КІБЕРНЕТИКА

**О.І. ПРОВОТАР, О.О. ПРОВОТАР**

УДК 681.3

# ПРО НАБЛИЖЕНЕ ОБЧИСЛЕННЯ МІРИ ЙМОВІРНОСТІ НЕЧІТКОЇ ПОДІЇ

**Анотація.** Запропоновано підхід, який дає змогу (за потреби) обчислювати міри індивідуальних імовірностей нечітких подій. Наведено результати застосування цього підходу до розв'язання ймовірнісних задач у нечіткому формулюванні.

**Ключові слова:** нечіткі множини, ймовірність нечіткої події, нечіткі трикутні числа.

## ВСТУП

Розглянемо дуже простий приклад використання інтервальних імовірностей, запозичений з роботи [1]. Нехай $X=\{x_1,x_2,x_3\}$ — скінченна множина і $P$ — функція розподілу ймовірностей [2], тобто

$$P(\{x_i\})=p_i,\ 0<p_i<1,\ 1\le i\le 3,\quad \sum_{i=1}^{3} p_i=1.$$

Припустимо, що деякі значення $p_i$ є невизначеними, наприклад, такими, що задають інтервалами $p_1\in[0.1,0.3]$, $p_2\in[0.3,0.7]$, $p_3\in[0.2,0.4]$. У цьому випадку ймовірність, наприклад, події $A=\{x_1,x_2\}$ теж буде належати інтервалу $[A_1,A_2]$, який задають так:

$$[A_1,A_2]=\{p_1+p_2\,/\,p_1\in[0.1,0.3],\ p_2\in[0.3,\ 0.7],\ p_3\in[0.2,0.4],$$
$$p_1+p_2+p_3=1\}.$$

Легко бачити, що $[A_1,A_2]=[0.6,0.8]$ і не є сумою $[0.1,0.3]+[0.3,0.7]=[0.4,1]$. Інтервал $[0.4,1]$ не одержано, оскільки сума ймовірностей повинна дорівнювати одиниці.

У випадках, коли значення $p_i$ задають інтервалами $[a_i,b_i]$, тим самим визначають найменші і найбільші можливі значення $p_i$. Якщо, наприклад, $c_i$ є найбільш імовірним значенням для $p_i$, то цю ймовірність можна описати нечітким трикутним числом $(a_i,c_i,b_i)$ [3, 4].

У роботі [1] запропоновано підхід, який дає змогу знаходити нечіткі ймовірності складних подій за певних обмежень. Водночас він не забезпечує можливість знаходити міри індивідуальних імовірностей складних подій. Тому в цій статті основну увагу приділено саме розробленню методів обчислення ймовірностей нечітких подій з обмеженнями, які б забезпечували (у разі потреби) знаходження мір індивідуальних імовірностей складних або нечітких подій. Крім того, розглянуто застосування цих методів для розв'язування конкретних імовірнісних задач у нечітких постановках.

**НЕЧІТКІ ТРИКУТНІ ЧИСЛА**

У теорії нечітких множин [3–7] виділяють нечіткі множини, які визначаються на осі дійсних чисел $\boldsymbol{R}$ і є нормальними, опуклими та мають неперервні функції належності. Такі нечіткі множини називають нечіткими числами. Іншими словами, нечітким числом називають нечітку множину $A$, визначену на множині дійсних чисел $\boldsymbol{R}$, функція належності якої $\mu : \boldsymbol{R} \to [0, 1]$ задовольняє умови:

1) $\sup\limits_{x \in \boldsymbol{R}} \mu_A(x) = 1$, тобто нечітка множина є нормалізованою;
2) $\mu[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \min\{\mu({}_1), \mu({}_2)\}$, тобто множина $A$ є опуклою;
3) $\mu(x)$ є неперервною функцією.

Далі будемо розглядати нечіткі трикутні числа, функції належності яких визначаються рівністю

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1, \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2, \\ \dfrac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3, \\ 0, & x > a_3. \end{cases}$$

Такі трикутні числа будемо позначати трійкою $(a_1, a_2, a_3)$.

