as the data obtained from spacecrafts «Zond-8» and «Apollo-15, -16, -17» are used to find coefficients of the expansion of lunar topography in series of spherical harmonics up to the 6th order and the 4th degree. The parameters of geometrical figure of the Moon determined agree well with results of other authors. It is shown that the correlation of the Moon's megarelief with the selenoid figure is very small.

Введение. Основные принципы классификации и интерпретации гипсометрических характеристик планет и их спутников на основании гармонического анализа высот внешних поверхностей этих тел обсуждаются в работах [1, 14]. Особый интерес в этой классификации представляют данные о фигуре и мегарельефе планеты как описывающие основные неправильности фигур, определяемые различиями средних уровней больших регионов их поверхностей. К ним относятся отдельные материковые и морские области, крупные горные хребты, кольцевые структуры и пр.

При изучении мегарельефа успешно применяется картографический метод (см. [3]), позволяющий наглядно представлять не только основные неправильности фигуры, но и топорельеф, т. е. локальные особенности фигуры планеты. Количественные характеристики мегарельефа могут быть определены путем разложения данных об абсолютных высотах планеты в ряд по сферическим функциям, если ограничиться разложением приблизительно до 5 — 6 порядка и степени.

В работе рассматриваются вопросы изучения количественных характеристик мегарельефа Луны по современным селенодезическим данным. Аналогичные характеристики макрорельефа (разложение до 7 — 18 порядка и степени) можно найти в работах [4, 11, 12], в которых приведены результаты гармонического анализа лунного рельефа соответственно до 10, 8 и 12 порядка и степени.

Исходный материал и его систематизация. Для математического представления мегарельефа Луны достаточно использовать средние высоты участков, размеры которых близки к $30^\circ \times 30^\circ$. В соответствии с этим лунная поверхность была разделена на 56 участков указанного размера, симметрично расположенных относительно экватора и нулевого меридиана (рисунок). На основании свойства ортогональности сферических функций такая разбивка позволяет получить некоррелированные значения гармонических членов разложения, так как все недиа-

гональные коэффициенты матрицы нормальных уравнений при этом обращаются в нули.

Для обработки были использованы следующие данные:

- 1) селенодезические координаты 2390 точек лунной поверхности [2];
- 2) фотограмметрическая сеть 66 точек участка обратной стороны Луны, построенная по снимкам, полученным с помощью КК «Аполлон-16» [15];
- 3) альтиметрические профили (центральные сечения) Луны, полученные с помощью КК «Аполлон-15, -16, -17» [8, 12, 16];

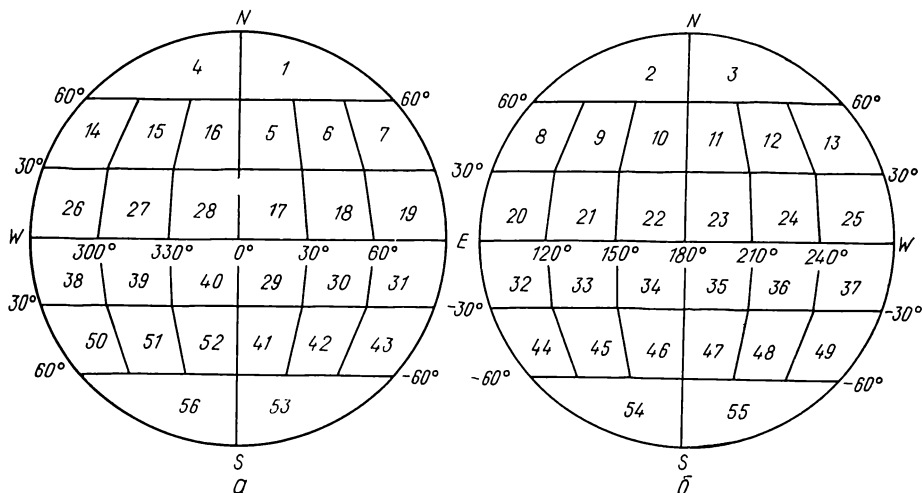


Схема деления лунной поверхности на участки, размером $30^\circ \times 30^\circ$: а — видимая сторона Луны; б — обратная сторона Луны

- 4) результаты радиопрофилирования Луны по данным, полученным с помощью КА «Луна-22» [10];
- 5) абсолютные высоты краевой зоны Луны в системе селенодезических опорных точек [5];
- 6) профиль обратной стороны Луны, полученный по данным КА «Зонд-8» [7];
- 7) профиль обратной стороны Луны, полученный по данным КК «Аполлон-11» [6].

