

А.Я. Григоренко<sup>1</sup>, В.В. Лось<sup>2</sup>, В.А. Маланчук<sup>2</sup>,  
Н.Н. Тормахов<sup>1</sup>

### НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ РЕЗЬБОВОГО СОЕДИНЕНИЯ В СИСТЕМЕ ДЕНТАЛЬНЫЙ ИМПЛАНТАТ – КОСТЬ

<sup>1</sup> Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ,  
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: ayagrigorenko1991@gmail.com

<sup>2</sup> Национальный медицинский университет им. А.А. Богомольца,  
просп. Победы, 34, 03057, Киев, Украина; e-mail: losvmail@gmail.com

**Abstract.** The distribution of load over the coils of the threaded implant-bone joint is studied. The threaded joint is modeled by a rod structure in which a functional axial force is transferred from the rod-implant to the stretched rod-bone through threads. The last ones are simulated by the cantilever beams attached to the implant rods and bone. A differential equation describing the intensity of the axial force distribution is derived. The solution of this equation is given in the closed form. The proposed approach to solving the problem on distribution of the load over the coils of the thread joint of implant with bone can be used as the basis to determine the joint stress state and to improve the implant structure with an aim to increase the service life of orthopedic constructions.

**Keywords:** dental implant, elasticity, cortical bone, trabecular bone, tread.

#### Введение.

Эффективным и перспективным направлением в области ортопедической стоматологии является применение имплантатов, которые устанавливаются в костных тканях и используются в качестве опоры для зубопротезных устройств [4 – 6, 11 – 14]. Наибольшее распространение во врачебной практике получили имплантаты в форме цилиндра с резьбой на наружной поверхности. Для установки имплантата в кости подготавливают необходимое отверстие и затем ввинчивают имплантат, который при этом нарезает в кости резьбу. После установки имплантата начинается процесс его остеоинтеграции, т.е. отложение костной ткани на поверхности имплантата с образованием единой системы имплантат – кость.

Продолжительность службы протезных устройств на основе имплантатов зависит от величины напряжений на границе имплантата с костью. Поэтому определение напряженного состояния в резьбовом соединении имплантата с костью является актуальной задачей стоматологии и механики деформируемого твердого тела [2, 4, 6].

Основным методом исследования напряженного состояния в системе протез – имплантат – кость является механико-математическое моделирование [2, 4, 7, 10 – 14], так как проведение экспериментальных исследований в этой области связано с существенными трудностями или вообще невозможно.

Механико-математическое моделирование соединения имплантата с костью, как правило, проводят в рамках теории упругости с использованием упрощающих предположений относительно геометрических и механических характеристик элементов этой системы, условий их взаимодействия и приложенных нагрузок. В работе [2] предполагалось, что имплантат имеет гладкую, без резьбы наружную поверхность. Напряженное состояние системы имплантат – кость определялось в рамках пространственной стержневой и оболочечной моделей [8, 9]. Была решена задача о нагружении стержня усилием на одном конце, который на другой части своей поверхности опирается в кость как на упругое основание винклеровского типа [2].

В работах [10, 12] задача определения напряженно-деформированного состояния системы имплантат – кость решали с помощью метода конечных элементов также в предположении, что имплантат имеет гладкую, без резьбы наружную поверхность.

Распределение напряжений в резьбовом соединении было впервые рассмотрено Н.Е. Жуковским [3]. В этой работе предполагалось, что резьба имеет прямоугольный профиль, охватываемая деталь – болт находится в растянутом, а охватывающая – гайка сжато состоянии. Резьбовое соединение моделировалось конструкцией, в которой осевое усилие от стержня – болта к стержню – гайке передавалось через витки резьбы в виде консольных балок. По модели Н.Е. Жуковского витки были подвержены только сдвиговым деформациям и величины усилий, передаваемых витками, определяли как сумму бесконечной геометрической прогрессии. Н.Е. Жуковский показал, что усилия в витках резьбового соединения распределены неравномерно и это распределение зависит от геометрических параметров резьбового соединения и жесткости болта и гайки.

