УДК 62-503.57:622.24

М.І. ГОРБІЙЧУК, О.Т. ЛАЗОРІВ, Я.І. ЗАЯЧУК

ОПТИМАЛЬНИЙ РОЗПОДІЛ ПРОХОДОК ЗА ГЛИБИНОЮ СВЕРДЛОВИНИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Анотація. Розв'язано задачу оптимального розподілу проходок за глибиною свердловини для випадку, коли параметри критерію оптимальності інтерпретуються як нечіткі числа. Таке припущення дало змогу детерміновану задачу нелінійного програмування переформулювати у задачу нечіткого нелінійного програмування. Ефективність запропонованого методу підтверджено імітаційним прикладом.

Ключові слова: буріння, критерій оптимальності, проходка, нечіткі числа, імітаційний приклад.

ВСТУП

Процес спорудження свердловин складається із послідовності технологічних операцій, які виконують у строго визначеній черзі. Тривалість кожної з них залежить від багатьох факторів: технічного обладнання бурової установки і рівня її оснащеності інформаційно-вимірювальними приладами та автоматичними пристроями, геолого-технологічних умов буріння, кваліфікації обслуговуючого персоналу та ін.

Усе це вносить у процес буріння значний ступінь невизначеності, що значно ускладнює задачу керування перебігом цієї роботи.

Для ефективного спорудження свердловини для добування нафти і газу необхідно здійснювати буріння в оптимальному режимі, тобто за такої організації бурильних робіт і таким вибором режимних параметрів процесу, щоб певний критерій, який характеризує техніко-економічну ефективність буріння, набув мінімального чи максимального значення для обмежень, які зумовлені технічними, технологічними, екологічними та іншими чинниками.

Задача оптимального розподілу проходок за глибиною свердловини розв'язувалась в [1–4] методами нелінійного програмування і дискретного принципу максимуму. У першому випадку отримано наближений розв'язок задачі, а в другому — для пошуку оптимальних значень проходок h_i, $i=\overline{1, N}$, необхідно розв'язати двоточкову крайову задачу. Згідно з структурою задачі в [5] запропоновано ефективніший спосіб її розв'язання із застосуванням методу множників Лагранжа.

У всіх методах розв'язання поставленої задачі використовували детерміновані моделі без урахування того факту, що процесу поглиблення свердловин притаманна значна невизначеність, яка зумовлена як способом вимірювання технологічних параметрів, так і зміною фізико-механічних властивостей гірських порід і промивальної рідини, а також типом бурильного інструменту та ін.

У такій ситуації для розв'язання поставленої задачі доцільно використовувати методи нечітких множин, зокрема теорію нечітких чисел.

Уперше таку задачу розв'язували в [6] для випадку, коли має місце випереджальне зношення опор долота. Далі розглянуто загальний випадок розподілу проходок за глибиною свердловини, коли має місце випереджальне зношення оснащення долота і буріння незатупленим долотом в умовах невизначеності.

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ

Розв'яжемо таку задачу. Інтервал H необхідно пробурити долотами вибраного типу. Кількість доліт N відома. Треба вибрати такі значення проходок h_i,

© М.І. Горбійчук, О.Т. Лазорів, Я.І. Заячук, 2020

$i=\overline{1,N}$, для кожного долота, щоб загальні витрати на буріння інтервалу H були мінімальними.

Задачу розв'язуватимемо за таких припущень:

• процес поглиблення свердловини в i-му рейсі описується системою диференціальних рівнянь [1]

$$\frac{dh_i}{dt}=\frac{v_{0,i}}{\varepsilon_i}, \tag{1}$$

$$\frac{d\varepsilon_i}{dt}=K_{\varepsilon,i},\ \ i=\overline{1,N_S}, \tag{2}$$

з початковими умовами

$$h_i(0)=0,\ \ \varepsilon_i(0)=1, \tag{3}$$

де $v_{0,i}$ — початкова швидкість проходки в i-му рейсі; ε_i — оцінка стану оснащення долота в i-му рейсі; $K_{\varepsilon,i}$ — швидкість зміни оцінки стану долота в i-му рейсі;

• для кожного i-го рейсу величини $v_{0,i}$ і $K_{\varepsilon,i}$ є незмінними у часі;

• середні швидкості спуску $v_{\text{с}}$ і підйому $v_{\text{п}}$ колони вважають постійними для заданого інтервалу буріння H.

Обчислимо витрати на буріння свердловини інтервалу H

$$R(\bar{h})=\sum_{i=1}^{N}[C_{\text{б},i}(t_{\text{б},i}+t_{\text{сп},i}+t_{\text{д},i})+d_i], \tag{4}$$

де $C_{\text{б},i}$ — вартість роботи бурової установки в одиницю часу; $t_{\text{б},i}$, $t_{\text{сп},i}$, $t_{\text{д},i}$ — відповідно затрати часу на буріння, спуско-піднімальні і допоміжні операції; d_i — вартість долота в i-му рейсі.