Основні арифметичні операції — додавання, віднімання, множення і ділення двох нечітких трикутних чисел $A = (a_1, a_2, a_3)$ і $B = (b_1, b_2, b_3)$ визначають як

$$A + B = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3),$$

$$A - B = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1),$$

$$A \times B = (c_1, c_2, c_3),$$

$$\frac{A}{B} = (a_1, a_2, a_3) \times \left(\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{b_3}\right),$$

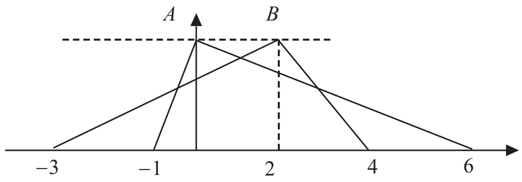
де

$$c_1 = \min\,(a_1 a_2, a_1 b_2, b_1 a_2, b_1 b_2),$$

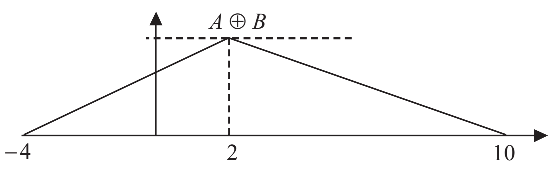
$$c_2 = a_2 a_2,$$

$$c_3 = \max\,(a_1 a_2, a_1 b_2, b_1 a_2, b_1 b_2)\;.$$

Наприклад, суму нечітких чисел $A = (-3, 2, 4)$ і $B = (-1, 0, 6)$ з діаграмами Заде [5]




відповідно задають діаграмою Заде вигляду



**Ймовірність нечіткої події.** Будь-яку нечітку подію представляють нечіткою множиною. Наприклад, подія «велике число» може бути представлена нечіткою множиною

$$B = \{(6,\ 0.9),\ (5,\ 0.7),\ (4,\ 0.5)\} = 0.9/6 + 0.7/5 + 0.5/4\,.$$

Обчислення ймовірностей таких і подібних подій запропоновано у [8]. Так, якщо $A$ — нечітка подія у просторі $X$ зі скінченною кількістю елементів, тобто $A = \{(x,\ \mu_A(x)),\ x \in X\}$, то ймовірність цієї події можна обчислити за формулою

$$P(A) = \sum_{x \in A} \mu_A(x) P(x),$$

де $P(x)$ — функція розподілу ймовірностей у просторі $X$.

**Постановка задачі.** Нехай $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ — скінченна множина і $P$ — функція розподілу ймовірностей, тобто

$$P(\{x_i\}) = p_i,\ 0 < p_i < 1,\ 1 \le i \le n,\ \sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$$

Припустимо, що ймовірності $p_i$ задаються нечіткими трикутними числами $(a_i, m_i, b_i)$. На множині нечітких трикутних чисел уведемо відношення часткового порядку $\le$ у такий спосіб:

$$(a,\ m,\ b) \le (c,\ n,\ d) \Leftrightarrow m \le n.$$

Тоді для того, щоб знайти нечітку ймовірність складної події $A = \{x_{i_1}, \ldots, x_{i_k}\}$, яка задається нечітким трикутним числом, треба знайти мінімальне та максимальне значення функції

$$\min / \max f(m_{i_1}, \ldots, m_{i_k}) = (a_{i_1}, m_{i_1}, b_{i_1}) + \ldots + (a_{i_k}, m_{i_k}, b_{i_k})$$

за умови, що

$$(a_1, m_1, b_1) + \ldots + (a_n, m_n, b_n) = \left( \sum_{i=1}^{n} a_i,\ 1,\ \sum_{i=1}^{n} b_i \right).$$

## ПРИКЛАДИ ЗАДАЧ ЗНАХОДЖЕННЯ МІРИ ЙМОВІРНОСТІ НЕЧІТКОЇ ПОДІЇ

**Приклад 1.** Нехай $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ — скінченна множина подій і $P$ — функція розподілу ймовірностей, тобто

$$P(\{x_i\}) = p_i,\ 0 < p_i < 1,\ 1 \le i \le 4,\ \sum_{i=1}^{4} p_i = 1.$$

Припустимо, що ймовірності $p_i$ задаються нечіткими трикутними числами

$$(0.1,\ m_1,\ 0.3),\ (0.3,\ m_2,\ 0.7),\ (0.2,\ m_3,\ 0.4),\ (0.0,\ m_4,\ 0.1).$$

