УДК 534.611

РАССЕЯННОЕ ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ С МНОГОМАСШТАБНЫМИ СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

© О.С. Голод, А.И. Гончар, Л.И. Шлычек, 2004

Государственный Северо-Западный технический университет, г. Санкт-Петербург

Научно-технический центр панорамных акустических систем НАН Украины, г. Запорожье

Представлено розрахунок звукового поля в шаруватому середовищі з дрібномасштабними та великомасштабними випадковими неоднорідностями.

Представлен расчет звукового поля в слоистой среде с мелкомасштабными и крупномасштабными случайными неоднородностями.

The computation of the acoustic field in the stratified medium with small-scale and large-scale stochastic inhomogeneities is presented.

Экспериментальные исследования [1,2] свидетельствуют о многомасштабности структуры полей температуры, солености, скорости звука и других гидрофизических полей в океане.

Различают крупномасштабную вертикальную структуру с размерами неоднородностей более 100 м, тонкую структуру – размеры неоднородностей от 1 до 100 м, и микроструктуру с размерами неоднородностей менее 1 м. Горизонтальные масштабы неоднородностей, как правило, больше вертикальных в 10-100 раз. Исключением является микроструктура, где горизонтальные размеры неоднородностей больше вертикальных в 1,2-9 раз.

При изучении структуры вод океана с помощью звуковых импульсов с высокочастотным заполнением длина волны излучения попадает внутрь широкого интервала, который образует вертикальные размеры неоднородностей.

Мелкомасштабные неоднородности поля скорости звука, размеры которых меньше длины волны, вызывают рассеяние первичной волны в стороны, а крупномасштабные, размеры которых превышают длину волны, в основном искажают амплитуду и фазу прямого и рассеянного сигнала [3, 4].

В такой ситуации при теоретическом исследовании рассеянного поля удобно условно разделить флуктуации скорости звука на крупно- и мелкомасштабные и рассматривать рассеяние искажённого крупномасштабными неоднородностями прямого сигнала на мелкомасштабных неоднородностях с помощью гибридного метода [4].

В основе гибридного метода лежит возможность разбиения поля относительных флуктуаций скорости звука $M = c^{-1}\,\delta c$ на статистически независимые случайные гауссовы поля ε и ν.

При этом, если [2]

$$B_M\left(\vec{R}-\vec{R}',\ \frac{z+z'}{2}\right)=\langle M(\vec{R})M(\vec{R}')\rangle$$

- корреляционная функция флуктуаций μ, а

$$\Phi_M\left(\vec{x},\frac{z+z'}{2}\right)=(2\pi)^{-3}\int e^{-i\vec{x}\vec{\rho}}B_M\left(\vec{\rho},\frac{z+z'}{2}\right)d^3\vec{\rho}$$

их спектр, то $B_M = B_\varepsilon + B_\nu$, $\Phi_M = \Phi_\varepsilon + \Phi_\nu$.

Спектр Φ_M флуктуаций, вызванных внутренними волнами, спадает по степенному закону с ростом вертикального волнового числа x_z. Соответствующая зависимость приведена в работе [2].

Спектр крупномасштабной составляющей ν будем полагать сосредоточенным при $x_z<x_z^*\le k_0$, где x_z^* - волновое число, разделяющее крупномасштабные Φ_M и мелкомасштабные Φ_μ области спектра, а κ_0 - характерное волновое число излучаемого сигнала. Иными словами, крупномасштабными будем считать неоднородности с вертикальными размерами $\ell>\ell_*=1/x_z^*$, а мелкомасштабными – неоднородности с $\ell<\ell_*$.

Как показано в работе [4], неоднозначность разбиения флуктуаций на некоррелированные составляющие не сказывается на физических результатах и значительно расширяет границы применимости первого борновского приближения к описанию рассеянного поля в многомасштабной среде.