Модель Н.Е. Жуковского получила свое дальнейшее развитие в работах И.А. Биргера и Г.Б. Иосилевича [1]. В этих работах рассматривалось резьбовое соединение с витками треугольного профиля и предполагалось, что витки резьбы претерпевают деформации сдвига, изгиба и поперечную деформацию. Резьбовое соединение рассматривалось как соединение с непрерывно идущими витками, что позволило применить дифференциальные уравнения, решение которых было получено в замкнутой форме. В [1] было рассмотрено два типа резьбового соединения. В резьбовом соединении первого типа предполагалось, что болт находился в растянутом состоянии, а гайка – сжата, а в резьбовом соединении второго типа (соединении типа растяжки) болт и гайка были нагружены растягивающими напряжениями.

В работе [4] рассмотрено напряженное состояние резьбового соединения имплантата с костью, в котором имплантат работает на растяжение, а костная ткань вокруг имплантата – на сжатие. В [4] полагали, что резьбовое соединение имплантата с костью представляет собой статически неопределимую рамную конструкцию. Распределение усилий по виткам этого резьбового соединения определяли методами строительной механики.

Схема нагружения [4], в которой имплантат растянут, а костная ткань сжата, редко встречается в стоматологической практике. Функциональные усилия со стороны пищевого комка сжимают имплантат и растягивают костную ткань вокруг него. Эта схема нагружения и рассмотрена в нашей работе. Для описания распределения функциональной нагрузки по виткам резьбы использован подход, И.А. Биргера и Г.Б. Иосилевича [1].

**Целью** данной работы является разработка методики определения распределения нагрузки по виткам резьбового соединения имплантата с костью с целью совершенствования конструкции имплантата и увеличения долговечности работы ортопедических конструкций, базирующихся на их основе.

### **1. Конструкция протеза на базе винтовых имплантатов.**

На рис. 1 схематически показана типовая ортопедическая конструкция, состоящая из протезного устройства – искусственной коронки зуба 1, абатмента 2, имплантата 3, установленного в костной ткани 4, и винта 5, который удерживает абатмент на имплантате. Вертикальная функциональная нагрузка  $Q$  со стороны пищевого комка воздействует на коронку 1 и передается через абатмент 2 и имплантат 3 на костную ткань 4. Кость имеет наружный кортикальный и внутренний губчатый слой. Кортикальная или компактная кость имеет плотную, однородную, а губчатая – пористую структуру, насыщенную кровеносными сосудами. Имплантат может располагаться как в кортикальной, так и в губчатой кости. В табл. 1 представлены механические характеристики: модуль упругости  $E$ , коэффициент Пуассона  $\mu$  кортикальной, губчатой кости и титанового сплава, из которого изготавливают имплантаты. Как можно видеть, модуль упругости и прочность компактной кости почти в два раза превышают соответствующие характеристики губчатой кости и значительно уступают по этим параметрам титановому сплаву BT1-100.