Для знаходження нечіткої ймовірності складної події $A = \{x_1, x_2, x_3\}$ треба обчислити

$$\min \{(0.1,\ m_1,\ 0.3) + (0.3,\ m_2,\ 0.7) + (0.2,\ m_3,\ 0.4)\},$$

$$\max \{(0.1,\ m_1,\ 0.3) + (0.3,\ m_2,\ 0.7) + (0.2,\ m_3,\ 0.4)\}$$

за обмежень

$$(0.1,\ m_1,\ 0.3) + (0.3,\ m_2,\ 0.7) + (0.2,\ m_3,\ 0.4) + (0.0,\ m_4,\ 0.1) = (0.6,\ 1,\ 1.5).$$

Ця задача зводиться до розв'язання задачі лінійного програмування з подальшим знаходженням нечіткого трикутного числа, яке визначає ймовірність складної події. Формальна модель задачі лінійного програмування має такий вигляд. Знайти

$$\min / \max f(m_1, m_2, m_3) = m_1 + m_2 + m_3$$

за обмежень

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 1,$$

$$0.1 \le m_1 \le 0.3,$$

$$0.3 \le m_2 \le 0.7,$$

$$0.2 \le m_3 \le 0.4,$$

$$0.0 \le m_4 \le 0.1.$$

Розв'язуючи цю задачу симплекс-методом у системі Octave [9], знайдемо, що

$$\min f(m_1, m_2, m_3) = 0.8, \ \max f(m_1, m_2, m_3) = 1.$$

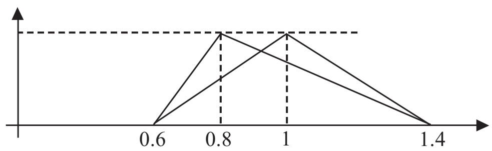
Причому мінімум функції досягається для $m_1 = 0.1$, $m_2 = 0.5$, $m_3 = 0.2$, а максимум — для $m_1 = 0.3$, $m_2 = 0.5$, $m_3 = 0.2$. Отже, ймовірність складної події буде належати проміжку [0.8, 1].

Для знаходження міри довільної ймовірності з цього проміжку виконаємо додавання нечітких чисел:

$$(0.1, 0.1, 0.3) + (0.3, 0.5, 0.7) + (0.2, 0.2, 0.4) = (0.6, 0.8, 1.4),$$

$$(0.1, 0.3, 0.3) + (0.3, 0.5, 0.7) + (0.2, 0.2, 0.4) = (0.6, 1, 1.4).$$

Одержимо два нечітких трикутних числа, наведених на діаграмі Заде:




Отже, для знаходження міри ймовірності складної події з проміжку [0.8, 1] потрібно спочатку знайти рівняння прямої, яка проходить через точки (0.6, 0), (1, 1) та рівняння прямої, яка проходить через точки (1.4, 0), (0.8, 1). Ці рівняння мають такий вигляд:

$$0.4y = x - 0.6, \ 0.6y = -x + 1.4.$$

Далі слід знайти точку перетину цих прямих і задати оцінки для мір імовірностей нечіткої складної події. Оскільки точка (0.92, 0.8) є шуканою точкою перетину прямих, то відповідні оцінки задаються такими співвідношеннями:

$$\frac{p-0.6}{0.4} \le \mu(p) \le \frac{-p+1.4}{0.6}, \text{ якщо } 0.8 \le p \le 0.92,$$

$$\frac{-p+1.4}{0.6} \le \mu(p) \le \frac{p-0.6}{0.4}, \text{ якщо } 0.92 \le p \le 1,$$

Отже, використовуючи наведені оцінки, можна знаходити міри довільних імовірностей складних подій.