Обчислимо величини $t_{\text{б},i}$ і $t_{\text{сп},i}$, що входять у функцію $R(\bar{h})$. Із рівнянь (1) і (2) та з урахуванням початкових умов (3) знаходимо

$$t_{\text{б},i}=\frac{1}{K_{\varepsilon,i}}(e^{a_i h_i}-1), \tag{5}$$

де $a_i=K_{\varepsilon,i}/v_{0,i}$.

Тривалість спуско-піднімальних операцій можна обчислити за такою формулою [6]:

$$t_{\text{сп},i}=\frac{1}{v_{\text{сп}}}\left(L+\sum_{j=1}^{i-1}h_j\right)+\frac{h_i}{v_{\text{с}}}, \tag{6}$$

де $v_{\text{сп}}=\dfrac{v_{\text{п}}v_{\text{с}}}{v_{\text{п}}+v_{\text{с}}}$; $v_{\text{п}}$, $v_{\text{с}}$ — відповідно середні швидкості підйому і спуску бурильного інструменту; L — глибина свердловини до початку інтервалу H.

Підставляючи значення $t_{\text{б},i}$ і $t_{\text{сп},i}$, що визначаються виразами (5) і (6), в формулу (4) і розбиваючи отриманий критерій оптимальності на дві частини, маємо

$$R(\bar{h})=\sum_{i=1}^{N}C_{\text{б},i}\left(\frac{e^{a_i h_i}}{K_{\varepsilon,i}}+\frac{1}{v_{\text{сп}}}\sum_{j=1}^{i-1}h_j+\frac{1}{v_{\text{с}}}h_i\right)+\sum_{i=1}^{N}\left(C_{\text{б},i}\left(\frac{1}{v_{\text{сп}}}L-\frac{1}{K_{\varepsilon,i}}+t_{\text{д},i}\right)+d_i\right). \tag{7}$$

Друга частина критерію (7) не залежить від ресурсу оптимізації h_i, $i=\overline{1,N}$, і не впливає на розв'язування задачі оптимального розподілу проходок за глибиною свердловини.

Отже, будемо шукати мінімум такого критерію оптимальності:

$$\hat{R}(\bar{h})=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{C_{\text{б},i}}{K_{\varepsilon,i}}e^{a_i h_i}+q_i h_i\right), \tag{8}$$

де $q_i=\dfrac{C_{\text{б},i}}{v_{\text{с}}}+\dfrac{1}{v_{\text{сп}}}\sum\limits_{k=i+1}^{N}C_{\text{б},k}$.

Значення величини $C_{б,i}$, $K_{\varepsilon,i}$, a_i, $\upsilon_п$ і $\upsilon_с$, які фігурують в критерії оптимальності (8), можна визначити лише наближено за результатами пробурених свердловин у подібних геолого-технологічних умовах. Тож значення наведених величин будемо вважати нечіткими числами з трикутною функцією належності.

Така функція незручна для практичного використання, це пояснюється її кусково-лінійною формою, де у деяких точках відсутні похідні. Апроксимуємо кусково-лінійну функцію належності експоненціальною функцією

$$\mu(z) = \exp\left(-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma^2}\right), \tag{9}$$

де z — одна з наведених нечітких величин, $\mu(z)$ — функція належності нечіткої величини z; z_0 — модальне значення нечіткої величини z.

Параметр нечіткості σ^2 виберемо таким, щоб функція належності (9) проходила через точку з координатами $(z_A; 1/2)$. З урахуванням останньої вимоги маємо $\mu(z_A) = \exp\left(-\frac{(z_A - z_0)^2}{2\sigma^2}\right)$. Оскільки $z_A = z_0 - \frac{\Delta}{4}$, то

$$\sigma^2 = \frac{\Delta^2}{32 \cdot \ln 2}. \tag{10}$$

На рис. 1 показано трикутну функцію належності і її апроксимацію залежністю (9) для $\Delta = 1.0$ і $z_0 = 1.2$.

Отже, величини, що фігурують у критерії (8), будемо інтерпретувати як нечіткі величини з функціями належності

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-\hat{x})^2}{2\alpha^2}\right), \tag{11}$$

де $x \in \{C_{б,i}, \upsilon_{0,i}, K_{\varepsilon,i}, \upsilon_с, \upsilon_п\}$; $\hat{x}$, α — відповідно модальне значення і параметр нечіткості функції належності (11).

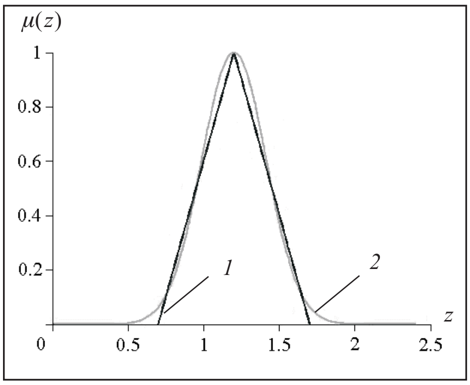

Рис. 1. Трикутна функція належності нечіткої величини *z* (крива *1*) та її апроксимація (крива *2*)

Згідно зі структурою критерію оптимальності (8) для визначення параметрів $\hat{x}$ і σ функції належності (11) необхідні такі операції над нечіткими числами, як додавання, множення, ділення нечітких чисел, множення нечіткого числа на чітке і ділення чіткого числа на нечітке [7].

