

**В. Л. Карлаш**

## К ВОПРОСУ О МОДЕЛИРОВАНИИ КОЛЕБАНИЙ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ ВЫСОКОЙ МОЩНОСТИ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ СХЕМОЙ

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,  
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: karlashv@ukr.net*

**Abstract.** The variants of the known electric equivalent Van-Dyke-type scheme for small and high power levels are estimated. The  $R$ ,  $C$ ,  $L$  model is compared and matched with AFCh of the radial vibrations of concrete piezoelectric disk. The proposed conception of accounting in calculations the only constant (frequency independent) values of dielectric, elastic and piezoelectric loss tangents does not conflict with the analytic and experimental results. The additive loss resistor for high power conditions influences at the resonance in lower degree than at the anti-resonance and must be switched on sequentially with shunting clamped capacity.

**Key words:** piezoceramic resonators, energy losses, equivalent network,  $R$ ,  $C$ ,  $L$  models, efficiency.

### Введение.

Колебания элементов конструкций из пьезокерамики имеют свои особенности. Они отличаются высокой связанностью механических деформаций и напряженности электрического поля [1, 3, 4, 11 – 13, 16, 21]. Чтобы вычислить амплитуды смещений, деформаций, напряжений необходимо учитывать потери энергии [7 – 10, 16, 27, 28], которые в настоящее время принято считать состоящими из механических, диэлектрических и пьезоэлектрических компонентов [18, 29, 31 – 36]. Проблема потерь энергии особенно существенна на высоких частотах и при значительных мощностях [24, 32, 35].

В монографии [14] выведены приближенные формулы, которые связывают тангенсы потерь энергии с максимумами и минимумами полной проводимости для нескольких специально изготовленных образцов в виде стержней и пластин. Анализ проблемы потерь энергии в пьезокерамических резонаторах посвящены также работы [2, 9, 13, 24 – 26 и др.]. Все они показывают, что изучение потерь энергии при колебаниях пьезокерамических тел было, есть и еще долго будет актуальным.

Настоящая статья посвящена сопоставлению экспериментальных данных, полученных на эквивалентной электрической схеме, состоящей из произвольно выбранных пассивных  $R$ ,  $C$ ,  $L$  элементов, и при вынужденных колебаниях реального пьезокерамического диска. Эксперименты с  $R$ ,  $C$ ,  $L$  моделями дают возможность утверждать, что предложенная более 90 лет назад схема Ван-Дайка [37] дает физическое объяснение полученным современным авторами результатам. Авторская концепция учета в расчетах только постоянных (независимых от частоты) величин тангенсов диэлектрических, упругих и пьезоэлектрических потерь не противоречит ни аналитическим, ни экспериментальным данным.

### 1. Влияние потерь энергии на полную проводимость.

Существует заметная разница между режимами постоянного по амплитуде тока и постоянного по амплитуде напряжения в ультразвуковых приборах высокой мощности, таких как излучатели, пьезодвигатели или трансформаторы [3 11, 34 – 36].

В [36] показано без объяснений, что режим заданного напряжения сопровождается большой нелинейностью АЧХ полной проводимости вблизи резонансов, вплоть до прыжков, тогда как в режиме заданного тока такой нелинейности не наблюдается. Авторы полагают, что существуют значительные трудности в определении параметров электромеханической связи при высоких уровнях электрического возбуждения в условиях постоянного по амплитуде электрического напряжения. Хотя даже если в случае заданного постоянного по амплитуде тока на резонансе нелинейность и не наблюдается, обеспечить этот режим на антирезонансе для условий больших мощностей практически невозможно.

Тщательный анализ графиков этой работы показывает, что максимум адмиттанса в условиях постоянного по амплитуде электрического напряжения достигает лишь 50 мС, тогда как в условиях постоянного по амплитуде тока он превышает 80 мС. Простой подсчет мгновенной мощности (табл. 1, 2), сделанный по данным работы [36], дает возможность установить, что условия постоянного напряжения и постоянного тока отличаются по максимальному уровню мощности в несколько раз.

Таблица 1

$U$ , мВ	100	300	500	800	1000	1500
$I$ , мА	4,9	14,7	29,5	33,6	37	40,5
$P$ , мВт	0,49	4,41	11,75	26,8	37	60,7

Таблица 2

$I$ , мА	5	10	20	30	40
$U$ , мВ	71,5	131	266	400	558
$P$ , мВт	0,36	1,31	5,33	12	23,5

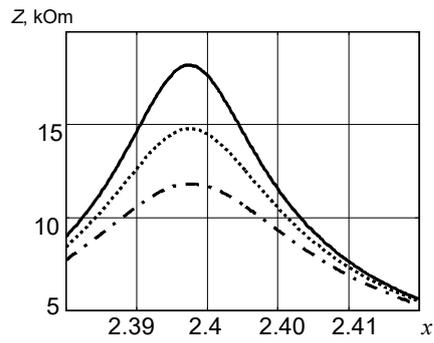
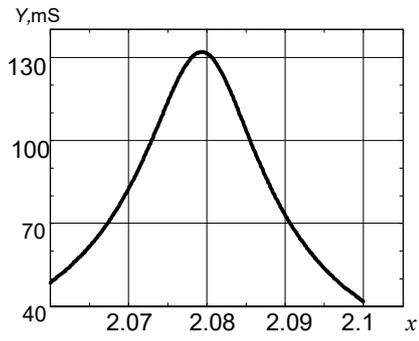
Чтобы оценить влияние на колебательные характеристики тангенсов потерь энергии были произведены вычисления возле максимумов адмиттанса и импеданса для диска  $66,4 \times 3,1$  мм из пьезокерамики ЦТБС-3 в частотных интервалах  $2,05 \div 2,1$ ;  $2,39 \div 2,415$ . Использовались формулы для комплексной проводимости и комплексного импеданса [14, 15]

$$Y_{dsk} = j\omega C_0 \left[ 1 - k_p^2 + \frac{(1+\nu)k_p^2 J_1(x)}{\Delta(x)} \right] = j\omega C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta(x)}; \quad Z_{dsk} = \frac{1}{Y_{dsk}}; \quad (1)$$

$$\Delta(x) = xJ_0(x) - (1-\nu)J_1(x); \quad \Delta_a(x) = (1-k_p^2)\Delta(x) + (1+\nu)k_p^2 J_1(x).$$

