

https://doi.org/10.15407/dopovidi2022.03.020 УДК 517.36

А.С. Хорошун

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ E-mail: khoroshunanatoliy@gmail.com

Про побудову керування, що стабілізує рух нелінійної моделі TORA

Представлено академіком НАН України А.А. Мартинюком

Отримано закон обертання електродвигуна, який забезпечує асимптотичне прямування траєкторії руху моделі TORA до її стану рівноваги. На відміну від звичайного підходу, розглядається нелінійна залежність сили, що виникає під час деформації пружного елемента моделі, від величини деформації. Застосування техніки DSC (Dynamic Surface Control) дає змогу отримати бажане керування. Запропоновано розвиток методу DSC, який полягає у специфічному виборі параметрів і констант фільтрів. Це дає змогу уникнути зростання порядку допоміжної системи, а також явища значного ускладнення вигляду як допоміжної системи диференціальних рівнянь, так і закону керування, так званого explosion of terms. Завдяки зниженню порядку системи диференціальних рівнянь та спрощенню її вигляду в даному випадку отримано в явному вигляді відповідну допоміжну функцію і з її допомогою доведено, що запропоноване керування вирішує поставлену задачу керування. Отримані результати проілюстровані на прикладі конкретної механічної моделі.

Ключові слова: поступальний осцилятор з обертовим приводом, малопривідна механічна система, динамічне керування по поверхні, асимптотична стійкість.

Супутники з подвійним обертанням є одним з основних типів безпілотних космічних апаратів. Наближено такий супутник можна зобразити у вигляді двох твердих тіл, платформи та ротора, що з'єднані жорстким валом. Задача полягає в тому, щоб забезпечити необертання платформи, наприклад, для проведення досліджень чи фотозйомки в заданому напрямі. Для цього електродвигун, що розташований на платформі, обертає за допомогою вала ротор у напрямку, який збігається із напрямком початкового обертання. Таким чином, кутова швидкість платформи прямує до нуля, а момент імпульсу ротора стає рівним початковому моменту системи. Проте відомо (див. [1]), що внаслідок такого маневру супутник може "перекинутися" через збільшення кута нутації або швидкість обертання ротора почне необмежено зростати. У роботі [2] для дослідження цих негативних режимів було запропоновано механічну модель TORA.

Цитування: Хорошун А.С. Про побудову керування, що стабілізує рух нелінійної моделі ТОRА. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2022. № 3. С. 20—28. https://doi.org/10.15407/dopovidi2022.03.020

Рис. 1. Модель TORA

Аналіз відповідної літератури показав, що здебільшого розглядається лінійна залежність сили, яка виникає під час деформації пружини, від зміщення. Це добре узгоджується з тим, що у разі невеликих амплітуд зміщення та деформацій неушкодженого матеріалу нелінійні ефекти виявляються неістотно і їх впливом можна знехтувати. Однак відомо, що для великих



амплітуд зміщення і за наявності дефектів мікроструктури матеріалів вплив нелінійних ефектів може стати істотним. Тому аналіз динаміки механічних систем і побудова математичних моделей, які враховують нелінійність сил, що виникають під час деформації пружних елементів цих систем, становить значний інтерес.

ТОRА може бути віднесений до класу так званих малопривідних механічних систем (MMC), які характеризуються тим, що кількість входів керування в них менша, ніж кількість змінних, які описують поведінку системи. Системи такого класу широко використовуються під час конструювання різноманітних роботів, аерокосмічних та морських апаратів (див. [3]), оскільки їх перевагою є менше споживання енергії і нижча вартість порівняно з механічними системами з більшою кількістю входів керування.

Отже, з огляду на недостатнє вивчення моделі TORA щодо врахування нелінійності сили, що виникає під час деформації пружини, від зміщення, побудова керування, яке забезпечує бажану динаміку такої моделі, в контексті розвитку теорії MMC є, без сумніву, актуальною задачею сучасної теоретичної механіки і має важливе прикладне значення.

Основний результат. На рис. 1 зображено схему TORA, де q_1 — горизонтальне зміщення центра маховика *C* від його положення рівноваги *O*, q_2 — кут відхилення точкової маси від вертикалі.