Нехай $A_{LR} = \langle a_1, \alpha_1, \beta_1 \rangle$ і $B_{LR} = \langle a_2, \alpha_2, \beta_2 \rangle$ — нечіткі числа $(L-R)$-типу, де a_1, a_2 — модальні значення; α_1, α_2, β_1, β_2 — ліві і праві коефіцієнти нечіткості. Тоді параметри нечітких чисел $C_{LR} = A_{LR} + B_{LR} = \langle a, \alpha, \beta \rangle$, $C_{LR} = A_{LR} \cdot B_{LR} = \langle a, \alpha, \beta \rangle$, $C_{LR} = A_{LR} / B_{LR} = \langle a, \alpha, \beta \rangle$, $C_{LR} = q\,A_{LR} = \langle a, \alpha, \beta \rangle$ і $C_{LR} = q / A_{LR} = \langle a, \alpha, \beta \rangle$ відповідно обчислюються за формулами, які наведено в [7].

Зазначимо, що на практиці лівий α і правий β коефіцієнти нечіткості однакові і такі числа називаються нормальними нечіткими числами [8]. Оскільки функції належності нечітких величин $C_{б,i}$, $K_{\varepsilon,i}$, a_i, $\upsilon_п$, $\upsilon_с$ і $t_{д,i}$ симетричні відносно лінії модального значення, надалі будемо вважати, що відповідні нечіткі числа є нормальними величинами.

Крім того зазначимо, що чітке число можна записати, як число $(L-R)$-типу, в якого $\alpha = 0$ і $\beta = 0$.

Знайдемо параметри нечітких величин, що фігурують у критерії оптимальності (9), за умови, що для всіх нечітких чисел $(L-R)$-типу $\alpha=\beta$.

Функція $y_i=e^{a_i h_i}$, в якій параметр a_i — нечітка величина, буде також нечіткою величиною. Знайдемо спочатку $(a_i)_{LR}=\langle a_i^{(0)}, \alpha_{a,i}, \alpha_{a,i}\rangle$. Оскільки $a_i=K_{\varepsilon,i}/v_{0,i}$, то

$$a_i^{(0)}=\frac{K_{\varepsilon,i}^{(0)}}{v_{0,i}^{(0)}},\ \alpha_{a,i}=\frac{K_{\varepsilon,i}^{(0)}\alpha_{v_{0,i}}+v_{0,i}^{(0)}\alpha_{K_{\varepsilon,i}}}{(v_{0,i}^{(0)})^2}. \tag{12}$$

Тепер знайдемо $(y_i)_{LR}=\langle y_i^{(0)},\alpha_{y,i},\alpha_{y,i}\rangle$.

Функцію $y_i=e^{a_i h_i}$ розкладемо в степеневий ряд $y_i=\sum\limits_{j=0}^{\infty}\frac{(a_i h_i)^j}{j!}$. Знайдемо $(a_i^j)_{LR}=\langle A_i, \alpha_{A,i}, \alpha_{A,i}\rangle$. У роботі [9] доведено, що $A_i=(a_i^{(0)})^j$, $\alpha_{A,i}=j(a_i^{(0)})^{j-1}\alpha_{a,i}$.

Можна показати, що для $y_i=\sum\limits_{j=0}^{\infty}\frac{(a_i h_i)^j}{j!}$ мають місце такі співвідношення:

$$y_i^{(0)}=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(a_i^{(0)}h_i)^j}{j!}=e^{a_i^{(0)}h_i},\ \alpha_{y,i}=\sum_{j=1}^{\infty}h_i^j\,\frac{j(a_i^{(0)})^{j-1}\alpha_{a,i}}{j!}. \tag{13}$$

Оскільки $h_i^j=h_i h_i^{j-1}$ і $j!=j(j-1)!$, то $\alpha_{y,i}=h_i\alpha_{a,i}\sum\limits_{j=1}^{\infty}h_i^{j-1}\frac{(a_i^{(0)})^{j-1}}{(j-1)!}$. Зробивши заміну $k=j-1$, отримаємо

$$\alpha_{y,i}=\alpha_{a,i}h_i\sum_{k=0}^{\infty}h_i^k\,\frac{(a_i^{(0)})^k}{k!}=\alpha_{a,i}\,h_i e^{a_i^{(0)}h_i}. \tag{14}$$