Количество и вес точек или измерений для каждого из перечисленных источников приведены в табл. 1. С учетом этих весов были найдены средние уровни каждого из 56 участков, как средние взвешенные значения высот точек, попадающих на данный участок из разных источников. Кроме того, отдельно выделялись материковые и морские области. И там, где возможно, на участках представлены средние уровни в трех вариантах: уровень участка с учетом только материковых

Таблица 1. Исходные гипсометрические данные

Номер	Данные	Ссылка	Количество точек	Вес точек
1	Селенодезическая сеть	[2]	2390	$1 \div 25$
2	Фотограмметрическая сеть	[15]	66	$1 \div 25$
3	Альтиметрия («Аполлон-15, -16, -17»)	[8, 12, 16]	550*	40
4	Радиопрофилирование	[10]	800*	40
5	Краевая зона	[5]	920	10
6	Профиль по «Зонд-8»	[7]	260*	17
7	Профиль по «Аполлон-11»	[6]	85*	17

* Количество измерений вдоль профиля.

областей ($\bar{H}_{\text{мат}}$), с учетом только морских областей ($\bar{H}_{\text{мор}}$) и средний уровень участка с учетом как материковых, так и морских областей ($\bar{H}_{\text{уч}}$). Эти данные приведены в табл. 2, где показано также отношение площади материковой области участка ($S_{\text{мат}}$) к площади всего участка.

Таблица 2. Гипсометрические уровни лунных участков

Номер участка	$S_{\text{мат}}$	$\bar{H}_{\text{мат}}$	$\bar{H}_{\text{мор}}$	$\bar{H}_{\text{уч}}$	Номера исходных данных из табл. 1
1	0.98	-1.65	-3.01	-1.68	1, 5, 7
2	1.00	-1.89	—	-1.89	5, 7
3	1.00	-1.14	—	-1.14	5, 6
4	0.96	-1.80	-1.36	-1.78	1, 5, 6
5	0.52	-2.32	-3.01	-2.64	1
6	0.91	-2.43	-3.28	-2.46	1
7	0.94	-1.12	-4.98	-1.34	1, 2, 5
8	1.00	-1.26	—	-1.26	2, 5
9	1.00	-1.28	—	-1.78	2, 7
10*	1.00	—	—	0.78	—
11*	1.00	—	—	0.78	—
12	1.00	0.40	—	0.40	6
13	1.00	-1.29	—	-1.29	5
14	0.58	-4.04	-4.04	-1.62	1, 5
15	0.44	-2.48	-3.19	-2.78	1
16	0.27	-2.48	-3.37	-3.11	1, 7
17	0.46	-0.90	-2.89	-1.95	1, 3, 4
18	0.65	-1.62	-3.20	-2.22	1, 3, 4
19	0.75	-1.72	-3.82	-2.40	1, 2, 3, 5
20	0.95	-0.37	-3.26	-1.24	2, 3, 5
21	0.96	0.75	—	0.75	2, 3, 7
22	1.00	0.60	—	0.60	3
23	1.00	4.70	—	4.70	3
24	1.00	3.50	—	3.50	3, 6
25	1.00	-0.11	—	-0.11	3, 5
26	0.68	-1.00	-2.34	-1.29	1, 3, 5
27	0.07	-1.63	-1.98	-1.96	1
28	0.53	-1.73	-2.29	-2.04	1, 3
29	0.92	0.09	-2.71	-0.15	1, 3, 4
30	0.62	-1.38	-2.48	-1.61	1, 3, 4
31	0.85	-1.34	-3.93	-2.01	1, 3, 5
32	0.88	-0.42	-3.19	-0.74	2, 3, 5
33	0.99	1.35	—	1.35	3, 7
34	1.00	-0.40	—	-0.40	3
35	1.00	-0.90	—	-0.90	3
36	1.00	2.70	—	2.70	3, 6
37	0.92	0.46	-3.34	0.21	3, 5
38	0.98	-0.54	-2.68	-0.55	1, 3, 5
39	0.50	-1.79	-2.69	-2.48	1, 3
40	0.55	-0.90	-2.17	-1.49	1, 3, 4
41	1.00	-1.28	—	-1.28	1, 7
42	1.00	-1.78	—	-1.78	1
43	0.75	-1.05	-1.84	-1.43	1, 5
44	0.75	-0.71	-2.01	-1.36	5, 7
45	0.98	-1.03	—	-1.03	7
46*	0.75	—	—	0.09	—
47*	0.97	—	—	0.09	—
48	1.00	-4.80	—	-4.80	6
49	0.99	-0.09	—	-0.09	5
50	1.00	-0.14	—	-0.14	1, 5
51	0.99	-1.58	—	-1.58	1
52	0.98	-1.76	—	-1.76	1, 7
53	0.99	-0.36	-1.88	-0.39	1, 5, 7
54	1.00	-0.28	—	-0.28	5, 7
55	1.00	-1.10	—	-1.10	5, 6
56	1.00	-1.04	—	-1.04	1, 5