Застовуючи метод Лагранжа, отримуємо рівняння руху TORA [4]:

$$(M+m)\ddot{q}_{1} + mr(\ddot{q}_{2}\cos(q_{2}) - \dot{q}_{2}^{2}\sin(q_{2})) + Kq_{1} + K_{2}q_{1}^{3} = 0,$$

$$(I+mr^{2})\ddot{q}_{2} + mr\cos(q_{2})\ddot{q}_{1} + mgr\sin(q_{2}) = \Delta,$$
(1)

де m — точкова маса; M — маса возика, двигуна і маховика; r — відстань між центром маховика і точковою масою; J — момент інерції маховика; g — прискорення вільного падіння; Δ — момент електромагнітних сил, які прикладені до ротора електродвигуна з боку статора. Жорсткість K пружини вважаємо нелінійно залежною від зміщення: $K = K_1 q_1 + K_2 q_1^3$, де K_1 і K_2 — коефіцієнти жорсткості. Задача керування полягає у стабілізації ТОRA в його положенні рівноваги $q_1 = 0, q_2 = 0$.

ISSN 1025-6415. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2022. № 3

Нехай $\tau = t \sqrt{\frac{K_1}{M+m}}$ — узагальнений час. Тоді, позначивши (див. [5]) $\tilde{q}_1 = q_1 \sqrt{\frac{M+m}{I+mr^2}}$, $v = \frac{M+m}{K_1(I+mr^2)} \Delta$, $\varepsilon = \frac{mr}{\sqrt{(I+mr^2)(M+m)}}$, $\mu = \frac{K_2(I+mr^2)}{K_1(M+m)}$, отримаємо безрозмірну систему

диференціальних рівнянь, яка, очевидно, еквівалентна системі диференціальних рівнянь (1):

$$\begin{cases} \ddot{q}_{1} + \tilde{q}_{1} + \mu \tilde{q}_{1}^{3} - \varepsilon(\dot{q}_{2}^{2}\sin(q_{2}) - \ddot{q}_{2}\cos(q_{2})) = 0, \\ \ddot{q}_{2} + \varepsilon\cos(q_{2})\ddot{\tilde{q}}_{1} + \frac{mgr(M+m)}{K_{1}(I+mr^{2})}\sin(q_{2}) = v, \end{cases}$$
(2)

де диференціювання здійснюється за узагальненим часом τ. Легко бачити, що 0<ε<1, 0<μ і вирази під коренями додатні. Як і в роботі [4], скористаємося перетворенням керування та координат за такими правилами:

$$\eta_1 = \tilde{q}_1 + \varepsilon \sin(q_2), \eta_2 = \dot{\tilde{q}}_1 + \varepsilon \dot{q}_2 \cos(q_2), \eta_3 = q_2, \eta_4 = \dot{q}_2, \nu = \alpha(q_2)u + \beta(\tilde{q}_1, q_2, \dot{q}_2), \quad (3)$$

де

$$\alpha(q_{2}) = 1 - \varepsilon^{2} \cos^{2}(q_{2}) \neq 0,$$

$$\beta(\tilde{q}_{1}, q_{2}, \dot{q}_{2}) = \varepsilon^{2} \dot{q}_{2}^{2} \sin(q_{2}) \cos(q_{2}) - \varepsilon \cos(q_{2}) \tilde{q}_{1} + \frac{mgr(M+m)}{K_{1}(I+mr^{2})} \sin(q_{2}) - \varepsilon \mu \cos(q_{2}) \tilde{q}_{1}^{3}.$$

Тоді система диференціальних рівнянь (2) матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_{1} = \eta_{2}, \\ \dot{\eta}_{2} = -(\eta_{1} - \varepsilon \sin(\eta_{3})) - \mu(\eta_{1} - \varepsilon \sin(\eta_{3}))^{3}, \\ \dot{\eta}_{3} = \eta_{4}, \\ \dot{\eta}_{4} = u. \end{cases}$$
(4)

Оскільки в стані рівноваги TORA $q_1 = 0$, $q_2 = 0$ і швидкості \dot{q}_1 , \dot{q}_2 також дорівнюють 0, задача стабілізації цього стану рівноваги керуванням Δ еквівалентна задачі побудови керування u, яке забезпечить асимптотичну стійкість стану рівноваги $\eta_1 = 0$, $\eta_2 = 0$, $\eta_3 = 0$, $\eta_4 = 0$ системи диференціальних рівнянь (4). Застосовуючи так званий метод Dynamic Surface Control (DSC) (див. [6]), отримуємо шукане керування у вигляді

$$u = -\frac{\eta_4}{\tau_2} - \frac{\eta_3}{\tau_1 \tau_2} + \frac{\tilde{\eta}_3}{\tau_1 \tau_2},$$

де $\tilde{\eta}_3$ — бажана траєкторія, до якої прямує змінна η_3 при керуванні u.

