

МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ІНФЕКЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ В АГРОЦЕНОЗАХ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Загородній Ю.В., Бойко А.Л.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
вул. Володимирська, 64, Київ, 01033, Україна

Розглядаються загальні положення моделювання росту та розвитку сільськогосподарських рослин за сприятливих та стресових умов. Пропонується методика дослідження причинно-наслідкових закономірностей процесів, які відбуваються в здорових та інфікованих вірусами рослинах. Останні розглядаються як складні системи управління процесами свого розвитку і складові ієрархічно вищих систем агроценозів. Окремо розглядається задача оптимізації виробництва, пов'язаного з вирощуванням рослин.

Ключові слова: система, модель рослини, репродукція вірусів, середовище, оптимізація, інтенсивність процесів

За певних критичних умов середовища організм рослини неспроможний належним чином підтримувати гомеостаз. Наприклад, при ураженні рослини фітопатогенними вірусами у розбалансованій екологічній ніші здатність останніх до репродукції часто стає значно вищою, ніж в умовах стійкої екологічної рівноваги [1]. Тому сьогодні, коли екологічна стабільність порушена, дослідження причинно-наслідкових зв'язків у системі “рослина – вірус – середовище” є надзвичайно актуальними.

Сучасний рівень знань про ріст і розвиток рослин та комп'ютерна техніка нині дозволяють створити математичний апарат моделювання фізіологічних процесів рослинних організмів.

Вивченням цієї проблеми у свій час займалися такі вчені, як Ю.К. Росс, Р.А. Полуєтков, Д. Торнлі, Дж. Франс та інші [2-4]. Математичному моделюванню при дослідженні проблем екології значну увагу приділяли В. Марчук, В. Лаврик, Л. Петросян, розвитком математичного апарату опису складних стохастичних процесів у природних, технічних і соціальних системах займалися І. Бейко, О. Наконечний, Б. Самарський та інші [6].

Метою нашої роботи було розробити систему імітаційних моделей процесів росту та розвитку рослин (СІМІР) за патологічних

збурень, спричинених, в основному, вірусними інфекціями та дією зовнішніх факторів довкілля: температури, вологості, освітлення, стану ґрунту, промислового та радіаційного навантаження.

Для досягнення цієї мети нам необхідно було:

– зробити аналіз існуючих моделей росту та розвитку рослин, виявити у них спільні закономірності для об'єднання моделей в єдину систему імітації;

– розробити систему імітації росту та розвитку рослини при дії множини патологічних факторів, яка б дозволила розробляти алгоритми розрахунків оптимальних процесів росту та розвитку організму, що зазнав впливу різних, у першу чергу стресових, екологічних факторів;

– на основі розробленої системи побудувати імітаційні моделі процесів розвитку рослин хмелю та квасолі, симбіотичної азотфіксації при вірусній інфекції та за різних умов довкілля;

– здійснити пошук нових математичних залежностей, які формалізують процеси росту рослин та розвитку інфекційного процесу при дії різних екологічних факторів за допомогою СМІРР, потрібні для їх теоретичного обґрунтування;

– здійснити оцінку можливостей використання системи імітації росту і розвитку рослин для прогнозування продуктивності агроекологічних та екологічних систем, пов'язаних з рослинними угрупованнями.

Матеріали і методи. Імітаційне моделювання є методом визначення основних тенденцій розвитку кількісних показників системи в різних умовах середовища її функціонування на основі побудованих математичних моделей та сучасних комп'ютерних засобів. Основна схема системного й імітаційного моделювання реального об'єкту представлена на рис. 1.