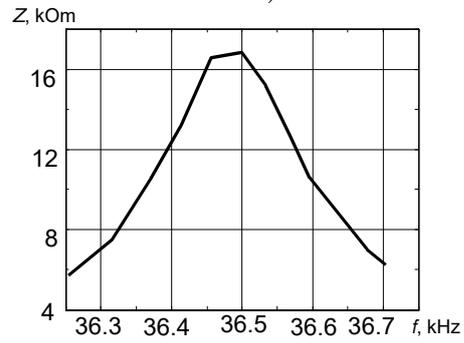
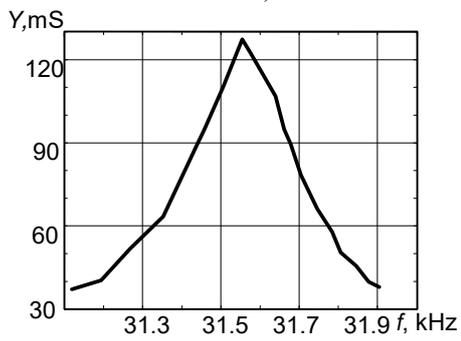
Безразмерная частота  $x = \omega R \sqrt{\rho s_{11}^E (1-\nu^2)}$ , где  $R$  – радиус;  $\rho$  – плотность. Все обозначения совпадают с обозначениями работ [9, 15, 20 – 28 и др.]. При вычислениях использованы следующие параметры:  $k_p^2 = 0,32$ ,  $s_{11m} = 0,007$ ,  $\varepsilon_{33m} = 0,0085$ ,  $d_{31m} = 0,0035$  (сплошная линия на рис. 1, б),  $d_{31m} = 0,005$  (пунктир) и  $d_{31m} = 0,007$  (разрывная линия).

Все три адмиттансные кривые совпали (рис. 1, а) – диэлектрические и пьезоэлектрические потери не влияют на резонансные колебания. Получено  $Y_{m0} = 132$  мС,  $Y_{1,2} = 93,3$  (на концах полосы пропускания на уровне  $-3$ дБ [13, 32 – 36]),  $x_0 = 2,079$ ,  $Q_r = 138 \div 148$ . Импедансные кривые (рис. 1, б) отличаются по амплитуде и имеют добротности  $Q_a = 228,4$ ;  $184,5$  и  $171,4$ . В эксперименте (рис. 1, в, г) падения потенциала  $U_{pe}$ ,  $U_R$  и  $U_{in}$  измерены в схеме модернизированного четырехполосника Мэзона [14, 15, 22].



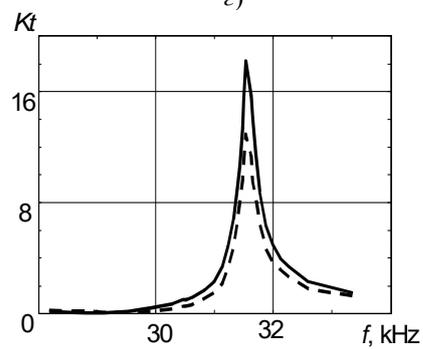
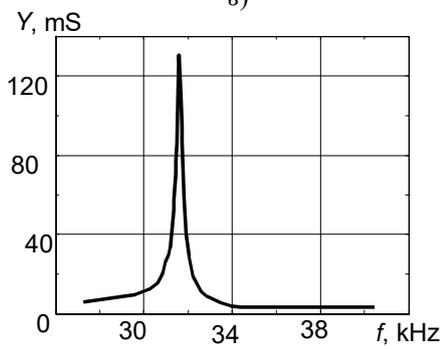
a)

б)



в)

г)



д)

е)

Рис. 1

Адмиттанс определялся либо по точной формуле

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}, \quad (2)$$

либо по двум приближенным выражениям

$$Y_{pe1} = \frac{U_R}{R(U_{in} - U_R)}; \quad (3)$$

$$Y_{pe2} = \frac{(U_{in} - U_{pe})}{RU_{pe}}. \quad (4)$$

Все три формулы обеспечивают одинаковые результаты на резонансных и антирезонансных частотах и сильно отличаются вдали от этих частот.

Нагрузочный резистор возле резонанса был 11,2 Ом, вблизи антирезонанса – 20,1 кОм. Получено:  $Y_m = 127,1$  мС,  $Y_{-3\text{db}} = 89,87 \cong 90$  мС;  $f_2 - f_1 = 22 / 28 \times 300 = 235,7$  Гц;  $Q_r = 31\,551 / 235,7 = 138,8$ ;  $Z_n = 16,86$  кОм,  $Z_{-3\text{db}} = 11,92$  кОм;  $f_2 - f_1 = 31 / 33 \times 200 = 187,9$  Гц;  $Q_a = 36\,499 / 187,9 = 194,2$ .

