

УДК 550.834: 622.12

МЕТОД ЧАСТИЦ В ЗАДАЧАХ ШАХТНОЙ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ

к.ф.-м.н. Метлов Л.С. (ДонФТИ НАН Украины, УкрНИМИ НАН Украины), д.т.н. Анциферов А.В. (УкрНИМИ НАН Украины)

Запропонована нова модифікація методу частинок, яка дає коректний граничний перехід до дискретного аналогу рівняння Ламе. В порівнянні з традиційними кінцево-різницевиими методами новий модифікації притаманна фізична наочність, завдяки якій уперше вирішена проблема ударного джерела збудження в межах чиселового підходу. Показано, що зменшення пружних властивостей „джерела” та „середовища” на межі їх контакту дозволяє збудити однофазний пружний імпульс, що збігається з уявою про пружний віоскок ударного тіла віо пружного безструктурного середовища. Багатофазові пружні імпульси можуть виникнути у наслідок резонансних явищ при наявності структурних неоднорідностей (граніць) в опосередку ударного джерела збудження. Запропонована модифікація може бути корисною при вирішенні усіх традиційних для кінцево-різницевих методів задач, але особливо корисними вони можуть бути для розрахунків і інтерпретації хвильових картин, здобутих методами локації та спектральної сейсморозвідки. В статті обговорюються можливі напрямки подальшого розвитку метода з урахуванням акусто-фононної аналогії, нелінійних властивостей середовища і т.п. Можливості методу проілюстровані числовими прикладами оля суцільного трьохвимірного кубу і одновимірної задачі з одиночною тріщиною. Остання задача може знайти практичне застосування для вирішення проблеми розвідки метанових зон у вугільних пластах.

METHOD OF PARTICLES IN THE MINE SEISMICS PROBLEM

Metlov L.S., Antsiferov A.V.

The new updating of a method of particles giving correct limiting transition to discrete analogues of the Lamé's equation is offered. In comparison with traditional finite-difference methods the new updating has high physical presentation, that has allowed for the first time to solve a problem of a shock source of excitation within the framework of the numerical approach. Is shown, that the reduction of elastic properties of "source" and "medium" on boundary of their contact allows to receive a single-phase elastic pulse, which will be coordinated to notions about elastic recoil of a shock body from elastic unstructured medium. The multiphase elastic pulses can arise as a result of the resonant phenomena at presence structural inhomogeneities (boundaries) in a vicinity of a shock excitation source. The offered updating can be useful at the decision all traditional for finite-difference methods tasks, but especially useful it is represented for account and interpretation of wave pictures received by methods of location and spectral seismology. In the paper the possible directions of development of the method with the account of acoustic-phonon analogy are discussed, of nonlinear properties of medium etc. The opportunities of the method are illustrated with numerical examples for a continuous three-dimensional cube and one-dimensional problem with a single crack. Last can have the practical application for the decision of a problem of investigation of methane zones in coal layers.

В настоящее время для интерпретации сейсмических материалов шахтной сейсморозведки используются теоретические сейсмограммы, полученные с помощью различных модификаций метода конечных разностей (МКР) [1,2]. Большинство МКР базируются на чисто формальных математических положениях макроскопической механики, что обедняет их физи-

ческую интерпретацию и затрудняет построение более адекватных математических моделей. Например, одной из "трудных" задач сейсморазведки является моделирование возбуждения упругих волн источниками ударного и взрывного типа. Ее не удается решить в рамках замкнутой математической модели классическими МКР. Возникающие при этом трудности пытаются "грамотно" обойти, вводя, так называемую, функцию источника (ФИ), которая жестко регламентирует характер временного поведения источника. Конкретный вид ФИ либо подбирается из анализа экспериментальных сейсмических материалов, полученных в асимптотических областях больших или, наоборот, малых расстояний (вблизи источника), либо вводится "руками". Такой прием является внешним по отношению к замкнутой математической модели, что само по себе является ее крупным недостатком.

Вследствие жесткого характера описания временной зависимости ФИ за рамками описания оказывается целый ряд тонких сейсмических эффектов связанных с резонансным возбуждением упругих колебаний источниками ударного типа. По этой причине до настоящего времени еще не получили своего полноценного теоретического обоснования методы акустической локации [2] и спектральные методы [3].