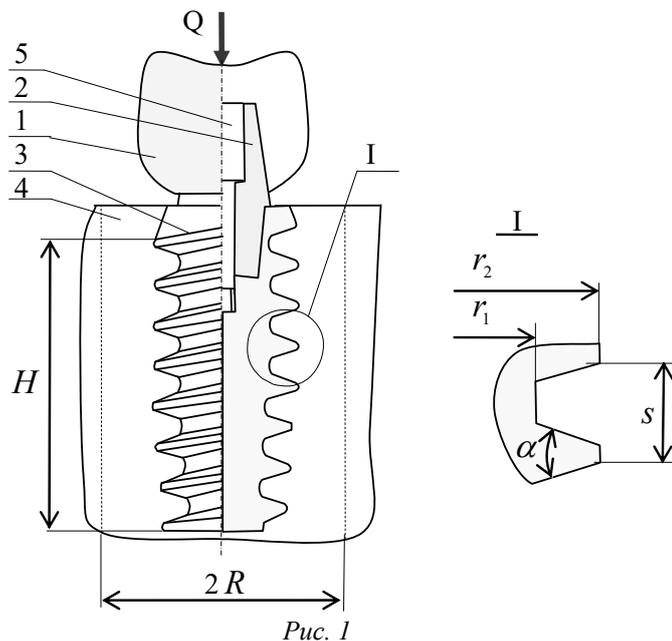
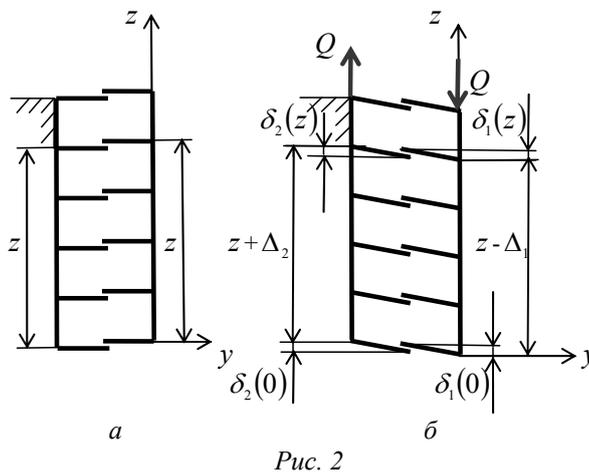


Таблица 1

|                         | $E$ , ГПа | $\mu$ |
|-------------------------|-----------|-------|
| Компактная кость        | 13,7      | 0,30  |
| Губчатая кость          | 6,9       | 0,30  |
| Титановый сплав ВТ1-100 | 111,0     | 0,35  |

## 2. Уравнение совместности перемещений имплантата и кости.

Расчетная схема резьбового соединения имплантат – кость до и после приложения нагрузки  $Q$  представлена, соответственно, на рис. 2, а, б.



Функциональная нагрузка передается от имплантата к кости через резьбовое соединение, вызывая сжатие имплантата и растяжение объема костной ткани вокруг него. Усилие в имплантате и кости изменяется от 0 до  $Q$  и на расстоянии  $z$  от начала координат будет равно  $Q(z)$ . Предположим, что усилие  $Q(z)$  будет вызывать нормальные напряжения  $\sigma_1(z)$ , которые равномерно распределены по поперечному сечению имплантата, но изменяются вдоль оси  $z$ :

$$\sigma_1(z) = \frac{Q(z)}{F_1}, \quad (1)$$

где  $F_1 = \pi r_1^2$  – площадь поперечного сечения имплантата;  $r_1$  – внутренний радиус резьбы имплантата.

Выделим вокруг имплантата область костной ткани в виде полого цилиндра с наружным  $R$  и внутренним  $r_2$  радиусами. Допустим, что в поперечном сечении этой цилиндрической области действуют равномерно распределенные по поперечному сечению нормальные напряжения  $\sigma_2(z)$ :

$$\sigma_2(z) = \frac{Q(z)}{F_2}, \quad (2)$$

где  $F_2 = \pi(R^2 - r_2^2)$  – площадь поперечного сечения области кости.

Под действием нагрузки  $Q$  на участке от 0 до  $z$  тело имплантата укорачивается на  $\Delta_1$ , а костная ткань удлиняется на  $\Delta_2$ :

$$\Delta_1 = \int_0^z \frac{\sigma_1(z)}{E_1} dz = \int_0^z \frac{Q(z)}{E_1 F_1} dz; \quad \Delta_2 = \int_0^z \frac{\sigma_2(z)}{E_2} dz = \int_0^z \frac{Q(z)}{E_2 F_2} dz. \quad (3)$$