Результаты измерений и расчетов хорошо согласуются. Величины резонансной и антирезонансной добротностей отличаются почти на 40%, хотя в вычислениях было принято  $Q_m = 143$ . Концепция постоянных (частотно независимых) значений упругих, диэлектрических и пьезоэлектрических тангенсов потерь не противоречит, таким образом, аналитическим и экспериментальным результатам других авторов.

В нижней части рис. 1 приведены экспериментально полученные АЧХ полной проводимости диска в более широком интервале частот возле основного радиального резонанса, так что отчетливо заметны частоты максимального и минимального адмиттанса (рис. 1, д), а также АЧХ коэффициентов передачи двух пьезотрансформаторных датчиков (рис. 1, е). Пьезотрансформаторные датчики были размещены в центре пластины и на трети ее радиуса, они служили для контроля механической добротности [3, 15].

## 2. Эквивалентная электрическая схема для низкой и высокой мощностей.

В настоящее время производится и используется много различных пьезокерамических элементов [12, 13, 21, 32 – 36]. Продольные, изгибные или сдвиговые моды колебаний применяются в устройствах для низких частот. Поперечные и радиальные колебания используются для средних, толщинные – для высоких частот. Очень трудно изготовить элемент с толщиной меньше 0,1 мм для работы на очень высоких частотах [12, 13]. Единственная эквивалентная схема не может удовлетворить всем требованиям. Время от времени появляются новые предложения [32 – 36].

Четыре варианта известной «классической» схемы Ван Дайка [37] приведены на рис. 2.

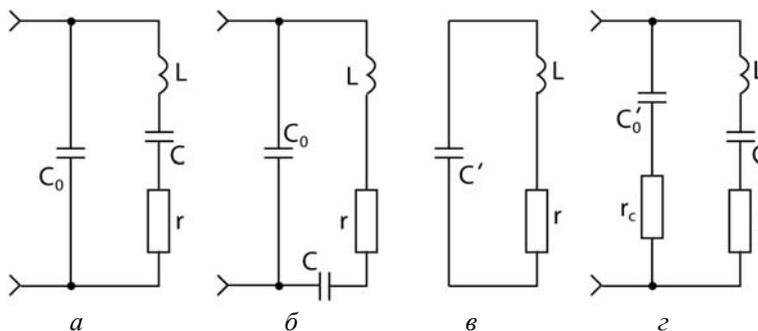


Рис. 2

Зависимость адмиттанса любого пьезокерамического резонатора от частоты (см. рис. 1, д) отличается максимумом и минимумом, которые следуют один за другим. Такую АЧХ имеет электрическая схема (рис. 2, а, б), в которой параллельно к статической межэлектродной емкости  $C_0$  присоединена последовательная ветвь, состоящая из индуктивности  $L$ , емкости  $C$  и резистора  $r$  (этот резистор символизирует потери энергии). В радиотехнике такая система называется контуром третьего вида [6]. Резонанс напряжений в последовательной ветви  $L$ ,  $C$  и  $r$  соответствует резонансной частоте, когда  $r = 1 / Y_m$ . Резонанс токов в параллельной цепи (рис. 2, в) соответствует антирезонансной частоте. Эта параллельная цепь состоит из той же индуктивности  $L$  и эквивалентной емкости  $C'$ , образованной последовательно соединенными конденсаторами  $C_0$  и  $C$ , так что  $C' = C_0 C / (C_0 + C)$ . В случае работы пьезоэлемента со значительными уровнями мощности, когда начинают увеличиваться диэлектрические потери в сильных электрических полях, последовательно со статической емкостью  $C_0$  вводят дополнительный резистор потерь  $r_c$  (рис. 2, г).

В радиотехнике добротность  $Q$  резонансной системы определяется как отношение запасенной в цепи энергии  $E_{stor}$  к энергии потерь  $E_{dis.av}$ , которая рассеивается в течение периода колебаний. Она выражается через параметры цепи следующим образом [5, 6]:

$$Q = 2\pi \frac{E_{stor}}{E_{dis.av}} = \frac{\rho}{r} = \frac{2\pi f_0 L}{r} = \frac{1}{2\pi f_0 C r};$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}; f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}};$$
(5)

$\rho$  – волновое сопротивление;  $r$  – резистор потерь;  $f_0$  – резонансная частота;  $L$  и  $C$  – индуктивность и емкость цепи.

Для вычисления эквивалентных емкости и индуктивности можно получить следующие простые формулы:

$$C = \frac{1}{\rho\omega} = \frac{1}{2\pi f_0 \rho} = \frac{1}{2\pi f_0 Q_r r}; L = \frac{\rho}{\omega} = \frac{\rho}{2\pi f_0} = \frac{Q_r r}{2\pi f_0}.$$
(6)

В диске  $66,4 \times 3,1$  мм, нагруженном на 11,2 Ом, резистор потерь был равен  $r = 7,87$  Ом;  $Q_r = 138,8$ ;  $\rho = Q_r \times r = 1092$  Ом;  $f_0 = 3,155 \times 10^4$  Гц;  $C_0 = 1,849 \times 10^{-8}$  Ф.

Подставляя эти данные в формулы (6), получаем  $C = 4,62 \times 10^{-9}$  Ф;  $L = 5,51 \times 10^{-3}$  Гн. Емкость параллельной цепи  $C' = C \times C_0 / (C + C_0) = 3,696 \times 10^{-9}$  Ф.