Перевірка адекватності (верифікація) імітаційної моделі може включати в себе наступні підходи [7]:

– теоретичний (аналіз припущень, що складають формалізовані зв'язки між змінними стану і параметрами моделі);

– прагматичний (модель є вірною, якщо за її допомогою можна розв'язати задачу, задля якої вона побудована);

– експериментальний (аналіз узгодження з даними спостережень): найчастіше формалізується критерій оцінки відстані даних експерименту та моделювання у вигляді функціоналу, мінімальне значення якого визначається всіма допустимими для цього класу

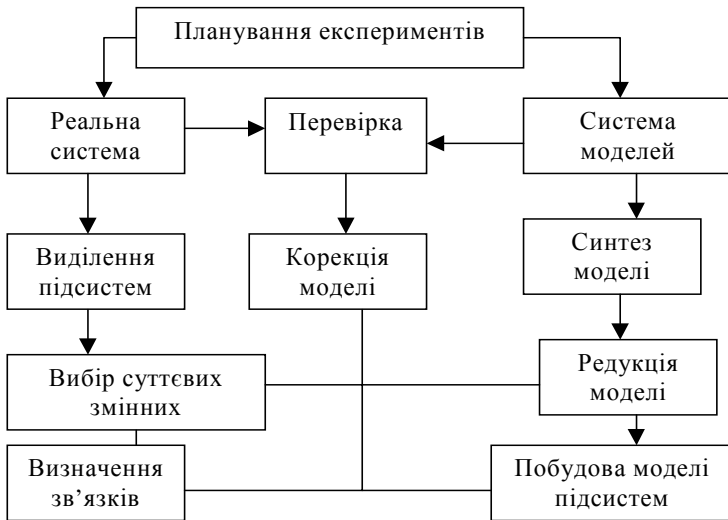


Рис. 1. Схема імітаційного моделювання [10]

моделей методами. При достатній кількості даних експериментів можна проводити статистичний аналіз гіпотез з метою довести, що експериментальні та модельні значення мають один закон розподілу і не відрізняються суттєво за заданим критерієм.

Математична модель біологічної системи (рослини) синтезують на основі виявлених закономірностей біологічних процесів росту і розвитку організмів за різних умов навколишнього середовища. Процес дослідження властивостей математичної моделі полягає у встановленні зв'язків між параметрами її рівнянь, визначенні їх граничних та початкових умов, а також формалізації закономірностей у вигляді системи математичних співвідношень (нелінійних диференційних рівнянь, алгебраїчних рівнянь та нерівностей).

Ми розглядали моделі класу систем звичайних диференційних рівнянь, а також рівнянь із розподіленими змінними з наступною постановкою й аналітичним або чисельним методом розв'язування красвої задачі.

Істотне значення при моделюванні життєвих процесів має розробка алгоритмів проведення експериментів (розроблення сценарних варіантів) для вивчення поведінки живого в різних умовах

довкілля.

Середовищем виконання алгоритмів імітації моделей СМІРР є ППП Delphi 4, а також табличний процесор Excel, за допомогою якого можна створювати програмні модулі на мові Visual Basic for Applications (VBA).

Можливість використання методів оптимізації в роботі обмежується методами пошукової оптимізації узагальненого функціоналу $F(x) \rightarrow \min$, коли алгоритм пошуку оптимальних рішень x^* базується на процесі проведення випробувань у точці x^r , $r = \overline{0, N}$. Спеціально для задач ідентифікації коефіцієнтів моделей росту рослин був розроблений і застосований метод пошуку з пам'яттю та "ін'єкціями".

Біологічні дослідження росту рослин квасолі, хмелю та печериць в нормі і за вірусної патології були проведені на базі біологічного факультету КНУ імені Тараса Шевченка, зокрема, на кафедрі вірусології, з використанням загальноприйнятих методів вірусологічних досліджень.

Облік розповсюдження вірусних хвороб, які проявляються симптомами на рослинах у різних умовах біоценозів, проводили двічі протягом вегетаційного періоду – на початку появи симптомів захворювання (квітень-травень) і в другій половині вегетації у період масового прояву хвороб (липень-серпень). Кількість хворих рослин оцінювали у відсотках відносно всіх рослин на заданій площі.

