УДК 621.372

О. А. Наконечная, преподаватель
Восточноевропейский университет экономики и менеджмента,
г. Черкассы

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ С УЧЕТОМ ИНФОРМАЦИОННОЙ ИЗБЫТОЧНОСТИ

В работе рассматриваются методы и алгоритмы обработки сигналов с учетом информационной избыточности путем решения переопределенных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Ключевые слова: *предварительная и апостериорная обработка сигналов; локация; адаптивная обработка; информационная избыточность; переопределенные СЛАУ; методы решения.*

Введение. Среди задач цифровой обработки сигналов (ЦОС) особый интерес представляют задачи, связанные с обработкой сигналов первичных преобразователей (датчиков) неэлектрических величин в электрические сигналы. ЦОС в системах с множеством первичных преобразователей является сложной вычислительной задачей, которую часто приходится решать в реальном времени, например при динамической коррекции систем регистрации экспериментальных данных и вычислительной локации источников акустических сигналов импульсного типа в металлических конструкциях.

В процессе обработки можно выделить следующие этапы. На первом этапе «Регистрации и предварительной обработки» электрический сигнал с выхода датчика преобразуется в цифровой код (квантуется) и буферизуется, выделяются локационные признаки, регистрируются временные параметры сигнала: момент прихода, длительность, момент максимальной величины сигнала. На втором этапе «Первичной обработки» осуществляется восстановление сигнала и вычисление координат его источника. Третий этап «Апостериорной обработки» состоит в определении характеристик восстановленных сигналов: их амплитуды, энергии, спектра, распределения источников и др.

Рассмотрим методы реализации первого и второго этапов обработки сигналов, регистрируемых первичными преобразователями. Относительная независимость методов, промежуточных и конечных результатов задач восстановления и локации источников сигнала акустической эмиссии (АЭ) позволяет создавать программы и соответствующие специализированные устройства восстановления (коррекции) сигналов первичных преобразователей и вычисления координат источников, которые в комплексе образуют систему первичной обработки сигналов.

Изменение условий проведения экспериментов, характеристик многоэлементных первичных преобразователей, уровня и интенсивности шумов влияет на точность результатов обработки сигналов. Повышение качества решений достигается за счет применения методов и алгоритмов адаптивной обработки сигналов. Следует отметить, что задачи автоматизированной обработки сигналов с учетом информационной избыточности отражены в ряде публикаций [1—8].

Постановка задачи. Задача восстановления сигналов часто сводится к построению цифровых фильтров, коэффициенты которых определяются характеристиками первичных преобразователей. Изменение характеристик или просто замена датчика требует соответствующего изменения коэффициентов (адаптации) цифрового фильтра. Для реализации такого подхода требуется осуществить параметрическую идентификацию первичного преобразователя.

Математические задачи идентификации параметров математических моделей, динамической коррекции (восстановления) сигналов и вычисления координат их источников в системах с многоэлементными первичными преобразователями можно сформулировать в виде уравнения

$$Ax = y, \tag{1}$$

где A — некоторый оператор, характеризующий свойства системы первичных преобразователей; x — искомое решение; y — известная функция, полученная на основании экспериментальных данных.

Во многих случаях первичный преобразователь (датчик) является линейной динамической системой с импульсной переходной характеристикой (весовой аппаратной функцией) $K(t,s)$, где t и s имеют размерность времени и $s \le t$.

Для стационарной математической модели датчика, когда его характеристики не изменяются на протяжении достаточно длительного промежутка времени, что справедливо для значительного числа практических случаев, весовая функция является разностной:

$$K(t,s) = K(t-s).$$

Если первичный преобразователь имеет весовую функцию $K(t-s)$ то зависимость выходного сигнала $y(t)$ от входного $x(t)$, с учетом физической реализуемости ($K(t-s)=0$ при $s>t$) и покоя до момента времени t_0 ($x(t)=0$ при $s<t_0$), имеет вид:

$$\int_{t_0}^{t} K(t-s)x(s)ds = y(t), \tag{2}$$

т.е. математическая модель линейного стационарного первичного преобразователя (левая часть уравнения (2)) представляет собой линейное интегральное уравнение Вольтерра I рода.