Використовуючи правила нечіткої арифметики та враховуючи формули (13) і (14), отримуємо такі значення параметрів нечіткого числа q_i:

$$q_i^{(0)}=\frac{C_{б,i}^{(0)}}{v_{с}^{(0)}}+\frac{1}{v_{сп}^{(0)}}\sum_{k=i+1}^{N}C_{б,k}^{(0)}, \tag{15}$$

$$\alpha_{q,i}=\frac{C_{б,i}^{(0)}\alpha_{v_{с}}+v_{с}^{(0)}\alpha_{C_{б,i}}}{(v_{с}^{(0)})^2}+\sum_{k=i+1}^{N}\left(\left(\frac{\alpha_{v_{с}}}{(v_{с}^{(0)})^2}+\frac{\alpha_{v_{п}}}{(v_{п}^{(0)})^2}\right)C_{б,k}^{(0)}+\frac{\alpha_{C_{б,k}}}{v_{сп}^{(0)}}\right).$$

Знайдемо параметри нечіткості критерію оптимальності (8). Для цього скористаємося правилом додавання нечітких чисел, яке можна узагальнити на будь-яке число доданків [9]. Отже, $(\hat{R}(\bar{h}))_{LR}=\langle\hat{R}_0(\bar{h}),\sigma_R,\sigma_R\rangle$, де

$$\hat{R}_0(\bar{h})=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{C_{б,i}^{(0)}}{K_{\varepsilon,i}^{(0)}}e^{a_i^{(0)}h_i}+q_i^{(0)}h_i\right); \tag{16}$$

\

$$\sigma_R=\sum_{i=1}^{N}(\alpha_{1,i}(h_i)+\alpha_{2,i}h_i); \tag{17}$$

$$\alpha_{1,i}(h_i)=\frac{e^{a_i^{(0)}h_i}}{K_{\varepsilon,i}^{(0)}}\left(\frac{C_{б,i}^{(0)}}{K_{\varepsilon,i}^{(0)}}\alpha_{K_{\varepsilon,i}}+\alpha_{C_{б,i}}\right);\ \alpha_{2,i}=\frac{C_{б,i}^{(0)}}{K_{\varepsilon,i}^{(0)}}\alpha_{a,i}e^{a_i^{(0)}h_i}+\alpha_{q,i};$$

значення $\alpha_{a,i}$ обчислюється за формулою (12), а $\alpha_{q,i}$ — за формулою (15).

Для функції належності (8) визначимо зріз $\exp\left(-\frac{(\widetilde{R}(\bar{h})-\hat{R}_0(\bar{h}))^2}{2\sigma_R^2}\right)=\gamma$.

Розв'язуючи отримане рівняння, знаходимо $\widetilde{R}(\bar{h})=\hat{R}_0(\bar{h})+\sigma_R\sqrt{\ln\frac{1}{\gamma^2}}$.

Враховуючи, що $\hat{R}_0(\bar{h})$ обчислюється за формулою (16), а σ_R, яке визначається за формулою (17), залежить від змінних h_i, $i=\overline{1,N}$, маємо

$$\widetilde{R}(\bar{h})=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{C_{б,i}^{(0)}}{K_{\varepsilon,i}^{(0)}}e^{a_i^{(0)}h_i}+q_i^{(0)}h_i\right)+\sigma_R(\bar{h})\sqrt{\ln\frac{1}{\gamma^2}}. \tag{18}$$

Згідно з отриманим результатом маємо, що врахування нечіткості призводить до появи певного «штрафу», величина якого визначається модальними значеннями і коефіцієнтами нечіткості відповідних параметрів критерію оптимальності (8).

Таким чином, отримали задачу нечіткого нелінійного програмування: знайти вектор $\bar{h}$, що мінімізує критерій оптимальності (18) з урахуванням обмежень на змінні h_i, $i=\overline{1,N}$, які визначаються типом задачі, що розв'язується.

Випереджальне зношування оснащення долота. У випадку, коли черговий рейс буріння закінчують внаслідок зношування обладнання шарошечного долота, на змінні h_i необхідно накласти певні обмеження, на підставі міркувань, що під час досягнення проходкою h_i певного значення $h_{i,\max}$, подальше буріння стає неефективним. Для визначення $h_{i,\max}$ необхідно розв'язати задачу оптимального керування процесом поглиблення свердловини для окремого *i*-го рейсу [10].

Отже, на значення змінних h_i накладають такі обмеження:

$$0\le h_i\le h_{i,\max},\ i=\overline{1,N}. \tag{19}$$

Крім того, проходки між собою пов'язані очевидним співвідношенням

$$\sum_{i=1}^{N}h_i=H. \tag{20}$$

Таким чином, у випадку випереджального зношування обладнання шарошечного долота необхідно так розподілити проходки на інтервалі буріння H, щоб критерій оптимальності (18) набув мінімального значення за виконання умов (19) і (20).

Випереджальне зношування опор долота. Під час буріння свердловин шарошковими долотами, термін роботи яких обмежено стійкістю їхніх опор, задача обчислення ресурсу доліт зводиться до мінімізації критерію оптимальності (18) за обмежень (19) і (20).