**Приклад 2.** Нехай $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ — скінченна множина подій і $P$ — функція розподілу ймовірностей, тобто $P(\{x_i\}) = p_i$, $0 < p_i < 1, 1 \le i \le 6, \sum_{i=1}^{6} p_i = 1.$

Припустимо, що ймовірності $p_i$ задаються нечіткими трикутними числами $(0.1, m_i, 0.2)$, $1 \le i \le 6$.

Для знаходження нечіткої ймовірності нечіткої події $A = 0.5 / x_3 + 0.8 / x_2 + 1 / x_1$ треба обчислити

$$\min \{(0.1, m_3, 0.2) + (0.1, m_2, 0.2) + (0.1, m_1, 0.2)\},$$

$$\max \{(0.1, m_3, 0.2) + (0.1, m_2, 0.2) + (0.1, m_1, 0.2)\}$$

за обмежень

$$1 \cdot (0.1, m_1, 0.2) + 0.8 \cdot (0.1, m_2, 0.2) + 0.5 \cdot (0.1, m_3, 0.2) +$$

$$+ (0.1, m_4, 0.2) + (0.1, m_5, 0.2) + (0.1, m_6, 0.2) = (0.53, 1, 1.06).$$

Як і в попередньому прикладі, ця задача зводиться до розв'язання задачі лінійного програмування з подальшим знаходженням нечіткого трикутного числа, яке визначає ймовірність складної події. Формальна модель задачі лінійного програмування має такий вигляд. Знайти

$$\min / \max f(m_3, m_2, m_1) = m_3 + m_2 + m_1$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^{6} m_i = 1,$$

$$0.1 \le m_1 \le 0.2,$$

$$0.08 \le m_2 \le 0.16,$$

$$0.05 \le m_3 \le 0.1,$$

$$0.1 \le m_4 \le 0.2,$$

$$0.1 \le m_5 \le 0.2,$$

$$0.1 \le m_6 \le 0.2.$$

Розв'язуючи цю задачу симплекс-методом, знайдемо, що

$$\min f(m_1, m_2, m_3) = 0.4, \ \max f(m_1, m_2, m_3) = 0.46.$$

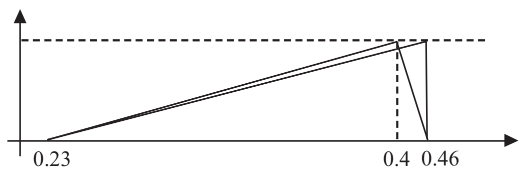
Причому мінімум функції досягається для $m_1 = 0.14$, $m_2 = 0.16$, $m_3 = 0.1$, а максимум — для $m_1 = 0.2$, $m_2 = 0.16$, $m_3 = 0.1$. Отже, ймовірність нечіткої події буде належати проміжку $[0.4, 0.46]$.

Для знаходження міри довільної ймовірності з цього проміжку виконаємо додавання нечітких чисел:

$$(0.1, 0.14, 0.2) + (0.08, 0.16, 0.16) + (0.05, 0.1, 0.1) = (0.23, 0.4, 0.46),$$

$$(0.1, 0.2, 0.2) + (0.08, 0.16, 0.16) + (0.05, 0.1, 0.1) = (0.23, 0.46, 0.46).$$

Одержуємо два нечітких трикутних числа, наведених на діаграмі Заде




Для визначення міри ймовірності складної події з проміжку $[0.4, 0.46]$ потрібно знайти рівняння прямої, яка проходить через точки (0.23, 0), (0.46, 1) та рівняння прямої, яка проходить через точки (0.46, 0), (0.4, 1). Ці рівняння мають такий вигляд:

$$0.23y = x - 0.23, \;\; 0.06y = -x + 0.46.$$

Далі знаходимо точку перетину цих прямих. Оскільки точка (0.4124, 0.7931) є шуканою точкою перетину прямих, відповідні оцінки для ймовірностей нечіткої події $A$ задаються такими співвідношеннями:

$$\frac{p-0.23}{0.23} \le \mu(p) \le \frac{-p+0.46}{0.06} \;\text{ за умови }\; 0.4 \le p \le 0.4124,$$

$$\frac{-p+0.46}{0.06} \le \mu(p) \le \frac{p-0.23}{0.23} \;\text{ за умови }\; 0.4124 \le p \le 0.46.$$

Якщо, наприклад, події множини $X$ інтерпретувати як випадіння чисел множини $\{1, 2, \dots, 6\}$ під час підкидання кубика, то нечітка подія $A$ в цьому випадку — це випадіння малого числа.