Частота параллельного резонанса (антирезонанса), волновое сопротивление и добротность на антирезонансе, соответственно, равны

$$f_n = 3,528 \times 10^4 \text{ Гц}; \rho = 1221 \text{ Ом}; Q_a = 1221/7,87 = 155,1.$$

Измеренные величины были 36499 Гц,  $Q_a = 194,2$ .

Почему существует такая большая разница между вычисленными и измеренными антирезонансными частотой и добротностью? Причиной этого может быть так называемая зажатая емкость пьезоэлемента. Чем выше коэффициент электромеханической связи, тем сильнее «зажата» собственная емкость и тем сильнее их влияние на антирезонансную частоту и добротность. В случае нашего диска  $k_p^2 = 0,32$  и  $C_{0c} = (1 - k_p^2) C_0 = 1,257 \times 10^{-8}$  Ф. После такой коррекции  $C'_1 = 4,62 \cdot 12,57 / (4,62 + 12,57) \times 10^{-9}$  Ф =  $3,378 \times 10^{-9}$  Ф,  $f_n = 3,69 \times 10^4$  Гц,  $\rho = 1277$  Ом,  $Q_a = 1277/7,87 = 162,3$ . Различие по частоте теперь всего 0,9 %, а по добротности – 16,4 %. Остаточное различие по антирезонансной добротности может быть следствием шунтирующего действия на параллельном резонансе сопротивления нагрузочного резистора.

Рис. 3 иллюстрирует результаты моделирования эквивалентной схемой, составленной из пассивных элементов  $L = 4$  мГн,  $C = 1,814$  нФ и  $C_0 = 9,579$  нФ, при нагрузочном резисторе 11,2 Ом. Кривые получены для тока заданной величины  $I_{eq} = U_R / R = 15$  мВ / 11,2 Ом = 1,34 мА (слева), постоянного по амплитуде падения потенциала  $U_{eq} = 60$  мВ (в центре) и постоянного по амплитуде входного напряжения  $U_{in} = 100$  мВ (справа). Построены графики падений потенциала (первый ряд), входного адмиттанса (второй ряд), углов (третий ряд), а также полной, действительной и мнимой компонент входной проводимости (четвертый ряд).

Три падения потенциала  $U_{pe}$ ,  $U_R$  и  $U_{in}$ , измеренные на элементах пьезорезонатора или его эквивалентной схемы ( $U_{eq}$  идентично  $U_{pe}$ ), образуют своеобразный характеристический треугольник, углы между сторонами которого можно определить по теореме косинусов [2, 9, 15]

$$\cos \alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe}U_R}; \cos \beta = \frac{U_{in}^2 + U_R^2 - U_{pe}^2}{2U_{in}U_R}; \cos \gamma = \frac{U_{in}^2 + U_{pe}^2 - U_R^2}{2U_{in}U_{pe}}.$$
(7)

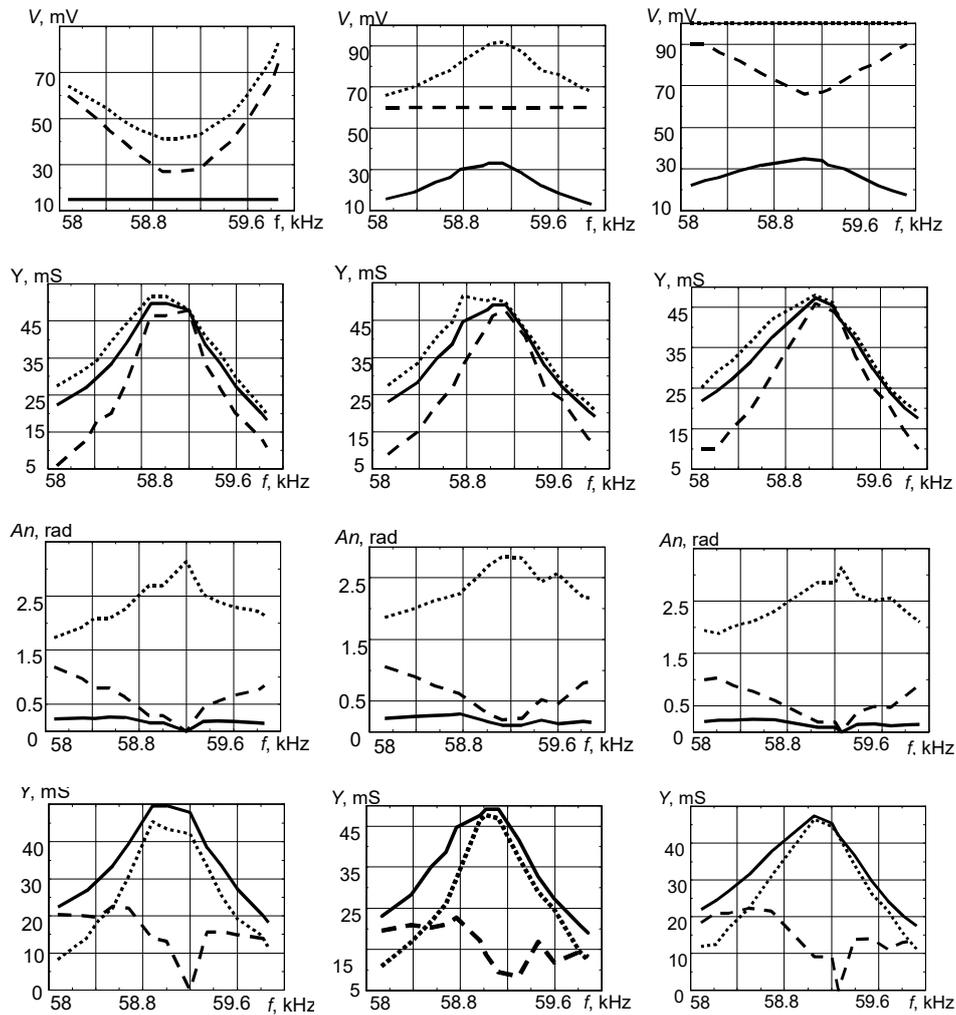


Рис. 3

АЧХ полной проводимости вблизи резонансов и АЧХ импеданса вблизи антирезонансов использовались для определения добротностей  $Q_r$  и  $Q_a$  на уровне  $-3$  дБ по методу полосы пропускания [13, 32 – 36].