Для дослідження патологічних змін в уражених вірусами рослинах, а також внутрішньоклітинних вірусіндукованих включень у листках хворих рослин-хазяїв та рослин-індикаторів вірусів, застосовували світлову, люмінесцентну та електронну мікроскопію.

Результати та їх обговорення. Рослину слід розглядати як складну систему, що розвивається, перш за все, на інформаційному рівні і складається з наступних елементів:

$$S_p = \{X, M(Z), R\}, \quad (1)$$

де $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ – множина елементів системи – кількісних характеристик стану рослини, серед яких є кількісні ознаки росту (наприклад, маса рослини чи її частин, концентрація деяких речовин); $M = \{m_1, m_2, \dots, m_r\}$ – множина управлінських рішень, які впливають на процеси росту; Z – множина засобів, що вико-

ристовуються при цих впливах (людська праця, техніка, тощо); $R = \{r_1, r_2, \dots, r_M\}$ – множина відношень між елементами множини X (загальні обмеження, функціональні зв'язки, процеси тощо), які відображені деяким узагальнюючим оператором [6].

Вибір множин системи (1) визначає модель конкретної рослини та її середовище як множини E , яка включає в себе елементи, що зв'язані з елементами X , але не належать до них.

Станом системи будемо називати зафіксоване у часі значення числових характеристик елементів множини X .

На ріст та розвиток рослин впливає багато різних екологічних факторів. Деякі з них можна розглядати як такі, що сприяють реалізації генетичної програми особин, тоді як інші – навпаки – стримують розвиток рослин. Відомо, що існує немало вражаючих факторів (наприклад, різні штами вірусів), спроможних модифікувати генетичну систему хазяїна і тим самим впливати на ріст організму [1,8-9]. Тому основною метою даного етапу досліджень стала розробка алгоритмів обрахунків функцій інтенсивності процесів росту рослин у різних, в першу чергу стресових, умовах довкілля. Останні можна описати як вектор кількісних ознак середовища (температура, вологість ґрунту тощо) – функцій від часу:

$$E(t) = E^{opt}(t) + E^z(t), \quad (2)$$

де вектор $E(t) = E^{opt}(t)$ визначає значення кількісних ознак середовища, сприятливих для розвитку рослини, $E^z(t)$ – вектор “збурення” (відхилення) кількісних характеристик екологічних факторів від цих значень в реальних умовах.

При потрапленні в організм рослини-хазяїна патогена (вірусу) кількісна характеристика якого (наприклад, концентрація) визначається додатньою постійною неперервнодиференційованою функцією $v(t)$, змінюється потенційна інтенсивність процесів вірусної репродукції.

Підсистемою системи (1) будемо називати систему

$$S_p^j = \{X^j, M, R^j\}, j = \overline{1, N_p}, \quad (3)$$

якщо виконуються умови:

$$X^j \subset X, R^j \subseteq R$$

$$\bigcup_{j=1}^{N_p} X^j = X; \bigcup_{j=1}^{N_p} R^j \subset R;$$

Властивість $R^0 = R \setminus (\bigcup_j R^j) \neq \emptyset$ визначає властивість емергентності, тобто неможливості звести всі властивості системи росту рослин до суми властивостей її підсистем.

Крім того, кожна підсистема може бути описана як повна система на відповідному рівні ієрархії, тобто розділятися на свої підсистеми. Оцінка вищих рівнів ієрархії системи проводиться, виходячи не тільки з безпосередньої залежності від елементів множин підсистем, але й від відношень між ними.

При розробці моделей оцінки продуктивності вирощування культурних рослин в агроекосистемах вводять виробничу функцію, яка в наших умовах має такий вигляд:

$$Y = F(S(X, Q, v, M_1); M_2), \quad (4)$$

де Y – кількісний показник продуктивності популяції рослин (наприклад, кількість зібраного урожаю); M_1, M_2 – множина управлінських впливів, які здійснюються під час вирощування і під час збирання врожаю, відповідно; X – множина змінних стану моделі росту популяції; Q – множина коефіцієнтів моделі; $v \in \{0,1\}$ – індикатор наявності фактора ураження (наприклад, вірусу).