Задача локации источников сигналов в системах с многоэлементными первичными преобразователями сводится к операторному уравнению (1) с алгебраическим оператором

$$Ax = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i \ , \ \ j = 1,...n \ , \ \ n \geq m \ , \tag{3}$$

где a_{ij} — коэффициенты, определяющие положение азимутальных линий в m-мерном пространстве; $x = \{x_{i/_i} = \overline{1,m}\}$ — искомый вектор координат источника сигнала, и решается методами, принятыми для СЛАУ. Интегральное уравнение Вольтерра (2) сводится к СЛАУ путем замены $a_{ij} = K\left(t_j - s_j\right)h$, $s_i \leq t_j$; h — период квантования сигналов.

Основные результаты. Адаптивная обработка сигналов предполагает использование информационной избыточности, получаемой как в процессе регистрации и первичной обработки сигналов (динамическая информационная избыточность), так и до проведения основных измерений (априорная статическая информационная избыточность).

Одним из способов введения в процесс обработки сигналов информационной избыточности является формирование переопределенной СЛАУ, соответствующей операторному уравнению (1). Для решения переопределенных СЛАУ используют методы наименьших квадратов, сингулярного разложения с использованием преобразования Хаусхолдера (метод отражения), регуляризации.

Метод наименьших квадратов (МНК) [1]. На первом шаге обработки зашумленных сигналов часто необходимо производить выравнивание полученных экспериментальных данных. Для этой цели применяется метод наименьших квадратов, сущность которого состоит в минимизации функционала

$$r = \left(\sum_{i=1}^{m} \left(\tilde{y}\left(t_i\right) - y_i \right)^2 \right)^{1/2} , \tag{4}$$

где $\tilde{y}\left(t_i\right)$ — приближенное аналитическое выражение для некоторой функциональной зависимости результатов измерений; y_i — заданное значение в точке t_i; m — число заданных значений (отсчетов). Если в качестве функций $\tilde{y}\left(t\right)$ выбрать линейную комбинацию n базисных функций $\varphi_j\left(t\right)$, то выражение (4) будет иметь вид:

$$r = \left(\sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{n} x_j \varphi_j \left(t_j \right) - y_i \right)^2 \right)^{1/2}, \qquad (5)$$

где x_j — весовой коэффициент при базисной функции $\varphi_j\left(t\right)$. Решение задачи наименьших квадратов в этом случае состоит в нахождении значений коэффициентов $x_j\left(\dot{J}=1...n\right)$, обеспечивающих минимальное значение r на заданном базисе функций $\varphi_j\left(t\right)\left(\dot{J}=1...n\right)$. Минимум r (или r^2) обеспечивается выполнением условия $\dfrac{\partial r^2}{\partial x_k}=\emptyset$, $k=1...n$.

Продифференцировав (5), изменим порядок суммирования. Получим систему линейных уравнений с n неизвестными $x_{\dot{J}}$:

$$\sum_{\dot{J}=1}^{n} x_{\dot{J}} \left(\sum_{i=1}^{m} \varphi_{\dot{J}}\left(t_i\right) y_k\left(t_i\right) \right) = \sum_{i=1}^{m} y_i \varphi_k\left(t_i\right), \ k=1...n. \qquad (6)$$

Эту систему можно записать в матричной форме

$$AX = B, \qquad (7)$$

где

$$a_{kj} = \sum_{i=1}^{m} \varphi_k\left(t_i\right)\varphi_j\left(t_i\right), \qquad (8)$$

$$b_k = \sum_{i=1}^{m} \varphi_k\left(t_i\right) y_i, \qquad (9)$$

Матрица A является симметричной, поскольку $a_{kj}=a_{jk}$ и положительно определенной.

Используя вариант гауссова исключения, рассчитанный на положительно определенные симметричные матрицы, можно решать систему нормальных линейных уравнений (6) с минимальными затратами.

Метод сингулярного разложения для решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) позволяет получать решения, в том числе и плохо обусловленных СЛАУ, удовлетворяющие условию минимума среднеквадратической погрешности.

Для СЛАУ (7) с заданной матрицей A размера $m\times n\left(m\geq n\right)$ и матрицы правых частей B размера $m\times k$ ищется матрица решений размера $n\times k$ по методу наименьших квадратов, т.е. $\left\|B_{*j}-AX_{*j}\right\|=\min \ \left(j=1,2,...,k\right)$ с применением преобразования Хаусхолдера [2].

Вычисление X основывается на сведении матрицы A к матрице $R=\left(V\emptyset\right)^{T}$ размера $m\times n$ с помощью ортогонального преобразования Q (V является верхней треугольной матрицей порядка n)

$$QAX=QB.$$

Затем заданное уравнение (10) может быть решено следующим образом:

$$QAX=QB,$$

$$RX=QB,$$

$$X=[V^{-1}\emptyset]QB,$$

V — матрица максимального ранга.