В то же время сейчас интенсивно развиваются методы динамики частиц [4,5], теоретической основой которых являются методы молекулярной динамики [6-8]. Концептуально формализм динамики частиц, с одной стороны, позволяет из минимума потенциальной энергии описать статические равновесные состояния системы, то есть решать типичные задачи геомеханики, а, с другой стороны, колебательные отклонения от положения равновесия, то есть решать типичные задачи сейсморазведки. Описание с позиций динамики частиц позволяет естественным образом включить в рассмотрение нелинейные эффекты, а также учесть различные структурные неоднородности среды, как в плане их влияния на статическую устойчивость, так и в плане их влияния на закономерности распространения упругих волн.

В настоящей статье возможности метода частиц демонстрируются на частном, но важном примере решения проблемы источника возбуждения в рамках замкнутой модели. Кроме того, показана возможность применения полученных численных решений для обоснования спектрального метода сейсморазведки [3].

Алгоритм «молекулярной» динамики для макрообъемов

В используемом здесь контексте методы молекулярной динамики подразумевают представление среды в виде набора классических частиц, взаимодействующих посредством некоторого потенциала, и в пределе приводящих к известным классическим уравнения Ламе [2]:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad div } \bar{u} + \mu \Delta \bar{u}, \quad (1)$$

где ρ – плотность среды,
 λ, μ – упругие параметры Ламе,
 \vec{u} – вектор смещений частиц среды,
 t – время.

С математической точки зрения данное уравнение представляет собой однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка гиперболического типа. Это уравнение уже есть некоторый результат и следствие из более фундаментальных уравнений закона сохранения импульса и массы и уравнения состояния. Для его однозначного решения необходимо задать дополнительные сведения о системе, – начальные и граничные условия. Как правило, начальное условие соответствует полному покою среды до момента возбуждения, и заданию некоторого начального импульса в момент возбуждения. Граничные условия предполагают задание полевой переменной на внешних границах, и условий контакта на внутренних границах для кусочно-однородных сред.

Уравнение (1) в компонентах имеет вид:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_3^2} \right). \quad (2)$$

Или в развернутом виде:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_3}{\partial x_1 \partial x_3} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial x_3^2} \right), \\ \rho \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_3}{\partial x_2 \partial x_3} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial x_3^2} \right), \\ \rho \frac{\partial^2 \tilde{x}_3}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \tilde{x}_1}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_2}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_3}{\partial x_3^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 \tilde{x}_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \tilde{x}_3}{\partial x_3^2} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь \tilde{x}_α , $\alpha = 1, 2, 3$ – координаты материальной точки в актуальной системе координат, x_α – то же самое в отсчетной системе координат, совпадающей в данном случае с лабораторной декартовой системой координат [9]. Между собой они связаны простой зависимостью $\tilde{x}_\alpha = x_\alpha + u_\alpha$.

Разобьем исследуемый объем массива горной породы трехмерной пространственной сеткой параллельно координатным плоскостям с шагом равным $a_0 = 0.1$ м. Величина пространственного шага a_0 выбирается из тех соображений, чтобы независимо от способа разбиения описать процессы с длиной волны 3 м и более. Конечно-разностный аналог первого уравнения (3) можно записать в виде:

$$\rho \frac{\Delta v_1^{ijl}}{\tau} = \frac{\lambda + \mu}{a_0^2} (\tilde{x}_1^{i+1,j,l} + \tilde{x}_1^{i-1,j,l} - 2\tilde{x}_1^{ijl} + (\tilde{x}_2^{i+1,j+1,l} - \tilde{x}_2^{i+1,j-1,l} - \tilde{x}_2^{i-1,j+1,l} + \tilde{x}_2^{i-1,j-1,l} + \tilde{x}_3^{i+1,j,l+1} - \tilde{x}_3^{i+1,j,l-1} - \tilde{x}_3^{i-1,j,l+1} + \tilde{x}_3^{i-1,j,l-1})/4) + \frac{\mu}{a_0^2} (\tilde{x}_1^{i+1,j,l} + \tilde{x}_1^{i-1,j,l} - 2\tilde{x}_1^{ijl} + \tilde{x}_1^{i,j+1,l} + \tilde{x}_1^{i,j-1,l} - 2\tilde{x}_1^{ijl} + \tilde{x}_1^{i,j,l+1} + \tilde{x}_1^{i,j,l-1} - 2\tilde{x}_1^{ijl}),$$
(4)