Точки витков резьбы имплантата и кости, находящиеся на среднем диаметре резьбы и на расстоянии  $z = 0$ , в результате изгиба, сдвига и поперечной деформации витков под действием осевого усилия  $Q$  переместятся в осевом направлении, соответственно, на расстояния  $\delta_1(0)$  и  $\delta_2(0)$ . Эти же точки, расположенные на расстоянии  $z$  от начала координат, переместятся на расстояния  $\delta_1(z)$  и  $\delta_2(z)$ . Предположим, что контактное давление  $p(z)$  равномерно распределено по поверхности витка резьбы и зависит только от  $z$ . Выразим перемещения  $\delta_1(z)$  и  $\delta_2(z)$  через контактное давление  $p(z)$ , шаг резьбы  $s$ , модули упругости  $E_1$ ,  $E_2$ , а также безразмерные коэффициенты  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  по следующим формулам [1]:

$$\delta_1(z) = \frac{p(z)s\lambda_1}{E_1}; \quad \delta_2(z) = \frac{p(z)s\lambda_2}{E_2}. \quad (4)$$

Коэффициенты  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  зависят от геометрии винтового соединения и определяются следующим образом [1]:

$$\lambda_1 = \omega + \frac{r_1 t}{s^2} (1 - \mu_1) \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}; \quad \lambda_2 = \omega + \frac{r_2 t}{s^2} \left( \frac{R^2 + r_2^2}{R^2 - r_2^2} + \mu_2 \right) \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (5)$$

где  $\omega = 0,84$  – коэффициент, характеризующий изгиб и сдвиг витка;  $t = r_2 - r_1$  – высота профиля резьбы;  $\alpha$  – угол профиля резьбы.

На основании рис. 2 можно записать следующее уравнение совместности перемещений тел винта и гайки с перемещениями витков резьбы:

$$z - \Delta_1 - \delta_1(0) + \delta_1(z) = z + \Delta_2 + \delta_2(0) - \delta_2(z). \quad (6)$$

Преобразуя последнее равенство с учетом (4), (5), получаем:

$$\left( \frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2} \right) \int_0^z Q(z) dz = [p(z) - p(0)] \left( \frac{\lambda_1}{E_1} + \frac{\lambda_2}{E_2} \right) s. \quad (7)$$

Введем интенсивность распределения осевого усилия по длине резьбового соединения  $q(z)$ :

$$q(z) = \frac{dQ}{dz}, \quad (8)$$

которая связана с давлением на поверхность витка  $p(z)$  соотношением [1]:

$$p(z) = q(z) \frac{f}{s}, \quad (9)$$

где  $f = \pi(r_2^2 - r_1^2)$  – проекция площади витка резьбы на плоскость, перпендикулярную оси имплантата. Подставив  $q(z)$  вместо  $p(z)$  в (7), получим

$$\left( \frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2} \right) \int_0^z Q(z) dz = [q(z) - q(0)] \left( \frac{\lambda_1}{E_1} + \frac{\lambda_2}{E_2} \right) \frac{s^2}{f}. \quad (10)$$

Обозначим

$$\beta = \frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2}; \quad \gamma = \left( \frac{\lambda_1}{E_1} + \frac{\lambda_2}{E_2} \right) \frac{s^2}{f}. \quad (11)$$

Тогда (10) будет иметь вид

$$\beta \int_0^z Q(z) dz = [q(z) - q(0)] \gamma. \quad (12)$$

Продифференцировав (12) по  $z$ , получаем

$$\beta Q(z) = q'(z) \gamma. \quad (13)$$

Повторяя операцию дифференцирования (13) по  $z$  и обозначая  $m^2 = \beta / \gamma$ , находим

$$q''(z) - m^2 q(z) = 0. \quad (14)$$

Общий интеграл уравнения (14) может быть записан в виде

$$q(z) = A \operatorname{sh}(mz) + B \operatorname{ch}(mz). \quad (15)$$

Уравнение (15) должно удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\text{при } z = 0; \quad Q(0) = 0; \quad q'(z) = m^2 Q(0) = 0;$$

$$\text{при } z = H \text{ ( } H \text{ – длина имплантата) } \quad Q(H) = Q; \quad q'(z) = m^2 Q(H) = m^2 Q.$$