Виробнича функція (6) має відповідати наступним умовам:

$$1. \quad F(S(X, Q, v, M_1); \emptyset) = 0, \quad (5)$$

$$2. \quad F(S(X, Q, 0, M_1); M_2) > F(S(X, Q, 1, M_1); M_2)$$

$$3. \quad \frac{\partial F(S(X, Q, v, M_1); M_2)}{\partial m} \geq 0$$

$$4. \quad \frac{\partial^2 F(S(X, Q, v, M_1); M_2)}{\partial m^2} \leq 0,$$

де \emptyset – символ пустої множини; $m \in M = M_1 \cup M_2$.

Остання умова відповідає закону спадаючої віддачі Йогана Гюнена, який гласить: якщо поступово витрати факторів збільшуються, то досягається така особлива область їх значень, де поширення продуктивності спадає. Завдання теорії виробництва полягає у максимізації прибутків агрофірми та мінімізації антропогенного навантаження на агроєкосистему. Наприклад, для фірми, яка спеціалізується на рослинній продукції, слід обчислити прибуток від продукції і відняти від нього витрати на виробничі потреби. Нехай: p – ціна на продукт агрофірми, w – вектор витрат на одиниці виробничих факторів. Тоді в математичній формі задача має вигляд:

$$D(M) = pF(S(X, Q, v, M_1), M_2) - \sum_{i=1}^{N_M} w(i)m_i \rightarrow \max, \quad (6)$$

де $D(M)$ – прибуток агрофірми при множині проведених агрозаходів M ; N_M – загальна кількість елементів (потужність) множини заходів M .

Обмеження антропогенного навантаження на агроєкосистему при вирощуванні рослин та збиранні врожаю описується наступною нерівністю:

$$A(M_1, M_2) \leq A_0, \quad (7)$$

де $A: M \rightarrow R$ – оператор, який описує рівень комплексного антропогенного впливу на екосистему при проведенні агрозаходів множини M ; A_0 – максимально допустиме значення такого рівня. Це значення може вимірюватися, наприклад, в енергетичних (ккал), грошових (тис. грн.) одиницях або в одиницях концентрації забруднюючих речовин (гр/м³).

Позначимо через $w_j(i)$ вартість одиниці засобу j при використанні його за i -того управлінського впливу. Тоді витрати на управління можна підрахувати за формулою:

$$w(i) = \sum_j a_{ij} m_i w_j(i), \quad (7)$$

де a_{ij} – кількість одиниць засобу j на одиницю використання заходу i .

Наприклад, елементами множини X системи (1) є наступні неперервні функції від часу: середня біомаса рослини $W(t)$, біомаса підсистеми p $W_p(t)$, вектор кількості речовин

(структуруючих блоків) у підсистемі $R_p(t)$; функція концентрації вірусу в підсистемі $v_p(t)$.

Всі розглянуті вище функції відповідають наступній системі динамічних рівнянь [3].

Наприклад, модель росту біомаси підсистеми в умовах вірусної інфекції описується наступною системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{dW_p(t)}{dt} &= (c_1 e^{-ct} - c_3)W_p(t) - \frac{k_2 k_1 (1-a)W_p(t)v_p(t)}{1 + (1-a)k_1 v_p(t)} \\ \frac{dV_p(t)}{dt} &= \frac{(ck_2(1-a) - 1)k_1 W_p(t)v_p(t)}{1 + (1-a)k_1 v_p(t)} - b_1 v_p^2(t) \end{aligned} \quad (8)$$

при початкових умовах: $W_{pv}(t_{inf}) = W_p(t_{inf})$; $V(t_{inf}) = 1$; $I(t_{inf}) = 0$, де $t_{inf} \geq 0$ – час проникнення вірусу в підсистему рослини.