* Отмечены участки, для которых отсутствуют гипсометрические данные. Их средние уровни аппроксимировались по прилегающим участкам.

Перед осреднением по участкам были выполнены некоторые дополнительные вычисления и редукции.

1. Для селенодезических координат (ξ , η , ζ) кратеров [2] по формуле

$$H = 1738.0 (\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} - 1) \quad (1)$$

вычислялись значения абсолютных высот над барицентрической сферой стандартного радиуса 1738.0 км.

2. Абсолютные высоты точек по данным этого каталога редуцировались за высоту валов кратеров. Для этого использовалась статистическая зависимость $\Delta H = -(0.049 D - 0.068)$, где D — диаметр кратера в км [3].

3. Для точек краевой зоны [5], согласно [3], вводились поправки $\Delta H = -1.1$ км.

Редукции для приведения абсолютных высот к центру масс Луны не вводились, так как по условиям задания использованные в работе данные (табл. 1) являются селеноцентрическими.

Разложение в ряд по сферическим функциям. Средние уровни 56 участков лунной поверхности представлены в виде разложения в ряд по сферическим функциям:

$$H(\beta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_{nm}(\sin \beta) (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda), \quad (2)$$

где $P_{nm}(\sin \beta)$ — присоединенные функции Лежандра степени m и порядка n ; A_{nm} , B_{nm} — гармонические коэффициенты разложения; β , λ — селенографические широта и долгота точек (центров участков).

Решение уравнений (2) выполнено до порядка ($n=6$) и степени ($m=4$) в двух вариантах: с учетом материковых и морских областей (материк + море) и с учетом только материковых областей (материк). Ограничение степенью ($m=4$) обусловлено применением при разложении данных работы [9]. Значения нормированных гармонических коэффициентов разложения для двух вариантов приведены в табл. 3, в которой нормированные значения (\bar{A}_{nm} , \bar{B}_{nm}) связаны с ненормированными (A_{nm} , B_{nm}) следующим образом:

$$(\bar{A}_{nm}, \bar{B}_{nm}) = N_{nm} (A_{nm}, B_{nm}), \quad (3)$$

где нормирующий множитель

$$N_{nm} = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{2(n+m)!}}. \quad (4)$$

Для изучения корреляции мегарельефа Луны, описываемого набором гармонических коэффициентов (табл. 3), с фигурой селеноида, последняя была представлена аналогичным разложением. В качестве исходных данных взяты высоты селеноида над сферой $R=1738.0$ км, построенного с использованием гармонических коэффициентов по Феррари [13]. Карта высот селеноида приведена в книге М. У. Сагитова [8]. Нормированные указанным выше образом коэффициенты разложения высот селеноида представлены в табл. 4.