Из (15) следует

$$q'(z) = Am \operatorname{ch}(mz) - Bm \operatorname{sh}(mz). \quad (16)$$

Отсюда, используя граничные условия, получаем

$$A = 0; \quad B = \frac{Qm}{\operatorname{sh}(mH)}. \quad (17)$$

Подставляя значения постоянных  $A$ ,  $B$  в (15), находим

$$q(z) = -\frac{Qm \operatorname{ch}(mz)}{\operatorname{sh}(mH)}. \quad (18)$$

Согласно (13) усилие в имплантате  $Q(z)$  будет определяться следующим выражением:

$$Q(z) = \frac{Q \operatorname{sh}(mz)}{\operatorname{sh}(mH)}. \quad (19)$$

На рис. 3 показан график изменения интенсивности  $q(z)$  по длине резьбового соединения, а на рис. 4 – осевого усилия  $Q(z)$  по виткам резьбы, рассчитанные по формулам (18), (19). Расчеты проведены для единичной нагрузки (в один ньютон)  $Q = 1\text{Н}$  и восьми случаев, которые представлены в табл. 2. Результаты получены для кортикальной ( $E_2 = 13,7\text{ГПа}$ ), губчатой ( $E_2 = 6,9\text{ГПа}$ ) кости и титанового имплантата с параметрами резьб:  $r_1 = 2,1\text{ мм}$ ;  $r_2 = 2,5\text{ мм}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ . Так как объем кости челюсти ограничен по толщине, то полагали, что наружный диаметр области кости, воспринимающей функциональную нагрузку, на 2 мм превышает наружный диаметр резьбы:  $R = 2 + r_2$ . Длину имплантата  $H$  принимали равной 10 и 16 мм, а шаг резьбы  $s$  – 1 и 2 мм. При этом количество витков в резьбовом соединении  $n$  изменялось от 5 до 16.

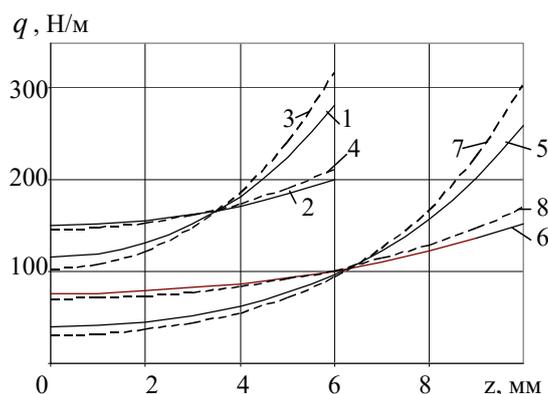


Рис. 3

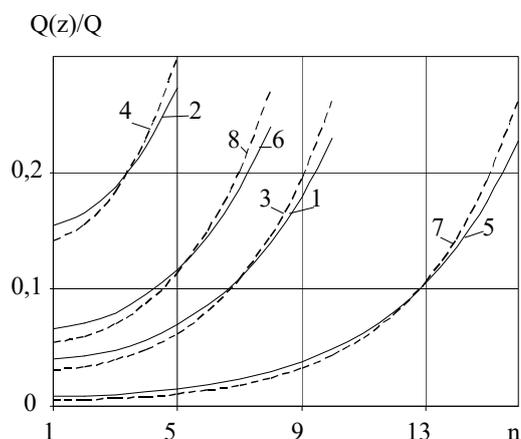


Рис. 4

Штриховыми линиями на рис. 3 и 4 показаны зависимости для губчатой, а сплошной линией – для кортикальной кости от длины имплантата и количества витков резьбы соответственно. Можно видеть, что характер усилий  $q(z)$ ,  $Q(z)$  сильно зависит от геометрических параметров резьбового соединения  $H$ ,  $s$ . В рассмотренном диапазоне изменения параметров длины имплантата и шага резьбы  $H$  и  $s$  различие для  $q(z)$ ,  $Q(z)$  превышает 100%. Распределение нагрузки по виткам резьбы для системы имплантат – губчатая кость более неравномерное, чем для системы имплантат – кортикальная кость и различие зависимостей  $q(z)$ ,  $Q(z)$  между этими видами костных тканей доходит до 12%. Максимальная интенсивность распределения осево-

го усилия  $q(z)$  и осевого усилия  $Q(z)$  и усилия, приходящегося на один виток  $\Delta Q$ , наблюдаются в точке приложения к имплантату сжимающего усилия  $z = H$ .