Якісний зміст коефіцієнтів моделі (8) наведено в таблиці.

Якісна характеристика коефіцієнтів моделі росту біомаси рослини (8) в умовах вірусної інфекції

Коефіцієнт	Характеристика коефіцієнтів
c_1	темп росту маси підсистеми здорової рослини, який може бути функцією від стану середовища E(t)
c_2	темп гальмування росту маси підсистеми здорової рослини, який теж може залежати від стану середовища
c_3	темп деструкції підсистем з часом
k_3	темп росту інфекційності (біологічний титр) вірусу
k_1	темп розповсюдження вірусу в організмі
$0 \leq k_2 \leq 1$	відношення темпу репродукції вірусу до темпу його деструкції
$1 - a$	доля рослинного матеріалу, уражена патогеном (тобто утворила з ним комплекс)
c	темп росту концентрації патогену
b_1	темп часткового оздоровлення популяції після проведеного відповідного заходу протягом вегетаційного періоду

Таким чином, використовуючи вищенаведені моделі, можна розробити систему імітації росту популяції в сприятливих і в стресових (в тому числі патологічних) умовах.

Для комп'ютерної імітації росту рослини використовується програмний продукт, розроблений на базі імітаційних моделей, який складається з наступних блоків:

- блок імітації значень екологічних факторів, результатом роботи якого є бази даних екологічного стану середовища (рис. 2);
- математичні моделі, які формалізують множину відношень R системи рослини (1);
- блок забезпечення, який реалізує алгоритми імітації на базі даних моделей;
- блок відображення кількісних ознак продуктивності популяції рослин на екрані монітора, аналіз вихідної інформації;
- бази даних, що зберігають якісні характеристики популяцій, які вже імітувалися в системі.

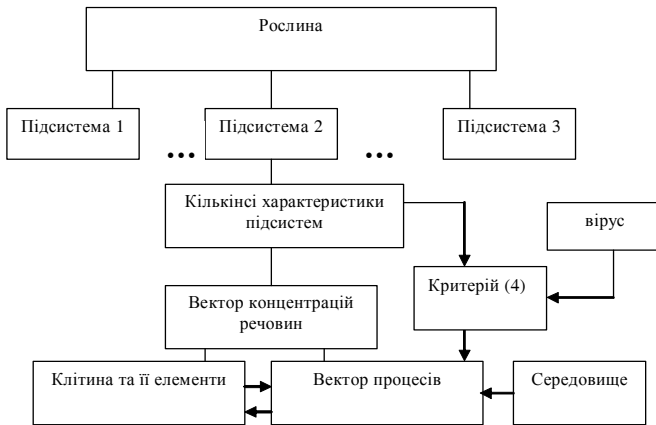


Рис. 2. Рослина як складна система

На рис. 3 відображена схема взаємодії кількісних характеристик входів і виходів імітаційного експерименту.

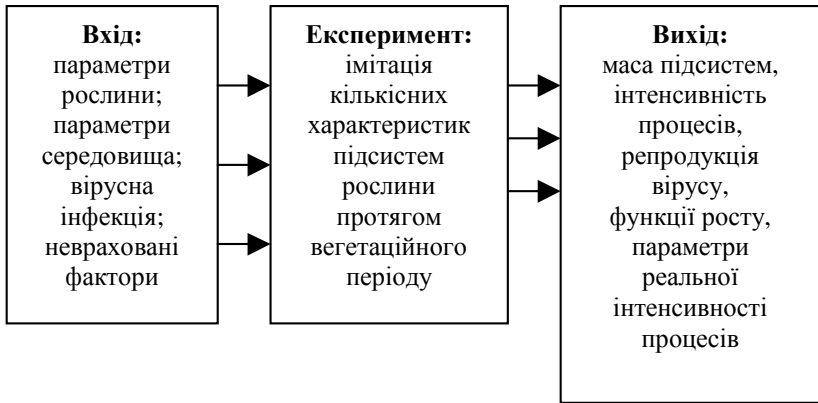


Рис. 3. Схема проведення імітаційного експерименту

Як приклад розглянемо імітаційну модель росту рослин квасолі та формування азотфіксувальних бульбочок на їх коренях [1,14].