Корреляция мегарельефа Луны (табл. 3) с фигурой селеноида (табл. 4) характеризуется следующими коэффициентами корреляции:

$$\begin{aligned} \rho &= 0.208 \pm 0.153 \text{ — для варианта «материк + море»,} \\ \rho &= 0.431 \pm 0.147 \text{ — для варианта «материк».} \end{aligned} \quad (5)$$

Мегарельеф лунной поверхности относительно селеноида можно представить в виде:

$$H_s(\beta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_{nm}(\sin \beta) [(A_{nm} - C_{nm}) \cos m\lambda + (B_{nm} - S_{nm}) \sin m\lambda], \quad (6)$$

где $H_s(\beta, \lambda)$ — высота точки физической поверхности над селеноидом.

Ввиду небольших отличий селеноида от сферы $R=1738$ км использование формулы (6) имеет смысл только при выполнении строгих редукций.

На основании данных табл. 3 найдены параметры геометрической фигуры Луны: средний радиус Луны R_C ; размеры (a, b, c) эллипсоида, аппроксимирующего геометрическую фигуру Луны; величины $\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta\zeta$, характеризующие смещение центра фигуры (эллипсоида) относительно центра масс Луны по осям ξ, η, ζ соответственно, а также ориентировка осей эллипсоида (селенографические координаты направленных осей) (табл. 5).

Таблица 3. Коэффициенты разложения лунного рельефа в ряд по сферическим функциям (нормированные), в км

n	m	Материк+море		Материк	
		\bar{A}_{nm}	\bar{B}_{nm}	\bar{A}_{nm}	\bar{B}_{nm}
0	0	-0.8804	—	-0.7107	—
1	0	-1.2964	—	-1.1428	—
1	1	-1.9939	-0.3512	-1.6939	-0.3199
2	0	-0.6878	—	-0.7729	—
2	1	-1.5129	-0.1203	-1.2968	-0.1226
2	2	0.4081	0.4302	0.3781	0.4339
3	0	0.0622	—	-0.0975	—
3	1	0.0597	0.3241	0.0267	0.2696
3	2	0.3125	0.2246	0.2636	0.1944
3	3	0.4873	-0.0581	0.4593	-0.0666
4	0	0.2997	—	0.2800	—
4	1	0.6887	0.3782	0.6110	0.3251
4	2	-0.0107	-0.2126	-0.0643	-0.2792
4	3	0.1627	0.0759	0.1235	0.0635
4	4	-0.1868	0.3795	-0.1356	0.4032
5	0	0.2575	—	0.3233	—
5	1	0.2241	-0.0681	0.2096	-0.0241
5	2	-0.1757	-0.3345	-0.2152	-0.3940
5	3	-0.5165	0.2501	-0.5545	0.2304
5	4	0.0944	0.2965	0.1605	0.3068
6	0	0.1272	—	0.0916	—
6	1	-0.2859	-0.2077	-0.2255	-0.1620
6	2	-0.2245	0.0288	-0.7632	0.0196
6	3	-0.5586	0.2182	-0.5804	0.2054
6	4	0.6966	-0.0774	0.7575	-0.0458

Таблица 4. Коэффициенты разложения высот селеноида в ряд по сферическим функциям (нормированные), в км

n	m	\bar{C}_{nm}	\bar{S}_{nm}	n	m	\bar{C}_{nm}	\bar{S}_{nm}
0	0	-0.0220	—	4	3	0.0672	-0.0038
1	0	-0.1090	—	4	4	-0.0259	-0.0015
1	1	0.0133	-0.0075	5	0	0.0390	—
2	0	-0.2002	—	5	1	-0.0205	-0.0036
2	1	0.0426	0.0012	5	2	-0.0618	-0.0149
2	2	0.0919	-0.0065	5	3	0.0444	0.0148
3	0	-0.1516	—	5	4	-0.0347	-0.0004
3	1	0.0699	0.0150	6	0	-0.0980	—
3	2	0.0593	-0.0139	6	1	-0.0308	-0.0082
3	3	0.0709	-0.0143	6	2	-0.2867	-0.0167
4	0	-0.0470	—	6	3	0.0128	0.0162
4	1	0.0254	0.0245	6	4	-0.0053	0.0025
4	2	-0.0255	-0.0184				

Таблица 5. Параметры геометрической фигуры Луны по данным разложения

Параметр	Материк+море	Материк	Параметр	Материк+море	Материк
R_C	1737.46	1737.68	$\Delta\eta$	-1.30	-1.14
a	1739.27	1739.11	$-\Delta\xi$	-1.99	-1.69
b	1737.50	1737.54	$\bar{a}(\lambda, \beta)$	16° E, 26° S	18° E, 23° S
c	1735.60	1735.52	$\bar{b}(\lambda, \beta)$	79° W, 9° N	75° W, 9° N
$\Delta\xi$	-0.35	-0.32	$\bar{c}(\lambda, \beta)$	175° E, 62° S	175° E, 65° S

Примечание: значения R_C , a , b , c , $\Delta\xi$, $\Delta\eta$, $\Delta\xi$ даны в км.