На верхних графиках (первый ряд)  $U_{eq}$  показаны прерывистыми кривыми,  $U_{in}$  – пунктиром и  $U_R$  – сплошными линиями. Полные адмиттансы (второй ряд) рассчитаны с применением формул (2) (сплошные линии), (3) (пунктир) или (4) (разрывные кривые). Угол  $\alpha$  (пунктир) образован сторонами  $U_R$  и  $U_{eq}$ . Он характеризует сдвиг фаз между током цепи и падением потенциала на ней. Угол  $\beta$  (разрывные кривые) образован сторонами  $U_{in}$  и  $U_R$  и соответствует фазовому сдвигу между выходным электрическим напряжением генератора и потребляемым током. Угол  $\gamma$  (сплошные линии) образован сторонами  $U_{in}$  и  $U_{eq}$ , т.е. между выходным электрическим напряжением генератора и падением потенциала на эквивалентной цепи.

Нижний ряд графиков представляет полную  $Y$  (сплошные линии), действительную  $G$  (пунктир) и мнимую  $B$  (разрывные кривые) части адмиттанса цепи, вычисленные по формулам

$$G_1 = Y_{pe} \cos \beta; \quad B_1 = Y_{pe} \sin \beta, \quad (8)$$

или

$$G_2 = Y_{pe} / \sqrt{1+k^2}; B_2 = G_2 k \quad (k = \operatorname{tg} \beta). \quad (9)$$

Оба выражения дают одинаковые результаты и приведены здесь для сравнения.

В общем, графики каждого ряда, за исключением первого, похожи между собой. В режиме заданного тока падение потенциала на резонансе меньше, а в режиме заданного напряжения больше, чем при удалении от него. Произведение  $U_R$  на  $U_{eq}$  пропорционально мгновенной мощности, которая выделяется в электрической цепи на той или иной частоте. Перемножив условно ординаты точек этих кривых в верхнем ряду, легко убедиться, что в режиме заданного тока мгновенная мощность снижается, а в режиме заданного напряжения увеличивается по сравнению с нерезонансными частотами. Этот результат в какой-то мере объясняет приведенные в работе [36] графики.

Табл. 3 показывает влияние величины шунтирующей емкости  $C_0$  на параметры эквивалентной схемы. Для вычисления эквивалентной индуктивности  $L$ , антирезонансной частоты  $f_{a2}$ , резонансного  $\rho_r$  и антирезонансного  $\rho_a$  волновых сопротивлений и соответствующих добротностей  $Q_r$ ,  $Q_a$  применялись формулы (5) и (6). Резонансная  $f_r$  и антирезонансная  $f_{a1}$  частоты были измерены в схеме четырехполюсника Мэсона с нагрузочными резисторами 3,3 и 335 Ом, соответственно. Резистор потерь  $r$  определялся с применением приближенной формулы (3),

$$r = \frac{1}{Y_m} = \frac{(U_{in} - U_R)R}{U_R}. \quad (10)$$

Таблица 3

$C_0$ , нФ	6,716	10,5	36,1	70,44
$f_r$ , кГц	59,23	59,09	58,92	58,61
$f_{a1}$ , кГц	66,63	64,3	60,53	59,83
$f_{a2}$ , кГц	66,73	64,3	60,39	59,32
$L$ , мГн	3,99	4,0	4,03	4,08
$r$ , Ом	10,5	18,3	19,8	17,7
$\rho_r$ , Ом	1484	1500	1491	1500
$C'$ , пФ	1427	1530	1725	1766
$\rho_a$ , Ом	1672	1620	1528	1520
$Q_r$	141,3	82	75,3	84,7
$Q_a$	159,2	88,3	77,2	85,9

Емкость последовательного конденсатора  $C$  со слюдяным диэлектриком, измеренная на частоте 1000 Гц мостом переменного тока, равнялась 1814 пФ при тангенсе диэлектрических потерь  $\operatorname{tg} \delta = \varepsilon_{33m} = 0,0008$ . В качестве шунтирующей емкости применялись конденсаторы со слюдяным или керамическим диэлектриком. Катушка индуктивности  $L$  была намотана в два провода изолированным проводом 0,5 мм в диаметре. Она имела сопротивление постоянному току 6,7 Ом. Различные величины сопротивления резистора потерь  $r$  в таблице соответствуют различным условиям нагружения.

Влияние величины шунтирующей емкости на резонансную частоту незначительно, а на антирезонансную весьма существенное. Чем больше величина шунтирующей емкости, тем меньше расстояние резонанс/антирезонанс. Важно отметить, что вычисленные с применением формул (5) и (6) величины добротностей эквивалентной схемы всегда меньше на резонансе, чем на антирезонансе.

### 3. Обсуждение результатов.

В течение ряда лет исследовались радиальные колебания пьезоэлектрических дисков, изготовленных из разных составов пьезокерамики при различном отношении толщины к радиусу.