Таблица 2

| № | $H$ , мм | $E_2$ , ГПа | $s$ , мм | $n$ , витки | $m$ , м <sup>-1</sup> | $\Delta Q$ , % |
|---|----------|-------------|----------|-------------|-----------------------|----------------|
| 1 | 10       | 13,7        | 1        | 10          | 256,8                 | 23,0           |
| 2 | 10       | 13,7        | 2        | 5           | 131,1                 | 27,2           |
| 3 | 10       | 6,9         | 1        | 10          | 300,0                 | 26,1           |
| 4 | 10       | 6,9         | 2        | 5           | 153,8                 | 29,5           |
| 5 | 16       | 13,7        | 1        | 16          | 256,8                 | 22,7           |
| 6 | 16       | 13,7        | 2        | 8           | 131,1                 | 23,9           |
| 7 | 16       | 6,9         | 1        | 16          | 300,0                 | 25,9           |
| 8 | 16       | 6,9         | 2        | 8           | 153,8                 | 26,9           |

В табл. 2 в предпоследнем и последнем столбцах приведены, соответственно, значения параметра  $m$  и максимальное осевое усилие  $\Delta Q$  в процентах от значений  $Q$ , которое воспринимает виток резьбы, находящийся по координате  $z$  в интервале от  $(H - s)$  до  $H$ . Из рис. 3 и 4 и данных табл. 2 можно сделать вывод, что  $\Delta Q$  увеличивается с ростом шага резьбы  $s$ , с уменьшением длины имплантата  $H$  и модуля упругости кости  $E_2$ . Для расчетного случая № 4 (имплантат с шагом резьбы  $s = 2$  мм и длиной  $H = 10$  мм расположен в губчатой кости) максимально нагруженный виток резьбы воспринимает 29,5 % осевого усилия  $Q$ .

#### Выводы.

Восстановление физиологических и эстетических функций пациентов с дефектами зубных рядов осуществляется с помощью ортопедических устройств, которые базируются на дентальных имплантатах. Движение нижней челюсти в процессе пережевывания пищевого комка вызывает появление функциональных усилий, которые через ортопедическое устройство воздействуют на имплантат и в случае перегрузки могут привести к некротическим явлениям в кости и выпадению имплантатов. В работе рассмотрено действие функционального усилия в системе имплантат – кость вдоль оси имплантата. Деформации имплантата и костной ткани вокруг него вызывают неравномерность распределения нагрузки между витками резьбового соединения имплантата с костью. В наиболее нагруженном состоянии находится ближайший к точке приложения нагрузки виток резьбы. Исследования показали, что распределение осевой нагрузки в первую очередь зависит от длины и шага резьбы имплантата. Распределение нагрузки по виткам резьбы зависит также от жесткости костной ткани и механических свойств имплантата. Показано, что распределение нагрузки по виткам резьбы для системы имплантат – кортикальная кость более равномерное, чем для системы имплантат – губчатая кость. Расхождение зависимостей максимальных усилий для этих видов кости с имплантатом из титанового сплава не превышает 12 %.

Научные исследования, результаты которых опубликованы в данной статье, выполнены за счет средств бюджетной программы «Поддержка приоритетных направлений научных исследований» (КПКВК 6541230).