где τ – временной шаг,

v_α^{ijl} – компонента скорости материальной точки. Верхние индексы нумеруют узлы пространственной сетки вдоль соответствующих координатных осей. Выражения для Δv_2^{ijl} и Δv_3^{ijl} получаются циклической заменой компонент $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$.

Введем новые переменные для координат частиц таким образом, что в состоянии равновесия эти координаты были равны нулю:

$$X_\alpha^{i\pm 1,j,l} = \tilde{x}_\alpha^{i+1,j,l} - \tilde{x}_\alpha^{ijl} \mp a_0$$

$$X_{1221} = \tilde{x}_1^{i-1,j,l} - \tilde{x}_1^{ijl} + a_0$$

$$X_{2321} = \tilde{x}_1^{i,j+1,l} - \tilde{x}_1^{ijl}$$

$$X_{2121} = \tilde{x}_1^{i,j-1,l} - \tilde{x}_1^{ijl}$$

$$X_{2231} = \tilde{x}_1^{i,j,l+1} - \tilde{x}_1^{ijl}$$

$$X_{2211} = \tilde{x}_1^{i,j,l-1} - \tilde{x}_1^{ijl}$$

$$X_{3221} = \tilde{x}_1^{i+1,j,l} - \tilde{x}_1^{ijl} - a_0$$

$$X_{1221} = \tilde{x}_1^{i-1,j,l} - \tilde{x}_1^{ijl} + a_0$$

$$X_{2321} = \tilde{x}_1^{i,j+1,l} - \tilde{x}_1^{ijl}$$

$$X_{2121} = \tilde{x}_1^{i,j-1,l} - \tilde{x}_1^{ijl}$$

$$X_{2231} = \tilde{x}_1^{i,j,l+1} - \tilde{x}_1^{ijl}$$

$$X_{2211} = \tilde{x}_1^{i,j,l-1} - \tilde{x}_1^{ijl}$$

(9a)

$$X_{3322} = \tilde{x}_2^{i+1,j+1,l} - \tilde{x}_2^{ijl} - a_0$$

$$X_{3122} = \tilde{x}_2^{i+1,j-1,l} - \tilde{x}_2^{ijl} + a_0$$

$$X_{1322} = \tilde{x}_2^{i-1,j+1,l} - \tilde{x}_2^{ijl} - a_0$$

$$X_{3122} = \tilde{x}_2^{i-1,j-1,l} - \tilde{x}_2^{ijl} + a_0$$

(9b)

$$\begin{aligned}
 X_{3233} &= \tilde{x}_3^{i+1, j, l+1} - \tilde{x}_3^{j l} - a_0 \\
 X_{3213} &= \tilde{x}_3^{i+1, j, l-1} - \tilde{x}_3^{j l} + a_0 \\
 X_{1233} &= \tilde{x}_3^{i-1, j, l+1} - \tilde{x}_3^{j l} - a_0 \\
 X_{1213} &= \tilde{x}_3^{i-1, j, l-1} - \tilde{x}_3^{j l} + a_0
 \end{aligned} \tag{9B}$$

$$\begin{aligned}
 X_{2322} &= \tilde{x}_2^{i, j+1, l} - \tilde{x}_2^{j l} - a_0 \\
 X_{2122} &= \tilde{x}_2^{i, j-1, l} - \tilde{x}_2^{j l} + a_0 \\
 X_{3222} &= \tilde{x}_2^{i+1, j, l} - \tilde{x}_2^{j l} \\
 X_{1222} &= \tilde{x}_2^{i-1, j, l} - \tilde{x}_2^{j l} \\
 X_{2232} &= \tilde{x}_2^{i, j, l+1} - \tilde{x}_2^{j l} \\
 X_{2212} &= \tilde{x}_2^{i, j, l-1} - \tilde{x}_2^{j l}
 \end{aligned} \tag{10a}$$