**Приклад 3.** Розглянемо одну з головних схем теорії ймовірностей — схему Бернуллі. Відповідно до цієї схеми розглядають послідовність взаємно незалежних випробувань, в кожному з яких може настати (або не настати) деяка подія $A$ з імовірністю $p$, яка не залежить від номера випробування. Необхідно знайти ймовірність того, що в серії з $n$ незалежних випробувань $k$ разів настане і $n-k$ разів не настане подія $A$. Цю ймовірність обчислюють за формулою

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k},$$

відомою як формула Бернуллі [2].

Нехай, як і в попередньому прикладі, $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ — скінченна множина подій і $P$ — функція розподілу ймовірностей, тобто

$$P(\{x_i\}) = p_i, \;\; 0 < p_i < 1, \;\; 1 \le i \le 6, \;\; \sum_{i=1}^{6} p_i = 1.$$

Припустимо, що ймовірності $p_i$ задаються нечіткими трикутними числами $(0.1, m_i, 0.3)$, $1 \le i \le 6$. Розглянемо нечітку подію $A = 1/x_1 + 0.8/x_2$. Треба знайти нечітку ймовірність того, що в серії, наприклад, з чотирьох випробувань два рази настане і два рази не настане подія $A$.

Першим кроком для розв'язання цієї задачі є знаходження нечіткої ймовірності нечіткої події $A = 1/x_1 + 0.8/x_2$. Для цього треба знайти

$$\min\{(0.1, m_1, 0.3) + (0.1, m_2, 0.3)\},$$

$$\max\{(0.1, m_1, 0.3) + (0.1, m_2, 0.3)\}$$

за обмежень

$$1 \cdot (0.1, m_1, 0.3) + 0.8 \cdot (0.1, m_2, 0.3) + (0.1, m_3, 0.3) +$$

$$+ (0.1, m_4, 0.3) + (0.1, m_5, 0.3) + (0.1, m_6, 0.3) = (0.58, 1, 1, 74).$$

Ця задача зводиться до розв'язання задачі лінійного програмування з подальшим знаходженням нечіткого трикутного числа, яке визначає ймовірність нечіткої події. Формальна модель задачі лінійного програмування має такий вигляд. Знайти

$$\min / \max f(m_1, m_2) = m_1 + m_2,$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^{6} m_i = 1,$$

$$0.1 \le m_1 \le 0.3,$$

$$0.08 \le m_2 \le 0.24,$$

$$0.1 \le m_3 \le 0.3,$$

$$0.1 \le m_4 \le 0.3,$$

$$0.1 \le m_5 \le 0.3,$$

$$0.1 \le m_6 \le 0.3.$$

Розв'язуючи цю задачу симплекс-методом, знайдемо, що

$$\min f(m_1, m_2) = 0.18, \; \max f(m_1, m_2) = 0.54.$$

При цьому мінімум функції досягається для $m_1 = 0.1$, $m_2 = 0.08$, а максимум — для $m_1 = 0.3$, $m_2 = 0.24$. Отже, ймовірність нечіткої події $A$ буде належати проміжку $[0.18, 0.54]$.

Далі знаходимо нечітку ймовірність нечіткої події $\overline{A} = 0.2/x_2 + 1/x_3 + +1/x_4 + 1/x_5 + 1/x_6$. Для цього треба обчислити

$$\min \{(0.1, m_2, 0.3) + (0.1, m_3, 0.3) + (0.1, m_4, 0.3) + (0.1, m_5, 0.3) + (0.1, m_6, 0.3)\},$$

$$\max \{(0.1, m_2, 0.3) + (0.1, m_3, 0.3) + (0.1, m_4, 0.3) + (0.1, m_5, 0.3) + (0.1, m_6, 0.3)\}$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^{6} m_i = 1,$$