Нехай

$$\tilde{\eta}_3 = -\arctan\left(\frac{\eta_2}{\sqrt{1 + \frac{\eta_1^2}{2} + \frac{\eta_2^2}{2} + \mu \frac{\eta_1^4}{4}}}\right).$$

Заміною змінних

$$x = \eta_1, \ y = \eta_2, \ \varphi = \eta_3 - \tilde{\eta}_3, \ \psi = \eta_4 + \frac{(\eta_3 - \tilde{\eta}_3)}{\tau_1}$$
(5)

систему диференціальних рівнянь (4) можна подати у вигляді

$$\begin{cases} x \quad y \\ \dot{y} = -(x - \varepsilon \sin(\varphi + \tilde{\eta}_3(x, y))) - \mu(x - \varepsilon \sin(\varphi + \tilde{\eta}_3(x, y))) , \\ \dot{\varphi} = -\dots + \psi - \tilde{\eta} \quad (x, y), \\ \psi = -\left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right) \psi - \dots - \frac{(x, y)}{\tau_1} \end{cases}$$
(6)

де

$$\begin{split} \dot{\tilde{\eta}}_{3}(x,y) &= \frac{1 + \frac{x^{2}}{2} + \frac{y^{2}}{2} + \mu \frac{x^{4}}{4}}{1 + \frac{x^{2}}{2} + \frac{3y^{2}}{2} + \mu \frac{x^{4}}{4}} \Bigg[\frac{(x - \varepsilon \sin(\varphi + \tilde{\eta}_{3})) + \mu(x - \varepsilon \sin(\varphi + \tilde{\eta}_{3}))^{3}}{\sqrt{1 + \frac{x^{2}}{2} + \frac{y^{2}}{2} + \mu \frac{x^{4}}{4}}} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\varepsilon y^{2} \sin(\varphi + \tilde{\eta}_{3})}{\sqrt{\left(1 + \frac{x^{2}}{2} + \frac{y^{2}}{2} + \mu \frac{x^{4}}{4}\right)^{3}}} (1 + \mu(3x^{2} - 3\varepsilon x \sin(\varphi + \tilde{\eta}_{3}) + \varepsilon^{2} \sin^{2}(\varphi + \tilde{\eta}_{3}))) \Bigg]. \end{split}$$

Теорема. Існують такі значення констант фільтрів $\tau_1^* > 0$, $\tau_2^* > 0$, що для всіх $\tau_1 < \tau_1^*$, $\tau_2 < \tau_2^*$ нульовий стан рівноваги системи диференціальних рівнянь (6) асимптотично стійкий для всіх початкових значень змінних з області

$$\Omega = \left\{ (x, y, \varphi, \psi) \in R^4 \middle| V(x, y, \varphi, \psi) \leq \ln \left(\sqrt{\frac{1 - A^2 / 3}{2 + \sqrt{1 + A^2}}} \min \{M_1(\tau_1), M_2(\tau_1, \tau_2)\} \right)^{2/3} \right\},$$