Заметим, что матрица V является треугольным множителем, полученным с помощью разложения произведения $A^{T}A$ по методу Холецкого.

Преобразование Хаусхолдера заданной матрицы A в матрицу R может быть получена с помощью последовательности $\left(n-1\right)$ ортогональных преобразований, произведение которых дает Q. Это можно записать следующим образом:

$$A^{(0)}=A,$$

$$A^{(i)}=p^{(i)}A^{(i-1)},\ i=1...n-1,$$

где предполагается, что $A^{(i)}$ имеет ту же самую форму, что и в первых i столбцах и где $p^{(i)}$ — ортогональная матрица. Отсюда

$$R=A^{(n-1)}.$$

Среди всех возможных матриц $p^{(i)}$ рассмотрим те, которые имеют форму:

$$p^{(i)}=1+\alpha^{(i)}W^{(i)}W^{(i)T},$$

где 1 — единичная матрица, а W — вектор порядка n, связанный со скаляром $\alpha^{(i)}\neq 0$ следующим образом:

$$\left\langle W^{(i)},W^{(i)}\right\rangle=\frac{-2}{\alpha^{(i)}}.$$

Легко заметить, что матрицы p_i являются ортогональными и симметрическими.

Матрице $A^{(i)}$ и $p^{(i)}$ вычисляются следующим образом:

$$p^{(i)}=1+\frac{1}{g^{(i)}\left(V_i^{(i)}-g^{(i)}\right)}\left(V^{(i)}-g^{(i)}e_i\right)\left(V^{(i)}-g^{(i)}e_i\right)^{T},$$

где

$$V_j^{(i)} = \begin{cases} o & -\text{для } j < i \\ a_{ij}^{(i-1)} & -\text{для } j \ge i \end{cases},$$

$g^{(i)} = -\operatorname{sign}\left(V_i^{(i)}\right)\left\|V^{(i)}\right\|$, e_i — вектор порядка n компоненты которого, кроме i-го равны $\emptyset$, i-я компонента равна 1.

На практике ни матрица $p^{(i)}$, ни матрица $Q = p^{(n-1)}...p^{(T)}$ не вычисляются в явном виде. Каждый столбец k матрицы $A^{(i)}\left(k = 1,...n\right)$ вычисляется по формуле:

$$A_{*k}^{(i)} = A_{*k}^{(i-1)} + \frac{1}{g^{(i)}\left(V_i^{(i)} - g^{(i)}\right)} < V^{(i)} - g^{(i)}e_i;$$

$$A_{*k}^{(i-1)} > \left(V^{(i)} - g^{(i)}e_i\right).$$

Столбцы матрицы B модифицируются тем же самым способом.

Для того чтобы сделать ошибку округления как можно меньше, выполняется перестановка столбцов перед i-м преобразованием так, что i-й столбец матрицы оказывается переставленным с k-м, для которого норма $\left\|V^{(i)}\right\|$ — максимальна.

Евклидова норма вектора $R = \left(r_1, r_2 ... r_n\right)$ определяется как

$$\|R\| = \sqrt{R^T R} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} r_i^2}. \tag{10}$$

Индекс k определяется следующим образом

$$s_k^{(i)} = \max_{i \le j \le n}\left(s_j^{(i)}\right),$$

где $s_j^{(i)} = \sum_{g=i}^{m}\left(a_{gi}^{(i-1)}\right)$.

Метод регуляризации [3]. Рассмотрим СЛАУ (7)

$$AX = B,$$

где A — алгебраический оператор вида (3), X — вектор неизвестных, B — вектор правой части, причем вместо точных A и B известны их приближения $\tilde{B}$ и $\tilde{A}$, такие, что

$$\left\|\tilde{B} - B\right\| \le \delta,$$

$$\left\|\tilde{A} - A\right\| \le \xi,$$

где норма $\|x\| = \sqrt{(x, x)}$;

т.е. решается уравнение

$$\tilde{A}X = \tilde{B} . \qquad (11)$$

Введем в рассмотрение так называемый сглаживающий функционал — функционал Тихонова:

$$\Phi_\alpha \left[X, \tilde{B} \right] = \left\| \tilde{A}X - B \right\|^2 + \alpha\Omega\left[X \right], \qquad (12)$$

где неотрицательный функционал $\Omega\left[X \right]$, называемый стабилизирующим функционалом (или стабилизатором), обычно полагается равным

$$\Omega\left[X \right] = \left\| X \right\|^2 , \qquad (13)$$

а $\alpha > 0$ есть параметр регуляризации.