$$0.1 \le m_1 \le 0.3,$$

$$0.02 \le m_2 \le 0.06,$$

$$0.1 \le m_3 \le 0.3,$$

$$0.1 \le m_4 \le 0.3,$$

$$0.1 \le m_5 \le 0.3,$$

$$0.1 \le m_6 \le 0.3.$$

Розв'язуючи цю задачу симплекс-методом, знайдемо, що

$$\min f(m_1, m_2) = 0.7, \; \max f(m_1, m_2) = 0.9.$$

Причому мінімум функції досягається для $m_2 = 0.06$, $m_3 = 0.3$, $m_4 = 0.14$, $m_5 = 0.1$, $m_6 = 0.1$, а максимум — для $m_2 = 0.06$, $m_3 = 0.3$, $m_4 = 0.3$, $m_5 = 0.14$, $m_6 = 0.1$. Отже, ймовірність нечіткої події $\overline{A}$ буде належати проміжку $[0.7, 0.9]$.

Враховуючи, що повинно виконуватися співвідношення $P(A) + P(\overline{A}) = 1$, можна знайти нечітку ймовірність того, що в серії із чотирьох випробувань два рази настане і два рази не настане подія $A$. Для цього треба знайти

$$\min f(m_1, m_2) = C_4^2 \cdot (0.18, m_1, 0.54)^2 \cdot (0.7, m_2, 0.9)^2,$$

$$\max f(m_1, m_2) = C_4^2 \cdot (0.18, m_1, 0.54)^2 \cdot (0.7, m_2, 0.9)^2$$

за обмежень

$$(0.18, m_1, 0.54) + (0.7, m_2, 0.9) = (0.88, 1, 1.44).$$

Ця задача зводиться до розв'язання задачі нелінійного програмування з подальшим знаходженням нечіткого трикутного числа, яке визначає ймовірність нечіткої події. Формальна модель задачі нелінійного програмування має такий вигляд. Знайти

$$\min / \max f(m_1, m_2) = C_4^2 m_1^2 m_2^2$$

за обмежень

$$0.18 \le m_1 \le 0.54,$$

$$0.7 \le m_2 \le 0.9,$$

$$m_1 + m_2 = 1.$$

Розв'язуючи цю задачу методом нелінійного програмування, знайдемо, що

$$\min f(m_1, m_2) = 0.13071, \ \max f(m_1, m_2) = 0.26460.$$

Причому мінімум функції досягається для $m_1 = 0.18$, $m_2 = 0.82$, а максимум — для $m_1 = 0.3$, $m_2 = 0.7$. Отже, ймовірність того, що в серії з чотирьох випробувань два рази настане і два рази не настане подія $A$, буде належати проміжку [0.13071, 0.26460].

Для обчислення міри довільної ймовірності з цього проміжку знайдемо нечіткі числа:

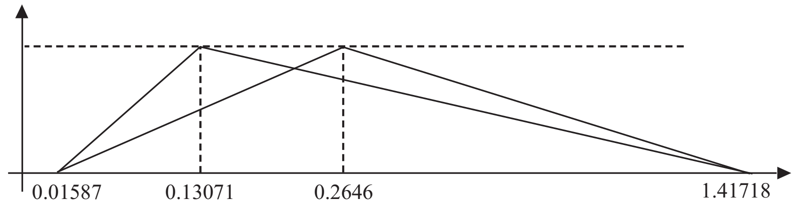
$$C_4^2 \cdot (0.18, 0.18, 0.54)^2 \cdot (0.7, 0.82, 0.9)^2 =$$

$$= C_4^2 \cdot (0.0324, 0.0324, 0.2916) \cdot (0.49, 0.6724, 0.81) = (0.01587, 0.13071, 1.41718),$$

$$C_4^2 \cdot (0.18, 0.3, 0.54)^2 \cdot (0.7, 0.7, 0.9)^2 =$$

$$= C_4^2 (0.0324, 0.09, 0.2916) \cdot (0.49, 0.49, 0.81) = (0.01587, 0.2646, 1.41718).$$

Одержимо два нечітких трикутних числа, наведених на діаграмі Заде:




Наступним кроком є знаходження рівняння прямої, яка проходить через точки (0.01587, 0), (0.2646, 1) та рівняння прямої, яка проходить через точки (1.41718, 0), (0.13071, 1). Ці рівняння мають такий вигляд:

$$0.24873 y = x - 0.01587, \ 1.28647 y = -x + 1.41718.$$

Далі знаходимо точку перетину цих прямих. Оскільки точка (0.2429, 0.9128) є шуканою точкою перетину прямих, то відповідні оцінки для ймовірностей нечіткої події $A$ задаються такими співвідношеннями:

$$\frac{p - 0.01587}{0.24873} \le \mu(p) \le \frac{-p + 1.41718}{1.28647} \ \text{ за умови } \ 0.13071 \le p \le 0.2429,$$

$$\frac{-p + 1.41718}{1.28647} \le \mu(p) \le \frac{p - 0.01587}{0.24873} \ \text{ за умови } \ 0.2429 \le p \le 0.2646.$$

Якщо, наприклад, події множини $X$ інтерпретувати як випадіння чисел множини $\{1, 2, \ldots, 6\}$ під час підкидання кубика, то міру ймовірності того, що в серії з чотирьох випробувань два рази настане і два рази не настане нечітка подія $A$, можна приблизно оцінити за допомогою наведених нерівностей.

## ВИСНОВКИ

Запропонований підхід дає змогу обчислювати міри ймовірностей нечітких подій у випадку, коли ймовірності елементарних подій задаються нечіткими трикутними числами. Знаходження розв'язку таких задач, як видно, потребує великого обсягу обчислювальної роботи. Це продемонстровано на кількох прикладах розв'язування класичних ймовірнісних задач в нечітких постановках. Усі обчислення виконано в системі Octave версії 4.2.1.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ


1. Buckley J.J. Fuzzy probabilities. Heidelberg: Physica-Verlag, 2003. 162 p.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Москва: Едиториал УРСС, 2005. 448 с.
3. Rutkowski L. Metody i techniki sztucznej inteligencji. Warszawa: Wydawnictwo Naukove PWN, 2009. 452 s.
4. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. Москва: Телеком, 2006. 382 с.
5. Zadeh L.A. Fuzzy sets. *Information and Control.* 1965. Vol. 8, N 3. P. 338–353.
6. Siler W., Buckley J.J. Fuzzy expert systems and fuzzy reasoning. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2005. 402 p.
7. Ross T.J. Fuzzy logic with engineering applications. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2017. 583p.
8. Провотар А.И., Лапко А.В. О некоторых подходах к вычислению неопределенностей. *Проблеми програмування.* 2010. № 2-3. С. 22–27.
9. Eaton J.W., Bateman D., Hauberg S., Wehbring R. GNU Octave. Boston: Free Software Foundation, 2017. 990 p.



*Надійшла до редакції 08.04.2020*



**А.И. Провотар, О.А. Провотар**


**О ПРИБЛИЖЕННОМ ВЫЧИСЛЕНИИ МЕРЫ ВЕРОЯТНОСТИ НЕЧЕТКОГО СОБЫТИЯ**


**Аннотация.** Предложен подход, который позволяет (при необходимости) вычислять меры индивидуальных вероятностей нечетких событий. Приведены результаты использования этого подхода при решении конкретных вероятностных задач в нечеткой формулировке.



**Ключевые слова:** нечеткие множества, вероятность нечеткого события, нечеткие треугольные числа.



**O.I. Provotar, O.O. Provotar**


**APPROXIMATE CALCULATION OF THE PROBABILITY MEASURE OF A FUZZY EVENT**


**Abstract.** An approach which allows (if necessary) calculating the measures of individual probabilities of fuzzy events is proposed. The results of using this approach to solve specific probabilistic problems in fuzzy formulation are given.



**Keywords:** fuzzy event, probability of fuzzy event, triangular fuzzy number.



**Провотар Олександр Іванович,**
доктор фіз.-мат. наук, професор Київського національного університету імені Тараса Шевченка, e-mail: aprowata1@bigmir.net.

**Провотар Ольга Олександрівна,**
кандидат фіз.-мат. наук, молодший науковий співробітник Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ, e-mail: olga.provotar@gmail.com.