Эквивалентные величины  $R$ ,  $C$ ,  $L$  параметров, а также антирезонансные частоты были определены с применением выражений (5), (6), (10). Полученные результаты сведены в табл. 4, в которой сделаны те же обозначения, что и в табл. 3. Таблица по-

казывает, чем выше механическая добротность  $Q$ , тем больше эквивалентная индуктивность  $L$  и тем меньше эквивалентная емкость  $C$ .

Таблица 4

Образец, материал	50 × 1,3 ТБК-3	66,4 × 3,1 ЦТБС-3	35,4 × 4,1 ЦТС-19	30 × 8 ПКД	50 × 1,2 ЦТС-19	50 × 1,15 ЦТБС-3
$C_0$ , нФ	14 000	18 490	5770	1386	19 000	28 000
$f_r$ , кГц	65,913	31,581	58,929	78,581	41,135	46,224
$f_{a1}$ , кГц	67,917	36,454	69,184	88,820	44,846	52,361
$f_{a2}$ , кГц	67,57	36,62	69,027	96,81	44,76	52,38
$C$ , пФ	545	4703	1660	494	2767	5217
$L$ , мГн	10,7	5,48	4,56	8,104	5,42	2,27
$r$ , Ом	4,45	7,66	19,2	13,5	14	3,3
$k_p^2$	0,1	0,31	0,32	0,25	0,21	0,34
$Q_r$	1000	140	86	300	100	200
$Q_a$	1020	179	98	368	109	226

Вычисленные с учетом «зажаты» емкости антирезонансные частоты  $f_{a2}$  близки к измеренным частотам  $f_{a1}$ , за исключением толстого диска 30 × 8 мм из ПКД материала, в котором рассчитанные значения превышают измеренные в 1,1 раза. Как и для эквивалентной схемы, для всех реальных дисков добротность колебаний на антирезонансе превышает резонансную добротность на величину от единиц до десятков процентов.

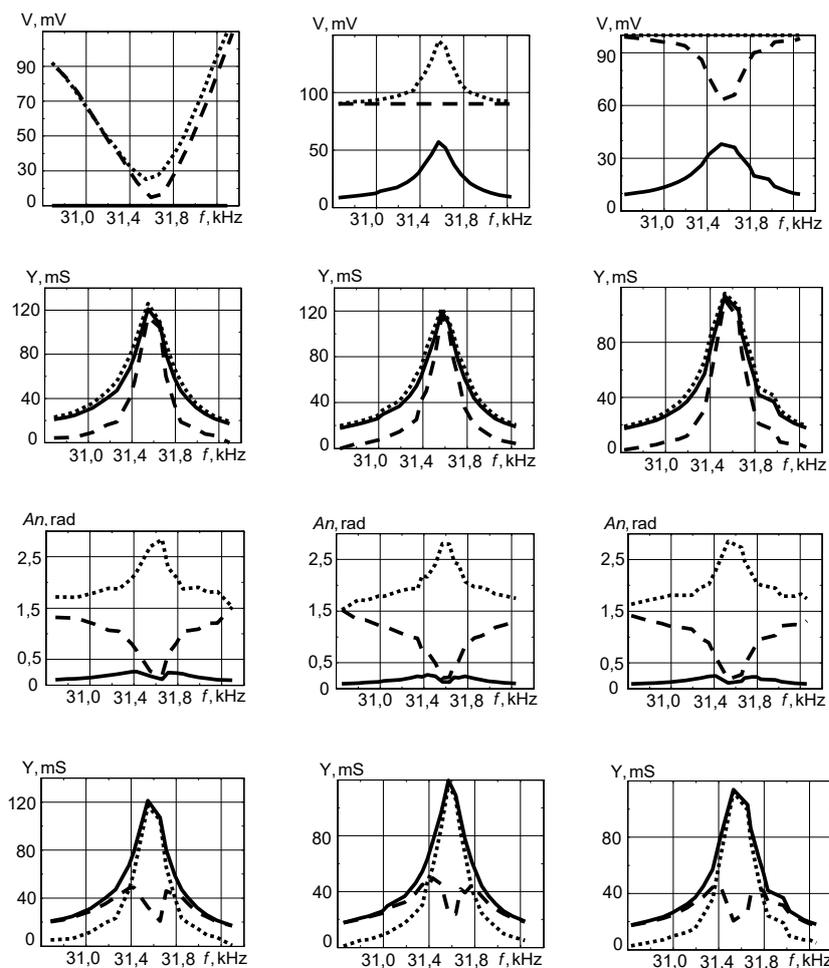


Рис. 4

На рис. 4, приведенном для сравнения с рис. 3, построены АЧХ падений потенциала  $U_{pe}$ ,  $U_R$  и  $U_{in}$  (милливольт), полной проводимости (миллисименс), углы (радиан), а также компоненты проводимости. Как и для эквивалентной схемы измерения велись в условиях трех различных электрических нагружений: графики получены для режимов заданного тока  $I_{pe} = U_R / R = 6,25$  мА (слева), заданного электрического напряжения  $U_{pe} = 90$  мВ (центр) и заданного входного напряжения  $U_{in} = 100$  мВ (справа) вблизи основного радиального резонанса упомянутого выше диска  $66,4 \times 3,1$  мм при нагрузочном резисторе 1,6 Ом.