Оскільки стійкість опор конкретного *i*-го долота залежить від його конструкції, фізико-механічних властивостей порід, що розбурюють, для значень $h_{i,\max}$ можна вказати лише певний інтервал Δ_h, якому буде належати $h_{i,\max}$. Тож величину $h_{i,\max}$ будемо інтерпретувати як нечітке число з трикутною функцією належності $\mu(h_{i,\max})$ (див. рис.1), яку будемо апроксимувати гаусовою функцією належності [9], в якій $z=h_{i,\max}$, $z_0=h_{i,\max}^{(0)}$, $\sigma_h^2=\frac{\Delta_h^2}{32\cdot\ln 2}$.

Для функції належності (9) задамо γ_h — зріз, якому відповідає деяке значення $\hat{h}_{i,\max}$, що визначається з такого рівняння: $\exp\left(-\frac{(\hat{h}_{i,\max}-h_{i,\max}^{(0)})^2}{2\sigma_h^2}\right)=\gamma_h$. У результаті отримаємо: $\hat{h}_{i,\max}=h_{i,\max}^{(0)}-\sigma_h\sqrt{\ln\frac{1}{\gamma_h^2}}$. З урахуванням нечіткості $h_{i,\max}$ обмеження (20) набуде такого вигляду:

$$\sigma_h\sqrt{\ln\frac{1}{\gamma_h^2}}\le h_i\le h_{i,\max}^{(0)},\ \ i=\overline{1,\,N}. \tag{21}$$

Тепер задачу оптимального розподілу проходок за глибиною свердловини під час випереджального зношення обладнання долота сформулюємо так: мінімізувати критерій оптимальності (18) за обмежень (20) і (21).

Отримана задача належить до класу задач нелінійного програмування і її розв'язок можна отримати одним із числових методів [11].

Буріння незатупленим долотом. Сучасні шарошечні бурильні долота виготовляють із зносостійких матеріалів, і як показали дослідження [1], для них значення $K_{\varepsilon,i}\le 0.001$ год$^{-1}$. У такому випадку можна вважати, що буріння здійснюється бурильним інструментом, що не затупляється. Тоді в рівнянні (2) можна вважати, що $K_{\varepsilon,i}\approx 0$. У цьому випадку $t_{б,i}=h_i/\upsilon_{0,i}$ і критерій оптимальності (8) набуде такого вигляду (без урахування складової $\sum_{i=1}^{N}\left(C_{б,i}\left(\frac{L}{\upsilon_{с}}+t_{д,i}\right)+d_i\right)$, яка не залежить від змінних h_i):

$$R(\bar{h})=\sum_{i=1}^{N}c_i h_i, \tag{22}$$

де $c_i=C_{б,i}\left(\frac{1}{\upsilon_{0,i}}+\frac{1}{\upsilon_{с}}\right)+\frac{1}{\upsilon_{сп}}\sum_{k=i+1}^{N}C_{б,k}$.

Як і раніше, будемо вважати, що величини $C_{б,i}$, $\upsilon_{0,i}$, $\upsilon_{с}$ і $\upsilon_{сп}$, що фігурують у критерії оптимальності (22), — нечіткі числа з трикутною функцією належності, яку апроксимуємо дзвоноподібною функцією належності (11).

Використовуючи правила арифметики над нечіткими числами [7, 9], отримуємо

$$c_i^{(0)}=C_{б,i}^{(0)}\left(\frac{1}{\upsilon_{0,i}^{(0)}}+\frac{1}{\upsilon_{с}^{(0)}}\right)+\frac{1}{\upsilon_{сп}^{(0)}}\sum_{k=i+1}^{N}C_{б,k}^{(0)}\ , \tag{23}$$

$$\alpha_{c,i}=C_{б,i}^{(0)}\left(\frac{\alpha_{\upsilon_{0,i}}}{(\upsilon_{0,i}^{(0)})^2}+\frac{\alpha_{\upsilon_{с}}}{(\upsilon_{с}^{(0)})^2}\right)+\left(\frac{1}{\upsilon_{0,i}^{(0)}}+\frac{1}{\upsilon_{с}^{(0)}}\right)\alpha_{C_{б,i}}+$$

$$+\sum_{k=i+1}^{N}\left(C_{б,k}^{(0)}\left(\frac{\alpha_{\upsilon_{с}}}{(\upsilon_{с}^{(0)})^2}+\frac{\alpha_{\upsilon_{п}}}{(\upsilon_{п}^{(0)})^2}\right)+\frac{\alpha_{C_{б,k}}}{\upsilon_{сп}^{(0)}}\right). \tag{24}$$

Будемо вважати, що нечітке число c_i має гаусову функцію належності

$$\mu_i(c_i)=\exp\left(-\frac{(c_i-c_i^{(0)})^2}{2\alpha_{c_i}^2}\right),$$

де $c_i^{(0)}$ і $\alpha_{c_i}^2$ — параметри, які визначаються формулами (23) і (24).