Система “рослина квасолі” складається з шести підсистем: насіння (1), корінь (2), стебло (3), листя (4), плід (5), азотфіксувальні бульбочки (6). Вектор речовин складається з трьох компонент – $R(t) = (R1(t), R2(t), R3(t))$, відповідно до концентрацій: азотних сполук (N), вуглеводів (C) та води (H). Вектор інтенсивності процесів $I(t)$ складається з 18 компонент, які описують процеси обміну, росту та хімічних трансформацій вищенаведених речовин.

Середовище задається вектором $E(t)$ з наступними елементами: $e_1(t)$ – температура, $e_2(t)$ – вологість ґрунту, $e_3(t)$ – інтенсивність сонячної радіації (Дж/м²) та $e_4(t)$ – концентрація азотних сполук у ґрунті (безрозмірний нормований показник, тобто $0 \leq e_4(t) \leq 1$).

Стресовим фактором, який впливає на можливу різницю функцій $W(t)$ і $W^0(t)$ є недостатня кількість азотних сполук у ґрунті $e_4(t)$. Для мінімізації функціоналу $S(t)$ використовується функція інтенсивності процесу росту азотофіксувальних бульбочок на коренях рослини. За необхідності (недостатня концентрація азотних сполук у ґрунті) рослина інтенсифікує цей процес.

Коефіцієнти моделі підбиралися таким чином, щоб результати імітаційної моделі збігалися з результатами багаторічних спостережень [1, 4].

Алгоритм обрахунку оптимальних процесів росту рослин базується на розв’язування задачі (2). Деякі результати імітації

росту рослини квасолі наведені на рис. 4.

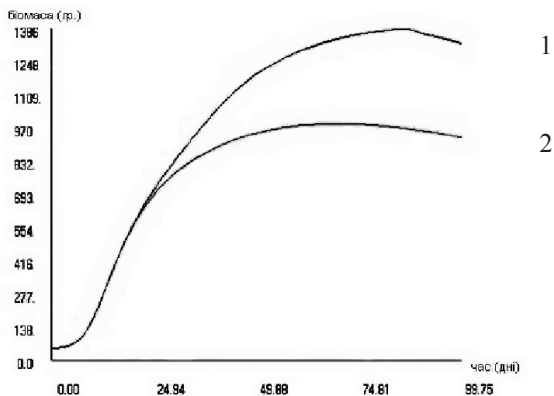


Рис.4. Імітаційна модель росту здорових (1) та інфікованих вірусом (2) рослин квасолі

Під “стресовим фактором” розглядалася концентрація азотних сполук у ґрунті. Якщо її величина достатня, рослина не підтримує процес формування азотофіксувальних бульбочок (тобто інтенсивність формування прямує до 0). За дефіциту азотних сполук у ґрунті процес формування бульбочок (підсистеми б) активізується, що має “компенсувати” цю недостачу (рис. 5).

Динаміку формування азотофіксувальних бульбочок на корінні рослин квасолі залежно від норми азотних сполук у ґрунті відображає імітаційна модель, відображена на рис. 5. Спостеріга-

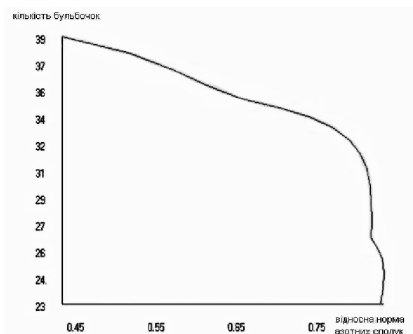


Рис.5. Залежність максимальної кількості азотофіксувальних бульбочок на корінні рослин квасолі від норми азотних сполук у ґрунті, подана відносно певної максимальної норми (імітаційна модель)

ється катастрофічне зменшення бульбочок, ріст яких підтримує рослина квасолі, якщо в ґрунті достатньо “готових” азотних сполук.