Диск имел следующие параметры:  $C_0 = 18,5$  нФ,  $\varepsilon_{33m} = 0,0085$ ;  $s_{11m} = 0,0069$ ; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,35$ ; планарный КЭМС  $k_{p0}^2 = 0,31$  и  $d_{31m} = 0,0076$ . Оба рисунка подобны между собой. При изменении условий электрического нагружения изменяются лишь падения напряжений  $U_{pe}$ ,  $U_R$  и  $U_{in}$ , тогда как адмиттансы, их активные и реактивные компоненты, косинусы углов характеристического треугольника и соответствующие углы сохраняются.

Авторы работы [34] исследовали продольные колебания прямоугольной пьезокерамической пластины  $43 \times 7 \times 2$  мм в зависимости от колебательной скорости и обнаружили резкое снижение добротности при достижении некоторого уровня. Они же предложили ввести в эквивалентную схему типа Ван Дайка (как на рис. 2, а) дополнительный резистор потерь  $R_a$ , включаемый последовательно со всей схемой. В опытах с эквивалентной схемой при параллельной емкости 36,1 нФ я вводил дополнительный резистор 21,9 Ом последовательно либо с емкостью, либо со всей схемой. В первом случае было получено  $Q_r = 85,2$ ;  $Q_a = 87,4$ ; во втором –  $Q_r = 37,9$ ;  $Q_a = 38,7$ . Под влиянием включенного последовательно со всей эквивалентной схемой дополнительного резистора произошло резкое снижение обеих добротностей. Шунтирующая емкость мало влияет на резонанс и сильно на антирезонанс. По этой причине дополнительный резистор потерь целесообразно включать в эквивалентную схему последовательно с шунтирующей емкостью, как предлагал Мэзон [30] для сегнетовой соли еще в 1940 г. Вместе с тем, предложенная в [34] схема может объяснять экспериментальные результаты, если считать, что, включаемый последовательно со всей схемой дополнительный резистор потерь  $R_a$ , отсутствует при малых уровнях нагружения и появляется при больших.

#### **Заключение.**

Рассмотрены варианты известной эквивалентной электрической схемы типа Ван Дайка для низких и высоких уровней мощности и промоделированы пассивными  $R$ ,  $C$ ,  $L$  элементами.

Поведение пьезопреобразователей при больших уровнях электрического нагружения сильно зависит от режима и отличается для 1) заданного падения напряжения, 2) заданного тока, 3) постоянной колебательной скорости и 4) постоянной входной мощности.

В [36] показано, что на антирезонансе наблюдается большая величина добротности  $Q_m$  (по сравнению с резонансом) и та же величина амплитуды колебательной скорости имеет место при меньшей электрической мощности и меньшем выделении тепла. Это может означать преимущество применения антирезонанса для ультразвуковых моторов и трансформаторов.

Данные табл. 1 и 2 можно объяснить следующим образом. Когда пьезорезонатор возбуждается заданной разностью потенциалов, мгновенная мощность в нем возрастает на резонансных частотах во много раз относительно внрезонансного случая. Напротив, когда тот же резонатор возбуждается заданным током, мгновенная мощность в нем снижается на резонансных частотах во много раз относительно внрезонансного случая. Это может быть причиной наблюдаемой авторами [34 – 36] нелинейности АЧХ полной проводимости. Вблизи антирезонансов все происходит наоборот – мощность возрастает в условиях заданного тока и снижается в условиях заданного напряжения. Именно поэтому невозможно обеспечить режим заданного тока на антирезонансе при больших мощностях [36].

Моделирование колебаний пьезоэлектрических элементов известными  $R$ ,  $C$ ,  $L$  элементами дает возможность изучать их влияние на частоты резонанса / антирезонанса и на другие параметры.

Дополнительный резистор потерь по-разному влияет на характеристики колебаний при его включении последовательно со всей схемой или только с шунтирующей емкостью. С точки зрения автора его лучше включать последовательно с шунтирующей емкостью, тогда он будет отдельно представлять увеличенные диэлектрические потери.

Использованные в расчетах параметры пьезокерамики были получены автором итерационным путем на основе разработанной им простой экспериментально-расчетной методики, изложенной в работах [2, 9, 24].

**РЕЗЮМЕ.** Оцінюються варіанти відомої електричної еквівалентної схеми Ван Дайка для малих і високих рівнів потужності. Модель  $R$ ,  $C$ ,  $L$  порівнюється й узгоджується з АЧХ радіальних коливань конкретного п'єзоелектричного диска. Моделювання коливань п'єзоелектричного елемента відомими  $R$ ,  $C$ ,  $L$  величинами дає можливість вивчати їх вплив на частоти резонансу, антирезонансу та провідності. Авторова концепція врахування в розрахунках тільки сталих (незалежних від частоти) величин тангенсів діелектричних, пружних і п'єзоелектричних втрат не суперечить аналітичним і експериментальним результатам. Додатковий резистор втрат за умови високої потужності впливає на резонанс меншою мірою, ніж на антирезонанс, і повинен вмикатися послідовно із «затиснутою» шунтовою ємністю.