$$\begin{aligned}
 X_{3321} &= \tilde{x}_1^{i+1, j+1, l} - \tilde{x}_1^{j l} - a_0 \\
 X_{3121} &= \tilde{x}_1^{i+1, j-1, l} - \tilde{x}_1^{j l} - a_0 \\
 X_{1321} &= \tilde{x}_1^{i-1, j+1, l} - \tilde{x}_1^{j l} + a_0 \\
 X_{1121} &= \tilde{x}_1^{i-1, j-1, l} - \tilde{x}_1^{j l} + a_0
 \end{aligned} \tag{10Б}$$

$$\begin{aligned}
 X_{2333} &= \tilde{x}_3^{i, j+1, l+1} - \tilde{x}_3^{j l} - a_0 \\
 X_{2313} &= \tilde{x}_3^{i, j+1, l-1} - \tilde{x}_3^{j l} + a_0 \\
 X_{2133} &= \tilde{x}_3^{i, j-1, l+1} - \tilde{x}_3^{j l} - a_0 \\
 X_{2113} &= \tilde{x}_3^{i, j-1, l-1} - \tilde{x}_3^{j l} + a_0
 \end{aligned} \tag{10B}$$

$$\begin{aligned}
 X_{2233} &= \tilde{x}_3^{i, j, l+1} - \tilde{x}_3^{j l} - a_0 \\
 X_{2213} &= \tilde{x}_3^{i, j, l-1} - \tilde{x}_3^{j l} + a_0 \\
 X_{3223} &= \tilde{x}_3^{i+1, j, l} - \tilde{x}_3^{j l} \\
 X_{1223} &= \tilde{x}_3^{i-1, j, l} - \tilde{x}_3^{j l} \\
 X_{2323} &= \tilde{x}_3^{i, j+1, l} - \tilde{x}_3^{j l} \\
 X_{2123} &= \tilde{x}_3^{i, j-1, l} - \tilde{x}_3^{j l}
 \end{aligned} \tag{11a}$$

$$\begin{aligned}
 X_{3231} &= \tilde{x}_1^{i+1, j, l+1} - \tilde{x}_1^{j l} - a_0 \\
 X_{3211} &= \tilde{x}_1^{i+1, j, l-1} - \tilde{x}_1^{j l} - a_0 \\
 X_{1231} &= \tilde{x}_1^{i-1, j, l+1} - \tilde{x}_1^{j l} + a_0 \\
 X_{1211} &= \tilde{x}_1^{i-1, j, l-1} - \tilde{x}_1^{j l} + a_0
 \end{aligned} \tag{11Б}$$

$$\begin{aligned}
 X_{2332} &= \tilde{x}_2^{i,j+1,l+1} - \tilde{x}_2^{ij} - a_0 \\
 X_{2312} &= \tilde{x}_2^{i,j+1,l-1} - \tilde{x}_2^{ij} - a_0 \\
 X_{2132} &= \tilde{x}_2^{i,j-1,l+1} - \tilde{x}_2^{ij} + a_0 \\
 X_{2112} &= \tilde{x}_2^{i,j-1,l-1} - \tilde{x}_2^{ij} + a_0
 \end{aligned}
 \tag{11b}$$

Запись динамических уравнений Ламе в этих переменных приобретает более простой и симметричный вид:

$$\Delta v_1^{ij} = \tau_{eff}(\lambda + \mu)(X_{3221} + X_{1221} + (X_{3322} - X_{3122} - X_{1322} + X_{1122} + X_{3233} - X_{3213} - X_{1233} + X_{1213})/4) + \tau_{eff}\mu(X_{3221} + X_{1221} + X_{2321} + X_{2121} + X_{2231} + X_{2211})$$

$$\Delta v_2^{ij} = \tau_{eff}(\lambda + \mu)(X_{2322} + X_{2122} + (X_{2333} - X_{2313} - X_{2133} + X_{2113} + X_{3321} - X_{1321} - X_{3121} + X_{1121})/4) + \tau_{eff}\mu(X_{2322} + X_{2122} + X_{2232} + X_{2212} + X_{3222} + X_{1222})$$

$$\Delta v_3^{ij} = \tau_{eff}(\lambda + \mu)(X_{2233} + X_{2213} + (X_{3231} - X_{1231} - X_{3211} + X_{1211} + X_{2332} - X_{2132} - X_{2312} + X_{2112})/4) + \tau_{eff}\mu(X_{2233} + X_{2213} + X_{3223} + X_{1223} + X_{2323} + X_{2123})$$

Здесь $\tau_{eff} = \tau / \rho a_0^2 = \tau a_0 / M$.