Представим полное звуковое поле $P(\vec{r})$ акустического давления $P(\vec{r})e^{-i\omega t}$, удовлетворяющее уравнению [2]

$$\Delta P + k^2(1-2\nu) = 2k^2\varepsilon P \qquad (1)$$

где ωc^{-1} - волновое число,

ω - круговая частота,

$c=c(z)$ - средняя зависящая от вертикальной координаты скорость звука,

ν - относительные крупномасштабные флуктуации скорости звука,

ε - мелкомасштабные флуктуации скорости звука,

в виде суммы искаженного крупномасштабными неоднородностями первичного поля P_ν и рассеянного на мелкомасштабных неоднородностях поля P_ε

$$P = P_\nu + P_\varepsilon \qquad (2)$$

Поле P_ν является решением уравнения

$$\Delta P_\nu + \kappa^2(1-2\nu)P_\nu , \qquad (3)$$

а для P_ε из (1) – (3) следует уравнение

$$\Delta P_\varepsilon + k^2(1-2\nu)P_\varepsilon = 2k^2\varepsilon P, \qquad (4)$$

простейшим приближенным решением которого является первое борновское приближение или приближение однократного рассеяния

$$P_\varepsilon(\vec{R}) = 2\int G_\nu(\vec{R},\vec{R}')k^2(\vec{R}')\varepsilon(\vec{R}')P_\nu(\vec{R}')d^3\vec{R}, \qquad (5)$$

где $G_\nu(\vec{R},\vec{R}')$ - функция Грина уравнения (3)

Соотношение (5) применимо при условии, если длина пути L, пройденного в реальной среде первичной волной, значительно меньше длины экстинции d_ε в среде только с мелкомасштабными неоднородностями.

Для гауссовой корреляции неоднородностей с радиусом корреляции ℓ_ε условие имеет вид

$$\Delta L << \frac{1}{<\varepsilon^2> k_0^2 \ell_\varepsilon \left(1 - e^{-2k_0^2 \ell_\varepsilon^2}\right)},$$

где $<\varepsilon^2>$ - дисперсия мелкомасштабных флуктуаций.

Функция Грина G_ν и поле P_ν обычно представляют выражениями

$$G_\nu\left(\vec{R}, \vec{R}'\right) = G_0\left(\vec{R}, \vec{R}'\right) W_\nu\left(\vec{R}, \vec{R}'\right), \tag{6}$$

$$P_\nu\left(\vec{R}\right) = P_0\left(\vec{R}\right) W_\nu\left(\vec{R}, R_0\right), \tag{7}$$

где G_0 и P_0 соответственно функции Грина и звуковое поле в отсутствии случайных неоднородностей, а нелинейный функционал W_ν гауссова поля $\nu\left(\vec{R}\right)$ вычисляется каким-нибудь коротковолновым методом (методом геометрической оптики или методом плавных возмущений Рытова).

Подстановкой (6), (7) в (5) получим усовершенствованное первое борновское приближение для рассеянного звукового поля

$$P_\varepsilon\left(\vec{R}\right) = \int G_0\left(\vec{R}, \vec{R}'\right) k^2\left(\vec{R}'\right) \varepsilon\left(\vec{R}'\right) W_\nu\left(\vec{R}, \vec{R}'\right) W_\nu\left(\vec{R}', \vec{R}_0\right) P_0\left(\vec{R}'\right) d^3\vec{R}', \tag{8}$$

Гибридный метод, расширяя границы применения теории однократного рассеяния и предсказывая усиление интенсивности обратного рассеяния [4], приводит к неоправданно большим трудностям при теоретическом исследовании фазовой структуры рассеянного поля. Так, для нахождения средней фазы нужно вычислить среднюю комплексную фазу (КФ) $< \ell n P_\varepsilon\left(\vec{R}\right) >$. Усреднение по реализациям поля $\nu\left(\vec{R}\right)$ вызывает значительные трудности ввиду нелинейной зависимости P_ε от ν. Поэтому для корректного решения этой задачи, наиболее интересной в свете теоретического обоснования фазового метода обнаружения слоя скачка, разработан методически более простой метод, лишенный недостатков первого борновского приближения теории рассеяния, позволяющий исследовать влияние как регулярных, так и случайных неоднородностей среды на фазу рассеянного сигнала.

Метод плавных возмущений для рассеянного поля

Перепишем уравнение (1) в виде

$$\Delta P + k^2\left(\vec{R}\right) P = 2k^2 M P, \tag{9}$$

а полное звуковое поле P разобьём на поле P_0, представляющее решение этого уравнения в отсутствии флуктуаций μ, и рассеянное поле P_s, обусловленное флуктуациями.