1. Акопян В.А., Соловьев А.Н., Шевцов С.Н. Методы и алгоритм определения полного набора совместимых материальных констант пьезокерамических материалов. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2008. – 144 с.
2. Безверхий О., Зінчук Л., Карлаш В. Вплив режиму електричного навантаження, сталих напруги або струму на характеристики коливань п'єзокерамічних резонаторів // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. – 2013 – Вип. 18. – С. 9 – 20.
3. Глоzman И.А. Пьезокерамика. – М.: Энергия, 1972. – 288 с.
4. ГОСТ 12370-72. Материалы пьезокерамические, методы испытаний. – М.: Изд-во стандартов, 1973. – 28 с.
5. Жеребцов И.П. Радиотехника. – М.: Связь, 1965. – 656 с.
6. Калашиников А.М., Степук Я.В. Основы радиотехники и радиолокации. – М.: Воениздат, 1962. – 368 с.
7. Карлаш В.Л. К определению добротности пьезокерамических элементов методом пьезо-трансформаторного датчика // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1978. – 18. – С. 95 – 97.
8. Карлаш В.Л. Влияние диссипации энергии на амплитудно-частотную характеристику полной проводимости тонкого пьезокерамического диска // Электричество. – 1984. – № 4. – С. 59 – 61.
9. Карлаш В.Л. Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісник. – 2012. – 15, № 4. – С. 24 – 38.
10. Карлаш В.Л., Улітко А.Т. Про один спосіб дослідження радіальних коливань тонкої п'єзокерамічної пластинки // ДАН УРСР. Сер. А. – 1974. – № 9. – С. 804 – 807.
11. Катц Г.В. Магнитные и диэлектрические приборы. Ч. I. – М. – Л.: Энергия, 1964. – 416 с.
12. Шульга Н.А., Болкисев А.М. Колебания пьезоэлектрических тел. – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.
13. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. – К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
14. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Вимірювання повної провідності п'єзокерамічних елементів у схемі чотириполюсника Мезона та її варіантах. – Тези IV Міжнародної науково-технічної конференції «Датчики, прилади та системи – 2008». – Черкаси – Гурзуф, 2008. – С. 54 – 56.
15. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска біля резонансів // Доп. НАН України. – 2013. – № 9. – С. 80 – 86.
16. Яффе Б., Кук У., Яффе Г. Пьезоэлектрическая керамика. – М.: Мир, 1974. – 288 с.
17. Bolkisev A.M., Karlash V.L., Shul'ga N.A. Temperature Dependence of the Properties of Piezoelectric Ceramics // Int. Appl. Mech. – 1984. – 20, N 7. – P. 650 – 653.
18. Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. SU. – 1967. – SU-14, – P. 18 – 20.
19. Karlash V.L. Energy Dissipation During Vibrations of Thin Circular Piezoceramic Plates // Int. Appl. Mech. – 1984. – 20, N 5. – P. 460 – 464.

20. *Karlash V.L.* Electroelastic vibrations and transformation ratio of a planar piezoceramic transformer // *J. Sound Vib.* – 2004. – **277**. – P. 353 – 367.
21. *Karlash V.L.* Resonant Electromechanical Vibrations of Piezoelectric Plates // *Int. Appl. Mech.* – 2005. – **41**, N 7. – P. 709 – 747.
22. *Karlash V.L.* Particularities of Amplitude-Frequency Characteristics of Admittance of Thin Piezoceramic Half-Disk // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, N 10. – P. 647 – 653.
23. *Karlash V.L.* Forced Electromechanical Vibrations of Rectangular Piezoceramic Bars with Sectionalized Electrodes // *Int. Appl. Mech.* – 2013. – **49**, N 3. – P. 360 – 368.
24. *Karlash V.L.* Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // *Electronics and Communication.* – 2014. – **19**, N 2 (79). – P. 82 – 94.
25. *Karlash V.L.* Modelling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // *Mathematical Modelling and Computing.* – 2014. – **1**, N 2. – P. 163 – 177.
26. *Karlash V.L.* Influence of Electric Loading Conditions on the Vibrations of Piezoceramic Resonators // *Int. Appl. Mech.* – 2017. – **53**, N 2. – P. 220 – 227.
27. *Karlash V.L.* Amplitude-Frequency Characteristics of the Longitudinal and Lateral Vibrations of a Rectangular Piezoceramic Plate // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 3. – P. 339 – 345.
28. *Karlash V.L.* Admittance Characteristics of Radial and Thickness Vibrations of Thin Piezoceramic Disks // *Int. Appl. Mech.* – 2019. – **55**, N 4. – P. 449 – 455.
29. *Liu G., Zhang S., Jiang W., Cao W.* Losses in ferroelectric materials // *Materials Science and Engineering: R: Reports.* – 2015. – **89**. – P. 1 – 48.
30. *Mason W.P.* Location of hysteresis phenomena in Rochelle salts // *Phys. Rev.* – 1940. – **58**. – P. 744 – 756.
31. *Martin G.E.* Dielectric, elastic and piezoelectric losses in piezoelectric materials // *Ultrasonic Symp. Proc. Milwaukee.* – 1974. – P. 613 – 617.
32. *Mezheritsky A.V.* Quality factor of piezoceramics. – *Ferroelectrics.* – 2002. – **266**, N 1 – P. 277 – 304.
33. *Mezheritsky A.V.* Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works altogether // *IEEE Trans UFFC.* – 2004. – **51**, N 6. – P. 695 – 707.
34. *Uchino K., Zheng J.H., Chen Y.H. et al.* Loss mechanisms and high power piezoelectrics // *J. Mat. Sci.* – 2006. – **41**. – P. 217 – 228.
35. *Uchino K., Zhuang Yu., Ural S.O.* Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // *J. Adv. Dielectric.* – 2011. – **1**, N 1. – P. 17 – 31.
36. *Ural S.O., Tuncdemir S., Zhuang Yu, Uchino K.* Development of a high power piezoelectric characterization system and its application for resonance/antiresonance mode characterization // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2009. – **48**, N 5R – 056509.
37. *Van Dyke K.S.* The electric network equivalent of piezoelectric resonators // *Phys. Rev.* – 1925. – **25**. – P. 895(A).

Поступила 26.03.2018

Утверждена в печать 05.11.2019