Согласно концепции динамики частиц будем трактовать канонические координаты (9)-(11) как координаты соседних частиц, окружающих данную частицу (i, j, l). Тогда формальные выражения конечно-разностной схемы приобретают конкретный физический смысл, появляется возможность интерпретировать получаемые результаты с точки зрения хорошо разработанной теории динамики частиц, в том числе на языке теории фононов, солитонов и т.д. Кроме того, появляется возможность осмысленно работать с каждым отдельным слагаемым, моделировать физическое взаимодействие внешних тел (источников волн) со средой и т.д.

Для примера рассмотрим импульсное возбуждение волн в однородном трехмерном блоке горной породы размером $10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ м}^3$ (Рис. 1.). Источник задается некоторым начальным значением скорости в горизонтальном направлении (ось OX) частицы, расположенной в центре блока. Параметры Ламе среды $\lambda = 4 \text{ ГПа}$, $\mu = 2 \text{ ГПа}$, ее плотность $\rho = 2600 \text{ кг/м}^3$. Пространственный шаг дискретизации равен $a_0 = 0.1 \text{ м}$, временной шаг равен $\tau = 0.00001 \text{ с}$. Изображение на рисунке соответствует 794-му временному шагу.

Из рисунка следует, что возбуждаемое поле имеет сферический передний фронт и крестообразную диаграмму направленности. Задний фронт волны отсутствует и вместо этого в центре куба имеет место наиболее интенсивное возбуждение. Длина волны порядка 1 м, что соответствует достаточно высокочастотному сигналу (около 4кГц). Такое распределение волнового поля объясняется сильным возбуждением собственных колеба-

ний решетки частиц (аналога фононов в кристаллической решетке) и интенсивным диффузионным переизлучением волн в обратном направлении.

В то же время частота моделируемого сигнала слишком высокая, но сравнению с частотами, регистрируемыми в реальном эксперименте. Такое значение частоты связано с тем, что не учитываются процессы разрушения материала при интенсивном ударном возбуждении. Такой учет осуществлен для плоской (одномерной) задачи для источника ударного типа.

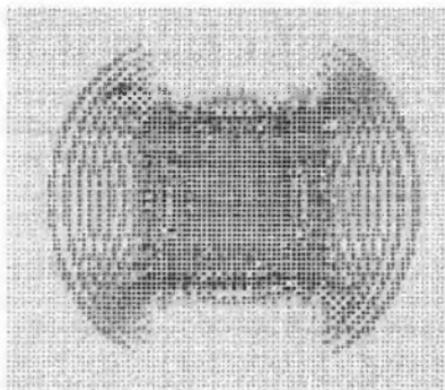


Рис. 1. Возбуждение волн в центре 10-ти метрового куба. Сечение посередине модели.

Полагая, что на временной развертке сигнал представляет собой полуволну, длительность которой равна приблизительно 774 временных шагов или 0.003098с (временной шаг в этом эксперименте равен 0.000004с) получим, частоту сигнала равную 161 Гц. Скорость волны по голографу равна 2123м/с. Расстояние между точками, для которых рассчитаны сигналы на временных развертках, составляет 5м. Отсюда длина волны, полученной в данном численном эксперименте, составляет 13м, что имеет порядок длин волн, регистрируемых в реальном эксперименте.