Заключение. Полученные в данной работе результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Фигура и размеры Луны по селенодизическим данным, использованным в данной работе, согласуются с результатами других работ [4, 11, 12]. Они свидетельствуют о том, что средний радиус Луны близок к значению $R=1737.5$ км, а центр масс Луны сдвинут по отношению к центру фигуры на величину $r=2.4$ км (в варианте «материк + море») в направлении к северо-западу от Моря Ясности. По данным работы [12] $r=1.982$, и этот вектор пересекает лунную поверхность в южной части Моря Ясности.

2. Мегарельеф Луны в целом слабо коррелирует с фигурой селеноида (5) даже при исключении из анализа аномальных морских областей, что свидетельствует, по-видимому, о большой степени изостатической компенсации лунной коры.

1. Гаврилов И. В. Обоснованность гипсометрических карт Луны и планет.— Изв. вузов. Геод. и аэрофотосъемка, 1983, № 1, с. 51—56.
2. Гаврилов И. В., Кислюк В. С., Дума А. С. Сводная система селенодизических координат 4900 точек лунной поверхности.— Киев: Наук. думка, 1977.— 171 с.
3. Гаврилов И. В., Кислюк В. С., Карасев Л. А. Мегарельеф видимой стороны Луны.— Астрон. вестник, 1981, 15, с. 211—215.
4. Дубровский А. С., Чиканов Ю. А. Гармонический анализ рельефа Луны.— Астрон. вестник, 1979, 13, с. 82—86.
5. Дума А. С. Абсолютные высоты краевой зоны Луны в системе селенодизических опорных точек.— Астрометрия и астрофизика, 1973, вып. 20, с. 55—58.
6. Дума А. С., Кислюк В. С. Профиль Луны по данным съемки КК «Аполлон-11».— Кинематика и физика небесных тел, 1985, 1, № 1, с. 49—54.
7. Кислюк В. С. Профиль обратной стороны Луны по данным съемки КА «Зонд-8».— Астрометрия и астрофизика, 1975, вып. 27, с. 31—36.
8. Сагитов М. У. Лунная гравиметрия.— М.: Недра, 1979.— 432 с.
9. Таблицы присоединенных функций Лежандра / Под ред. К. А. Карпова.— М.: ВЦ АН СССР, 1965.— 306 с.
10. Тюфлин Ю. С., Тимофеев Ю. С., Алексашин Е. П. и др. Некоторые результаты радиопрофилирования с автоматической станции «Луна-22».— Геод. и картография, 1979, № 3, с. 54—58.
11. Чуйкова Н. А. Геометрическая фигура Луны, представленная в виде разложения по сферическим и выборочным функциям.— Астрон. журн., 1975, 6, с. 1279—1292.
12. Bills B. G., Ferrari A. J. A harmonic analysis of lunar topography.— Icarus, 1977, 31, p. 244—259.
13. Ferrari A. J. A lunar gravity: A harmonic analysis.— J. Geophys. Res., 1977, 82, p. 3065—3084.
14. Gavrilo I. V. On physical interpretation of hypsometric characteristics of the Moon and Planets.— In: Sun and Planet Syst., 6th Eur. Reg. Meet. Astron., Dubrovnik, 19—23 Oct., 1981. Dordrecht e. a., 1982, p. 261—262.
15. Mohan S. N. New determinations of far-side lunar radii from Apollo topography.— Icarus, 1979, 38, p. 317—330.
16. Sjogren W. L., Wollenhaupt W. R. Lunar shape via the Apollo laser altimeter.— Science, 1973, 179, p. 275—278.