Запишемо функцію належності критерію оптимальності (22) у такому вигляді:

$$\mu(\hat{R}(\bar{h})) = \exp\left(-\frac{(\tilde{R}(\bar{h}) - \hat{R}_0(\bar{h}))}{2\sigma_R^2} \right). \quad (25)$$

Параметри функції належності (25) обчислимо за такими формулами [7]:

$$\hat{R}_0(\bar{h}) = \sum_{i=1}^{N} c_i^{(0)} h_i, \; \alpha_R^2(\bar{h}) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_{c,i}^2 h_i^2.$$

Функція належності нечіткої величини $\hat{R}(\bar{h})$ визначається формулою (25). Якщо задати значення величини зрізу γ, то отримаємо

$$\tilde{R}(\bar{h}) = \hat{R}_0(\bar{h}) + \alpha_R \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma^2}}. \quad (26)$$

Таким чином, маємо задачу нечіткого нелінійного програмування: знайти вектор $\bar{h}$, що мінімізує (26) на множині обмежень (19) і (20).

Задача оптимального розподілу проходок за глибиною свердловини в [1] розв'язувалась як детермінована з припущенням, що число доліт N є фіксованим.

Кількість доліт, які необхідно використати для буріння інтервалу H, переважно обмежена відносно малими додатними числами, тому вибір оптимального N можна визначити дискретним пошуком. Для кожного значення $N = 2, 3, \ldots$ розв'язується задача (26) за обмежень (19) і (20). Оптимальна кількість доліт N^* відповідає найменшому значенню критерію оптимальності (26).

ІМІТАЦІЙНИЙ ПРИКЛАД ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ПРОХОДОК ЗА ГЛИБИНОЮ СВЕРДЛОВИНИ

Розв'яжемо задачу (26) з урахуванням обмежень (19) і (20). Візьмемо до уваги формулу (10) і вважатимемо, що $\Delta_{\upsilon_{0,i}} = k_{\upsilon_0} \upsilon_{0,i}^{(0)}$, $\Delta_{C_{б,i}} = k_{C_б} C_{б,i}^{(0)}$, $\Delta_{\upsilon_с} = k_{\upsilon_с} \upsilon_с^{(0)}$ і $\Delta_{\upsilon_п} = k_{\upsilon_п} \upsilon_п^{(0)}$, а також, що $k_{C_{б,i}} = k_{C_б} = \text{const}$, $k_{\upsilon_{0,i}} = k_{\upsilon_0} = \text{const}$ і $k_{\upsilon_с} = k_{\upsilon_п} = k_V$ для всіх значень i. За таких припущень значення $\alpha_{c,i}$ набуде вигляду

$$\alpha_{c,i} = k_\Delta \left(C_{б,i}^{(0)} \left(\frac{1}{\upsilon_{0,i}^{(0)}} (k_{\upsilon_0} + k_{C_б}) + \frac{1}{\upsilon_с^{(0)}} (k_V + k_{C_б}) \right) + \frac{1}{\upsilon_{сп}^{(0)}} (k_V + k_{C_б}) \sum_{k=i+1}^{N} C_{б,k}^{(0)} \right), \quad (27)$$

де $k_\Delta = \dfrac{1}{4\sqrt{ln4}}$.

Для імітаційного прикладу скористаємося даними з [12]. У Прикарпатському управлінні бурових робіт (свердловина Струтинська-1) інтервал з 838 до 1132 м бурили тришарошковими долотами типу 295,3СЗ-ГВД73 суміщеним способом із застосуванням редукторних електробурів Е240/8 з частотою обертання вала 230 об/хв і одночасному обертанні бурильної колони з частотою 60 об/хв за допомогою ротора. Результати відпрацювання доліт наведено у табл. 1, аналіз якої показує, що проходка h_i для долота, середня швидкість буріння $\upsilon_{0,i}$ зменшуються з глибиною свердловини H_i. Графіки залежності $h_i = \varphi_h(H_i)$ і $\upsilon_{0,i} = \varphi_\upsilon(H_i)$ зображено на рис. 2.

Залежності $h_i = \varphi_h(H_i)$ і $\upsilon_{0,i} = \varphi_\upsilon(H_i)$ будемо апроксимувати такими співвідношеннями:

$$\varphi_h(H_i) = a_{\upsilon,0} + a_{\upsilon,1} H_i, \quad (28)$$

$$\varphi_h(H_i) = a_{h,0} + a_{h,1} H_i + a_{h,2} H_i^2, \; i = \overline{1, N}. \quad (29)$$

Т а б л и ц я 1. Результати відпрацювання доліт типу 295,3СЗ-ГВД73 та оптимальний розподіл проходок