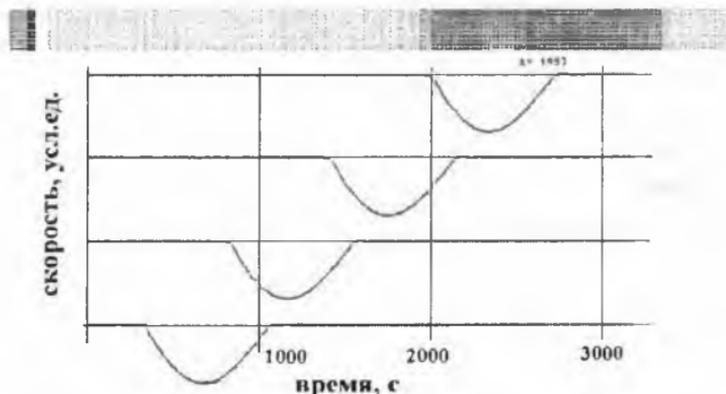


Рис. 2. Пространственная и временная развертки сигнала, полученного при ударном возбуждении.

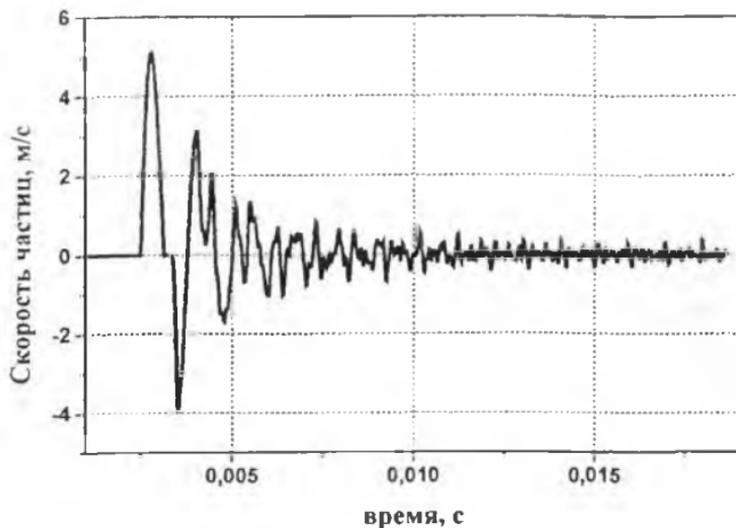
Таким образом, учет процессов разрушения в источнике ударного типа дал возможность описать сейсмический сигнал в рамках замкнутой модели в частотной области близкой частоте реального сейсмического сигнала, получаемого в методах шахтной сейсморазведки.

В качестве примера применения предложенного подхода к реальной практической задаче картирования метаносодержащей трещины спектральным методом приведем расчет волнового поля для такой задачи. Пусть упругие параметры среды и ее плотность, соответственно, равны: $\lambda = \mu = 20 \text{ ГПа}$, $\rho = 2600 \text{ кг/м}^3$. Будем моделировать трещину уменьшением упругих модулей за счет деструктивных процессов в области концентрации метана [10]. Зададим положение трещины на расстоянии 2.2 м от свободной поверхности, на которой производится возбуждение волн. Упругие свойства в области трещины зададим десятикратным уменьшением упругих модулей по сравнению с остальным материалом. В более реалистическом случае следует учитывать также изменение плотности разрушенного материала, а также влияние давления метана.