Требуется найти элемент X_α , на котором функционал (12) достигает минимального значения, т.е.

$$\Phi_\alpha \left[X_\alpha, \tilde{B} \right] = \inf \Phi_\alpha \left[X, \tilde{B} \right]. \qquad (14)$$

Известно [4], что задача (14) имеет решение и притом единственное.

Число $\left\| \tilde{A}X - \tilde{B} \right\|$ называется невязкой решения.

Задача минимизации функционала (12) решается методом неопределенных множителей Лагранжа (α — неопределенный множитель) путем условной минимизации невязки $\left\| \tilde{A}X - \tilde{B} \right\|^2$ при условии минимальности стабилизирующего функционала $\Omega\left[X \right]$.

Задачу минимизации (14) можно решать, используя численные методы минимизации [5]; можно также решать уравнение Эйлера

$$\alpha\Omega'\left[X_\alpha \right] + \tilde{A}^T \tilde{A} X_\alpha = \tilde{A}^T \tilde{B} , \qquad (15)$$

где $\Omega'\left[X_\alpha \right]$ — производная по Фреше; вытекающее из условия минимума функционала (12) и получаемое путем приравнивания к нулю первой его вариации.

Если при этом $\Omega\left[X \right]$ выражается формулой (13) (очень важный частный случай), то поскольку [6] $\left\| X \right\|^2 = \left(CX, X \right)$, где C — некоторый линейный оператор, уравнение Эйлера принимает вид

$$\left(\alpha C + \tilde{A}^T \tilde{A} \right) X_\alpha = \tilde{A}^T \tilde{B} , \qquad (16)$$

решение, которого

$$X_\alpha = \left(\alpha C^x + \tilde{A}_T \tilde{A} \right)^{-1} \tilde{A}^T \tilde{B} . \qquad (17)$$

Если функция X_α интегрируема с квадратом [7], то $C = 1$, где 1 — единичный оператор, и уравнение Эйлера записывается в виде

$$\alpha X_\alpha + \tilde{A}^T \tilde{A} X_\alpha = \tilde{A}^T \tilde{B}, \tag{18}$$

решение, которого

$$X_\alpha = \left(\alpha 1 + \tilde{A}_T \tilde{A}\right)^{-1} \tilde{A}^T \tilde{B}. \tag{19}$$

Если $\delta \to 0$, $\varepsilon \to 0$, то должно $\alpha \to 0$ (по определению регуляризирующего оператора [7]), т.е. в качестве решения нужно брать

$$X_0 = \lim\left(\alpha 1 + A^T A\right)^{-1} A^T B. \tag{20}$$

Если СЛАУ можно записать в виде (16), где A — произвольная $m \times n$ матрица, C — симметрическая положительно определенная трехдиагональная матрица, то для ее решения эффективно применять метод Воеводина [6]. В этом методе вместо (19) решается СЛАУ вида

$$\left(D^T D + \alpha 1\right) Z_\alpha = d, \tag{21}$$

где $d = D^T Q^T B$, $C = P^T P$, $\Phi \equiv AP^{-1} = QDR$, D — правая двухдиагональная $m \times n$ матрица, P — правая треугольная двухдиагональная $m \times n$ матрица, Q — унитарная $m \times m$ матрица, R — унитарная $n \times n$ матрица. При этом

$$X_a = P^{-1} R^{-1} Z_a. \tag{22}$$

Вычисление D и d требует порядка mn^2 операций (умножения), а вычисление $A^T A$ и $A^T B$ требует около mn^2 операций. Для решения СЛАУ (21) (методом прогонки) требуется порядка n^2 операций, восстановление X_a из (22) требует порядка n^2 операций, решение СЛАУ (21) методом квадратного корня Краута по схеме Холецкого (методом Краута-Холецкого) требует около $\left(\frac{n^3}{6}\right) + n^2$ операций. В результате отношение времен решения методом Краута-Холецкого и методом Воеводина равно приближенно [7]:

$$P = 1 + \frac{\frac{1}{6} nm\alpha}{m + m\alpha},$$

где $m\alpha$ — число значений α.