**РЕЗЮМЕ.** Досліджено розподіл навантаження по витках різьбового з'єднання імплантату з кісткою. Різьбове з'єднання моделювалося стрижневою конструкцією, в якій функціональне осьове зусилля від стисненого стержня-імплантату передавалося до розтягнутого стержня-кістки через витки різьби. Витки різьби моделювалися консольно закріпленими балками, прикріпленими до стержнів імплантату і кістки. Отримано диференціальне рівняння, яке описує інтенсивність розподілу осьово-

го зусилля, розв'язання якого було отримано в замкненій формі. Запропонований підхід розв'язання задачі про розподіл навантаження по витках різьби з'єднання імплантата з кісткою може слугувати основою для визначення в ньому напруженого стану та вдосконалення конструкції імплантатів з метою збільшення довговічності роботи ортопедичних конструкцій на їх основі.

1. *Биргер И.А., Иосилевич Г.Б.* Резьбовые и фланцевые соединения. – М.: Машиностроение, 1990. – 368 с.
2. *Григоренко Я.М., Лось В.В., Василенко А.Т.* Определение напряженного состояния в системе имплантат – кость при протезировании зубов // Доп. НАН України. – 2004. – № 3. – С. 177 - 183.
3. *Жуковский Н.Е.* Распределение давлений на нарезках винта и гайки. Бюллетень Политехнического общества. – 1902. – № 1. – С. 50 – 54. (См. Жуковский Н.Е. Полное собрание сочинений в 16 томах, т.8).
4. *Чуйко А.Н. и др.* Биомеханика и компьютерные технологии в челюстно-лицевой ортопедии и дентальной имплантологии. – Львов: ГалДент, 2014. – 350 с.
5. *Daas M., Dubois G., Bonnet A.S., Lipinski P., Rignon-Bret C.* A complete finite element model of a mandibular implant-retained overdenture with two implants: Comparison between rigid and resilient attachment configurations // *Medical Engineering and Physics*. – 2008. – **30**. – P. 218 – 225.
6. *Dental Biomechanics*. Ed. A.N. Natali. – London: Taylor & Francis, 2003. – 265 p.
7. *Grigorenko A.Ya., Pliska E.N., Sorochenko G.V., Tormakhov N. N.* Application of Methods of Numerical Analysis for Studying Mechanical Processes in Biomechanics // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 3. – P. 366 – 372.
8. *Grigorenko A.Ya., Rozhok L.S.* Layered Inhomogeneous Hollow Cylinders with Concave Corrugations Under Internal Pressure Sphere // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 5. – P. 531 – 538.
9. *Grigorenko A.Ya., Yaremchenko N.P., Yaremchenko S.N.* Analysis of the Axisymmetric Stress–Strain State of a Continuously Inhomogeneous Hollow Sphere // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 5. – P. 577 – 583.
10. *Huang Y.M., Chou I.C., Jiang C.P., Wu Y.S., Lee S.Y.* FE analysis of dental implant neck effects on primary stability and osseointegration in a type IV bone mandible // *Biomed Mater. Eng.* – 2014. – **24**, N 1. – P. 1407 – 1415.
11. *Lee J.S., Cho I.H., Kim Y.S., Heo S.J., Kwon H.B., Lim Y.J.* Bone-implant interface with simulated insertion stress around an immediately loaded dental implant in the anterior maxilla: a three-dimensional finite element analysis // *Int. J. Oral Maxillofac Implants*. – 2012. – **27**, N 2. – P. 295 – 302.
12. *Limbert G., Lierde C., Muraru O.L., Walboomers X.F., Frank M., Hansson S., Middleton J., Jaecques S.* A micro-CT-based three-dimensional finite element study // *J. of Biomechanics*. – 2010. – **43**. – P. 1251 – 1261.
13. *Vanegas-Acosta C., Landinez N.S., Garzón-Alvarado D.A., Casale M.C.* A finite element method approach for the mechanobiological modeling of the osseointegration of a dental implant // *Comput. Methods Programs Biomed.* – 2011. – **101**, N 3 – P. 297 – 314.
14. *Winter W., Steinmann P., Holst S., Karl M.* Effect of geometric parameters on finite element analysis of bone loading caused by nonpassively fitting implant-supported dental restorations // *Quintessence Int.* – 2011. – **42**, N 6. – P. 471 – 478.

Поступила 21.11.2018

Утверждена в печать 05.11.2019