№ рейсу	Інтервал буріння, м	Середня швидкість проходки $\upsilon_{0,i}$, м/год	Проходка h_i для долота, м	Обмеження для проходок $h_{i,\max}$, м	Оптимальний розподіл проходок h_i^*, м
1	838–876	—	39	42.9000	42.9000
2	876–915	1.75	38	41.8000	41.8000
3	1175–1211	1.44	36	39.6000	39.6000
4	1292–1321	1.33	29	31.9000	31.9000
5	1348–1375	0.93	27	29.7000	29.7000
6	1430–1451	0.89	21	23.1000	23.1000
7	1451–1470	0.77	19.2867	21.2154	21.2154
8	1470–1488	0.74	17.7187	19.4906	19.4906
9	1488–1504	0.71	16.2260	17.8486	17.8486
10	1504–1519	0.69	14.8153	16.2969	16.2969
11	1519–1532	0.67	13.4907	14.8398	11.0462
12	1532–1545	0.65	12.2542	13.4796	—
13	1545–1556	0.63	11.1060	12.2166	—
Сума	—	—	294.90	—	294.90

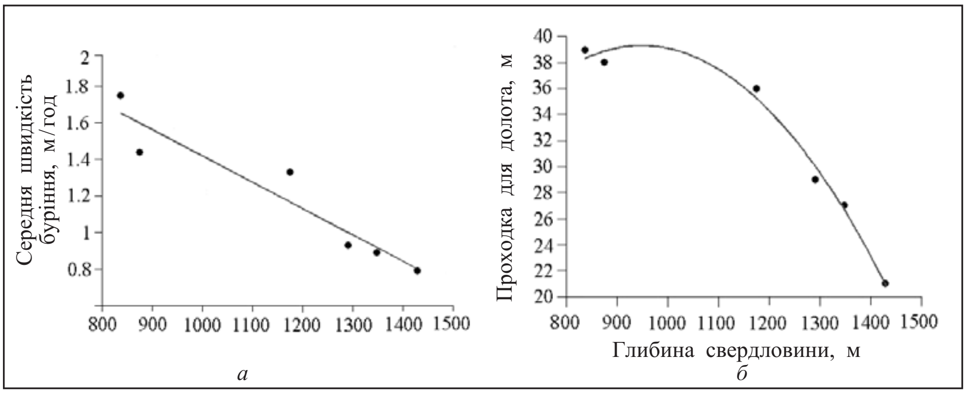

Рис. 2. Залежності середньої швидкості буріння $\upsilon_{0,i} = \varphi_\upsilon(H)$ (*а*) і проходки $h_i = \varphi_h(H)$ (*б*) від глибини свердловини

Значення H_i, $i = \overline{1, N}$ $(N = 6)$, задають на початок чергового рейсу (див. табл. 1).

Параметри залежностей $\varphi_h(H_i)$ і $\varphi_\upsilon(H_i)$ обчислювались за методом найменших квадратів. У результаті отримали такі значення: $a_{\upsilon,0} = 2.8630$ і $a_{\upsilon,1} = -0.0014$; $a_{h,0} = -32.282$, $a_{h,1} = 0.1508$ і $a_{h,2} = -7.9469 \cdot 10^{-5}$.

У подальшому імітаційне моделювання оптимального розподілу проходок за глибиною свердловини здійснювалось за такою процедурою. Для значень $H_{N+k} = H_{N+k-1} + h_{N+k-1}$, $k = \overline{1, N_1}$, де $N_1 = 7$, за формулами (28) і (29) обчислювались числові значення величин h_{N+k} і $\upsilon_{0,N+k}$, $k = \overline{1, N_1}$. До отриманих значень h_{N+k} і $\upsilon_{0,N+k}$ додавались адитивні випадкові складові, які розподілені за нормальним законом з нульовим математичним сподіванням і дисперсіями, оцінки яких обчислювались за даними, що наведено в табл. 1. З використанням цих даних перевірено ефективність розробленого методу і відповідно алгоритму оптимального розподілу проходок за глибиною свердловини.

Вартості роботи бурової за одиницю часу генерувались як випадкові числа, що мають нормальний закон розподілу з параметрами $C_{б}^{(0)} = 3910$ грн/год і $\sigma_{C_{б}} = 0.01 \cdot C_{б}^{(0)}$ грн/год. Обмеження на змінні h_i були вибрані відповідно до припущень, що $h_{i,\max} = 1.1 h_i$ м, $i = \overline{1, N}$. Інші величини, що фігурують у критерії оптимальності (28), були такими:

- середні швидкості спуску і підйому бурильної колони під час виконання спуско-піднімальних операцій [1] відповідно $\upsilon_{с}^{(0)} = 667$ м/год і $\upsilon_{п}^{(0)} = 537$ м/год;
- значення величин $k_V = 0.2$, $k_{C_{б}} = 0.2$, $k_{\upsilon_0} = 0.1$.

Розв'язання сформульованої задачі (28) з обмеженнями (19) і (20) здійснювалось у середовищі MatLab з використанням процедури `fmincon` із Optimization Toolbox.

Оскільки кількість проходок k невідома, значення k послідовно збільшувалось на одиницю, починаючи з $k = 2$, і для кожного k розв'язувалась задача (26) з обмеженнями (19) і (20), аж поки виконається умова (20).