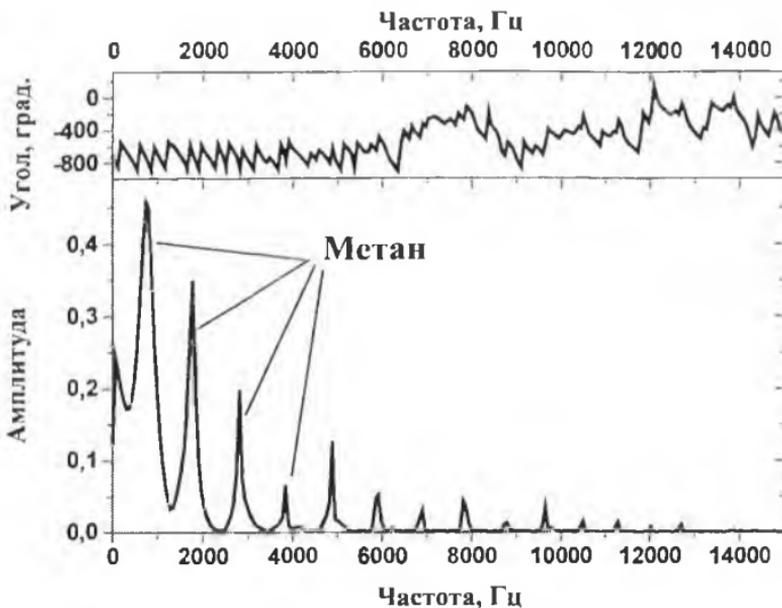
Вид временной зависимости акустического сигнала для такой геометрии задачи приведен на рис. 3а. В спектре сигнала (рис. 3б) имеется группа пиков, на частотах 750Гц, 1974Гц, 2846Гц, 3897Гц и т.д., которые представляют собой резонансные частоты полуволнового, волнового и т.д. резонансов области, расположенной между трещиной и свободной поверхностью. Из условия полуволнового резонанса $f_{1\max} = V/2h$, где V – скорость волн, h – расстояние от свободной поверхности до трещины, $f_{1\max}$ – частота первого максимума, можно оценить размер этой области. Скорость волны для заданных параметров среды равна $V=48046 \text{ м/с}$, что дает оценку расстояния до метаносодержащей трещины из условия полуволнового резонанса порядка 3.2м. Из условия волнового резонанса $f_{2\max} = V/h$ размер резонансной области равен 2.7м. Из условия третьего резонанса $f_{3\max} = 3V/2h$ ее размер равен 2.53м, из четвертого резонанса $f_{4\max} = 2V/h$, соответственно, - 2.47м. Так как заданное расположение трещины соответствует расстоянию 2.2м, то значение этой величины определено с некоторой погрешностью. Причина погрешности пока не совсем ясна, и ее предстоит выяснить при более систематическом исследовании проблемы. В то же время, сам факт наличия такой зоны в данном компьютерном эксперименте установлен достаточно надежно.

Таким образом, с помощью метода динамики частиц удалось решить ряд задач шахтной сейсморазведки, которые с трудом поддаются решению в рамках традиционных конечно-разностных схем. Кроме того, следует отметить, что концептуальные возможности метода позволяют решать также классические геомеханические задачи, что на примере частной задачи убедительно продемонстрировано в работе Звягильского Е.Л [5].

В заключение авторы выражают благодарность проф. А.Д. Алексеву за интерес к работе, который во многом предопределил наши усилия по поиску новых методов решения такого рода задач.



а)



б)

Рис. 3. Сигнал от среды с трещиной, содержащей метан: а – временная развертка при регистрации поля скоростей на свободной поверхности; б – спектр сигнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азаров Н.Я., Яковлев Д.В. Сейсмический метод прогноза горно-геологических условий эксплуатации угольных месторождений. М.: Недра, 1988.-199с.

2. Анциферов А.В. Теория и практика шахтной сейсморазведки. Донецк: ООО «Алан», 2003.-312с.
3. Гликман А.Г. Физика и практика спектральной сейсморазведки, Санкт-Петербург: Геофизприбор, 2003.–Интернет.
4. Павлов И.С. Дискретные модели сред с микроструктурой. 11-я зимняя школа (2-я международная) по механике сплошных сред. Пермь 23 февраля – 1 марта, 1997 г.
5. Звягильский Е.Л. Компьютерное моделирование длительных сдвижений массива в окрестности погашенных стволов.//Физико-технические проблемы горного производства. Вып. 2. – 1999. – С.41-46.
6. Frenkel D., Smit B. Understanding Molecular Simulation. From Algorithms to Applications. San Diego San Francisco New York Boston London Sydney Tokyo: Academic Press, 1996.-638p.
7. Metlov L.S. Evolution of Metal Structure at Intense Plastic Strains: Molecular Dynamics Simulation. <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0305129> p. 1 (2003), print 7 May 2003.
8. Pashinskaya E.G., Metlov L.S., Varyukhin V.N., Morozov A.F. Structure Transformation in Cooper at the Equichannal Torsion under Pressure. Proceeding of the V International Conference Metallurgy, Refractories and Environment, Stara Lesna? High Tatras, Slovakia, May 13-16 (2002).
9. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980.–512с.
- 10.Алексеев А.Д., Рева В.Н., Рязанцев Н.А. Разрушение горных пород в объемном поле сжимающих напряжений. К.:Наукова думка, 1989.-168с.