Следует отметить, что метод регуляризации является обобщением метода наименьших квадратов (МНК), так как если положить $\alpha = 0$ в (5), то минимизация значения невязки $\left\|\tilde{A}X - \tilde{B}\right\|^2$ и есть

МНК, а уравнение $\tilde{A}^T \tilde{A} X_\alpha = \tilde{A}^T \tilde{B}$ (получаемое из (19) при $\alpha = 0$) является аналогом системы нормальных уравнений в МНК Гаусса решения переопределенной СЛАУ [7] см. (6)).

Математическая постановка задачи обработки сигналов в виде операторного уравнения (1) с алгебраическим оператором (3) эквивалентна задаче решения переопределенной СЛАУ. Применение методов, повышающих устойчивость решения, позволяет адаптировать обработку к погрешностям исходных данных.

Устойчивые (робастные) методы обработки сигналов предполагают получение и использование дополнительной (избыточной) информации о сигналах, параметрах среды, характеристиках первичных преобразователей и т.п. Статическая информационная избыточность предполагает наличие способов и средств ее получения (обучение, идентификация и т.п.). Динамическая избыточность возникает в ходе эксперимента, в процессе измерений, за счет сигнальной и/или структурной избыточности.

Заключение. Математическая постановка задачи обработки сигналов в виде переопределенной СЛАУ позволяет учесть динамическую информационную избыточность.

Изучение современных исследований и дел в области обработки сигналов позволяют сформировать эффективный подход к разработке компьютерных средств (программ и специализированных устройств) цифровой обработки сигналов, основанных на адаптации процесса обработки к характеристикам приемных преобразователей и к условиям приема сигналов за счет использования информационной избыточности. Для учета динамической информационной избыточности целесообразно использовать устойчивые (робастные) методы решения переопределенных СЛАУ.

Список использованной литературы:

1. Солонина А. И. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов / А. И. Солонина, Д. А. Улахович, Л. А. Яковлев. — СПб. : БХВ-Петербург, 2001. — 464 с. : ил.
2. Сизиков В. С. Устойчивые методы обработки результатов измерений. Учебное пособие / В. С. Сизиков. — СПб. : «СпецЛит», 1999. — 240 с.
3. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности / С. А. Айвазян, В. М. Бухштабер, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. — М. : Финансы и статистика, 1989. — 607 с.
4. Лоусон Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов / Пер. с англ. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1986. — 232 с.
5. Морозов В. А. Методы регуляризации неустойчивых задач / В. А. Морозов. — М. : Изд-во МГУ, 1987
6. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. — М. : Наука, 1974.

7. Воеводин В. В. Численные методы алгебры. Теория и алгорифмы / В. В. Воеводин. — М. : Наука, 1966.
8. Воеводин В. В. Линейная алгебра / В. В. Воеводин. — М. : Наука, 1980.

In this paper the methods and algorithms of signal processing subject to informational redundancy by the solution of redefine systems of linear algebraic equations are regarded.

Key words: *previous and a posteriors of signal processing; location; adaptive processing; informational redundancy; redefine systems of linear algebraic equations; methods of solution.*

Отримано: 02.04.2009

УДК 519.766.23, 519.767.6

О. В. Нечипоренко*, канд. техн. наук,
А. А. Верлань**, канд. техн. наук,
Ю. О. Фуртат***, аспірант
*Східноєвропейський інститут економіки і менеджменту, м. Черкаси,
**НТУУ "КПІ", м. Київ,
***ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, м. Київ

СЕМАНТИЧНА ІНФОРМАЦІЯ ТА ЛІНГВІСТИЧНІ ЗМІННІ В ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЯХ

Розглядаються проблеми представлення неформалізованих процедур в інформаційних технологіях. Неформалізовані процедури визначаються як процедури, які використовують змістовну інформацію, що задається змістом і значенням понять і суджень предметної області. Визначається логіко-лінгвістичний опис предметної області і відповідне йому логіко-семантичне представлення нечіткої системи. Розглядається задача класифікації та структуризації знань.

Ключові слова: *неформалізована процедура, змістовна інформація, логіко-лінгвістичний опис, логіко-семантичне представлення, лінгвістична змінна.*

Вступ. Концептуальну основу традиційних інформаційних технологій складає алгоритм, тобто формалізоване знання, що має форму строгих суджень — формальних правил. Однак людина оперує в основному не формальними правилами, а змістовно-неформальними, які враховують зміст понять і суджень предметної області. Зміст інформації включає в себе семантику і значення, в якому використову-