Таким образом,

$$P\left(\vec{R}\right) = P_0\left(\vec{R}\right) + P_s\left(\vec{R}\right), \tag{10}$$

Поле P_0 является решением уравнения

$$\left(\Delta + k^2\right) P_0 = 0, \tag{11}$$

а для рассеянного поля P_s из (9) – (11) следует уравнение

$$\left(\Delta + k^2\right)P_s = 2k^2MP \ , \tag{12}$$

Приближение однократного рассеяния P_1 получим, заменяя в правой части этого уравнения полное поле P полем P_0 .

Следовательно,

$$\left(\Delta + k^2\right)P_1 = 2k^2MP_0 \tag{13}$$

и

$$P_1 = 2\int G_0\left(\vec{R}, \vec{R}'\right)k^2\left(\vec{R}'\right)M\left(\vec{R}'\right)P_0\left(\vec{R}'\right)d^3\vec{R}', \tag{14}$$

где $G_0\left(\vec{R}, \vec{R}'\right)$ - функция Грина уравнения (11).

Это приближение хорошо описывает рассеяние на мелкомасштабных неоднородностях среды.

Искажение рассеянного поля крупномасштабными неоднородностями можно учесть, представив его согласно методу плавных возмущений Рытова в следующей форме

$$P_s = P_1\left(\vec{R}\right)e^{\psi\left(\vec{R}\right)}. \tag{15}$$

Подстановкой выражения (15) в (12) для неизвестной функции $\boldsymbol{\Psi}$ получим уравнение,

$$\Delta\Psi + 2P_1^{-1}\nabla P_1\nabla\Psi + \left(\nabla\Psi\right)^2 = 2k^2M + 2k^2MP_0P_1^{-1}\left(e^{-\Psi} - 1\right),$$

которое новой подстановкой

$$\Psi = P_1^{-1}U \tag{16}$$

преобразуется к виду

$$\Delta U + k^2U = 2k^2MP_1 + 2k^2MP_0\left(e^{-\Psi} + \Psi - 1\right) - P_1\left(\nabla\Psi\right)^2 \tag{17}$$

Соотношения (16), (17) равносильны интегральному уравнению

$$\Psi = 2P_1^{-1}\widehat{G}_0k^2MP_1 + 2P_1^{-1}\widehat{G}_0k^2MP_0\left(e^{-\Psi} + \Psi - 1\right) - P_1^{-1}\widehat{G}_0P_1\left(\nabla\Psi\right)^2 \tag{18}$$

где $\widehat{G}_0$ - интегральный оператор Грина, действующий на функцию $f\left(\vec{R}\right)$ по правилу

$$\widehat{G}_0f\left(\vec{R}\right) = \int G_0\left(\vec{R}, \vec{R}'\right)f\left(\vec{R}'\right)d^3\vec{R}'_1$$

Уравнение (18) можно решать методом последовательных приближений.

Первое приближение

$$\Psi_1 = 2P_1^{-1}\int G_0k^2MP_1d^3\vec{R}', \tag{19}$$

известное при описании полного поля P как приближение плавных возмущений Рытова, позволяет представить рассеянное поле (15) выражением

$$P_s = P_1 \exp\left[2P_1^{-1}\int G_0 k^2 M P_1 d^3\vec{R}'\right] \qquad (20)$$

С помощью разложения экспоненты в ряд легко видеть, что первые два члена дают второе борновское приближение теории рассеяния. Это означает, что наряду с однократным рассеянием формула (20) учитывает двухкратное рассеяние.

Приближение Рытова вообще справедливо, если расстояние R между точкой рассеяния и точкой наблюдения и размер неоднородностей ℓ_M удовлетворяют условиям [2]

$$k_0 R >> 1,\; k_0 \ell_M >> 1, \quad R < \ell_M < M^2 >^{-1/2}. \qquad (21)$$

Следовательно, выражение (20), уточняя теорию однократного рассеяния, учитывает наличие в среде наряду с мелкомасштабными крупномасштабных неоднородностей и хорошо приспособлено для описания рассеяния в многомасштабной среде. Ранее для этих целей оно не применялось.

Литература

1. Монин А.С. Турбулентность и микроструктура в океане. Успехи физических наук, 1973, т. 109, № 2, с. 333-354.
2. Дашен Р., Захариасен Ф., Манк У. и др. Распространение звука во флуктурирующем океане : Пер. с англ./ Под ред. С. Флатте. – М.: Мир, 1982. – 336 с., ил.
3. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику.Ч.Н. Случайные поля.- М.:Наука, 1978, -464 с., ил.
4. Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. – М.:Радио и связь, 1983. – 224 с., ил.