Результат розв'язання задачі — оптимальний розподіл проходок — відображено у табл. 1. Як випливає з табл. 1, пробурити заданий інтервал $H = 294.90$ м можна одинадцятьма долотами, якщо проходка для кожного долота буде $h_i = h_i^*$, $i = \overline{1, N^*}$, де N^* — кількість проходок, які розподілені за глибиною свердловини і мінімізують критерій оптимальності (26).

Розрахунки показали, що оптимальний розподіл проходок за глибиною свердловини дасть економію вартості буріння в 59464 грн.

ВИСНОВКИ

У роботі поставлено і розв'язано задачу оптимального розподілу проходок за глибиною свердловини. Критерієм оптимальності вибрано вартість буріння заданого інтервалу. У детермінованій постановці така задача зводиться до задачі нелінійного або лінійного програмування залежно від характеру зношення елементів бурового долота. З огляду на те, що низку параметрів, які фігурують у критерії оптимальності, можна оцінити лише наближено, такі величини розглядаються як нечіткі числа. Останнє припущення дало змогу детерміновану задачу нелінійного програмування переформулювати у задачу нечіткого нелінійного програмування. Імітаційне моделювання розробленого методу підтвердило його ефективність щодо вибору як величини проходок у кожному рейсі, так і кількості рейсів за інтервал буріння.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Горбійчук М.І., Семенцов Г.Н. Оптимізація процесу буріння глибоких свердловин. Івано-Франківськ: Нова Зоря, 2006. 404 с.
2. Семенцов Г.Н, Горбійчук М.І., Жуган Л.І. Автоматизація процесів переробки нафти і газу: навчальний посібник. Львів: Світ, 1992. 257 с.
3. Семенцов Г.Н., Горбийчук М.И. Многостадийная оптимизация процесса углубления скважин. *Известия вузов. Горный журнал.* 1987. № 7. С. 105–109.
4. Семенцов Г.Н., Горбийчук М.И. Одна задача оптимального управления процессом углубления скважин. *Известия вузов. Горный журнал*. 1976. № 8. С. 84–87.
5. Горбійчук М.І. Метод і алгоритми оптимального вибору доліт при бурінні глибоких свердловин. *Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія: Технічна кібернетика та електрифікація об'єктів паливно-енергетичного комплексу.* 1997. Вип. 34 (5). С. 76–82.
6. Gorbiychuk M., Povarchuk D. Optimal distribution along the penetration of the well. *East European Scientific Journal.* 2016. Vol. 2, N 4. P. 76–81.

7. Раскин Л.Г., Серая О.В. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения. Харьков: Парус, 2008. 352 с.
8. Ибрагимов В.А. Элементы нечеткой математики. Баку: АГНА, 2010. 391 с.
9. Горбийчук М.И., Гуменюк Т.В. Метод синтеза оптимальных по сложности эмпирических моделей в условиях неопределенности. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2016. № 5. С. 24–32.
10. Горбійчук М.І, Гуменюк Т.В. Нечітка оптимізація процесу поглиблення глибоких свердловин. *Радіоелектроніка, інформатика, управління.* 2015. Т. 34, № 3. С. 15–21.
11. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Москва: Мир, 1985. 509 с.
12. Коцкулич Я.С., Коцкулич Є.Я. Застосування породоруйнівного інструменту з полікристалічними алмазними різцями. *Породоразрушающий и металлообрабатывающий инструмент — техника и технология его изготовления*. 2013. Вып. 16. С. 44–49.

Надійшла до редакції 03.08.2018

М.И. Горбийчук, О.Т. Лазорив, Я.И. Заячук

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОХОДКИ ПО ГЛУБИНЕ СКВАЖИНЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Аннотация. Решена задача оптимального распределения проходок по глубине скважины на случай, когда параметры критерия оптимальности интерпретируются как нечеткие числа. Такое допущение позволило детерминированную задачу нелинейного программирования переформулировать в задачу нечеткого нелинейного программирования. Эффективность предложенного метода подтверждена имитационным примером.

Ключевые слова: бурение, критерий оптимальности, проходка, нечеткие числа, имитационный пример.

M.I. Gorbiychuk, O.T. Lazoriv, Y.I. Zaiachuk

OPTIMAL DISTRIBUTION OF PIERCING BY DEPTH OF A WELL UNDER UNCERTAINTY

Abstract. The poblem of optimal distribution by depth of mining hole is solved for the case where parameters of optimality criterion are fuzzy numbers. This assumption made it possible to transform a deterministic nonlinear programming problem into a fuzzy nonlinear programming problem. Efficiency of the proposed method is confirmed by a simulation example.

Keywords: drilling, optimality criterion, driving, fuzzy numbers, simulation example.

Горбійчук Михайло Іванович,
доктор техн. наук, професор, професор кафедри Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, e-mail: gorb@nung.edu.ua.

Лазорів Ольга Тарасівна,
аспірантка Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, e-mail: KSM@nung.edu.ua.

Заячук Ярослав Іванович,
кандидат техн. наук, доцент, доцент кафедри Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, e-mail: y.zaiachuk@nung.edu.ua.