Таким чином, імітаційна система дозволяє моделювати процеси росту та розвитку рослин в різних умовах довкілля, досліджувати причинно-наслідкові закономірності процесів, які відбуваються в здорових та інфікованих рослинах, ставлячи нові задачі щодо пошуку системних закономірностей у системі “середовище-рослина-вірус”.

Окремо виділяється задача оптимізації виробництва, пов’язаного з вирощуванням рослин.

1. Загородній Ю.В., Бойко А.Л. Математичні моделі в дослідженні вірусів рослин. – К.: Ексоб, 2001. – 152 с.

2. Бойко А.Л. Основи екології та біофізики вірусів. – К.: Фітосоціоцентр, 2003. – 164 с.

3. Дж. Торнли Математические модели физиологии растений. – К.: Наукова думка, 1982. – 312 с.

4. Франс Дж., Торнли Дж. Г.М. Математические модели в сельском хозяйстве. – М.: Агропромиздат, 1987. – 400 с.

5. Полуэктов Р.А. Динамические модели агроэкосистемы. – Л.: Гидрометеиздат, 1991. – 312 с.

6. Бейко І.В. Оптимальні математичні моделі та алгоритми оптимального прогнозування і управління // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: Зб. наук. праць (за матер. Всеукр. науково-метод. конф.). – Київ-Камянець-Подільський: Камянець-Подільський держ. університет, інформаційно-видавничий відділ, 2004. – С. 6-12

7. Р. Шеннон Имитационное моделирование систем – искусству и наука. – М.: Мир, 1978. – 418 с.

8. Войтенко В.В., Загородній Ю.В. Створення проєкційної системи використання моделей росту та розвитку рослин в умовах фітовірусної інфекції // Вісник ЖІТІ. – № 16. – 2002. – С. 192-198.

9. Загородній Ю.В. Модель росту рослин в умовах вірусної інфекції // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: Зб. наук. праць (за матер. Всеукр. науково-метод. конф.). – Київ-Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський держ. університет, 2004. – С. 101-105.

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ИНФЕКЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В АГРОЦЕНОЗАХ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Загородний Ю.В., Бойко А.Л.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, г. Киев

Рассматриваются общие положения моделирования роста и развития сельскохозяйственных растений в благоприятных и стрессовых условиях. Предлагается методика исследования причинно-следственных закономерностей процессов, которые происходят в здоровых и инфицированных вирусами растениях. Последние рассматриваются как сложные системы управления процессами своего развития и составляющие иерархически высших систем агроценозов. Отдельно рассматривается задача оптимизации производства, связанного с выращиванием растений.

Ключевые слова: система, модель растения, репродукция вирусов, среда, оптимизация, интенсивность процессов

THE METHOD OF RESEARCHING DEPENDENCES OF INFECTED PROCESSES ON PLANTS IN UKRAINIAN AGROSYSTEMS ON THE BASIS OF MATHEMATICAL MODELLING

Zagorodniy Yu., Boyko A.

Taras Shevchenko Kiev National University, Kyiv

It is considered the common aspects of modeling of the agricultural plant grow and development under comfort and stress conditions. It is proposed the methodology of researching dependences of the healthy and infected plant's processes. Last ones are considered as complex systems of controlling own grow processes and are the parts of hierarchy high agrosystems. Besides, problem of the plants' crop optimization is described at the paper.

Key words: system, plant's model, viruses reproduction, environment, optimization, processes intensity