ISSN 1025-6415. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2022. № 3

де

$$\begin{split} V\left(x,y,\varphi,\psi\right) &= \ln\left(1 + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \mu \frac{x^4}{4} + \frac{Axy}{\sqrt{1 + \frac{3x^2}{2} + \frac{3y^2}{2} + 3\mu \frac{x^4}{4}}}\right) + \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\tau_1^2 \psi^2}{2}, \\ A &= \frac{\varepsilon}{2(1 + \sqrt{3}/2\varepsilon(1 + \mu\varepsilon^2 + 2\sqrt{3\mu} + \sqrt{6}\varepsilon\mu) + \varepsilon^2(1 + \mu\varepsilon^2)^2)}, \\ M_1(\tau_1) &= \frac{A\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_1} - B\right) - 2\sqrt{3}\varepsilon\left(1 + \frac{A}{\sqrt{3}}\right)\left(1 + 2\mu\varepsilon^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right]}{2\left(1 + \mu\left(\frac{2}{\sqrt{\mu}} + 3\sqrt{2}\varepsilon + 3\varepsilon^2\right) + \mu\varepsilon(3\sqrt{2} + 3\varepsilon)\right)^2}, \\ M_2(\tau_1, \tau_2) &= \frac{A\left[\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} - 4\sqrt{3}\varepsilon\left(1 + \frac{A}{\sqrt{3}}\right)\left(1 + 2\mu\varepsilon^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{(\varepsilon + 2\mu\varepsilon^3)^2}{2\left(\frac{1}{\tau_1} - B\right)}\right]}{4\left(1 + \mu\left(\frac{2}{\sqrt{\mu}} + 3\sqrt{2}\varepsilon + 3\varepsilon^2\right) + \mu\varepsilon(3\sqrt{2} + 3\varepsilon)\right)^2}, \\ B &= \varepsilon + 2\mu\varepsilon^3 + A\varepsilon^2(1 + \mu\varepsilon^2)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\mu\varepsilon\left(\frac{6}{\sqrt{\mu}} + 3\sqrt{2}\varepsilon + \varepsilon^2\right) + \end{split}$$

$$B = \varepsilon + 2\mu\varepsilon' + A\varepsilon' (1 + \mu\varepsilon') + \frac{-\mu\varepsilon}{2}\mu\varepsilon' \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu}} + 3\sqrt{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\frac{2 + \sqrt{1 + A^2}}{1 - A^2 / 3}}}{2\left(\varepsilon - A - \sqrt{\frac{3}{2}}\varepsilon A (1 + \mu\varepsilon^2 + 2\sqrt{3\mu} + \sqrt{6\varepsilon}\mu)\right)}.$$

Доведення теореми відбувається за допомогою методу функцій Ляпунова. Відповідна допоміжна функція побудована в явному вигляді.

Зауваження. Доведена теорема постулює існування величин $\tau_1^* > 0$, $\tau_2^* > 0$ таких, що для всіх $0 < \tau_1 < \tau_1^*$ і $0 < \tau_2 < \tau_2^*$ нульовий стан рівноваги системи диференціальних рівнянь (6) асимптотично стійкий для всіх початкових значень змінних з області Ω . Нехай обрано константи $\hat{\tau}_1 \in (0, \tau_1^*)$ і $\hat{\tau}_2 \in (0, \tau_2^*)$. Оскільки відображення, що задається перетворенням координат (5), як легко бачити, є дифеоморфізмом, то, очевидно, побудоване керування *и* асимптотично стабілізує нульовий стан рівноваги системи диференціальних рівнянь (4) для всіх початкових значень змінних з області $\hat{\Omega}$, яку отримуємо з області Ω у разі переходу від координат (x, y, φ, ψ) до координат ($\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$) за формулами (5) за вибраних значень констант $\hat{\tau}_1$, $\hat{\tau}_2$. Оскільки відображення, що задається перетворенням координат (3) також є дифеоморфізмом, то, враховуючи (3) та переходячи до розмірних величин, очевидно, керування

$$\Delta = \frac{K_1(I+mr^2)}{M+m} \left[\frac{\varepsilon^2(M+m)}{K_1} \left(\frac{dq_2}{dt} \right)^2 \sin(q_2) \cos(q_2) + \left(1 - \varepsilon^2 \cos^2(q_2) \right) \left(-\frac{1}{\hat{\tau}_2} \sqrt{\frac{M+m}{K_1}} \frac{dq_2}{dt} - \frac{q_2}{\hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2} - \arctan\left(\frac{\eta_2}{\sqrt{1+\frac{\eta_1^2}{2} + \frac{\eta_2^2}{2} + \mu \frac{\eta_1^4}{4}}} \right) \right) - \varepsilon \sqrt{\frac{M+m}{I+mr^2}} q_1 \cos(q_2) + \frac{mgr(M+m)}{K_1(I+mr^2)} \sin(q_2) - \varepsilon \mu \left(\sqrt{\frac{M+m}{I+mr^2}} \right)^3 q_1^3 \cos(q_2) \right],$$

де

$$\eta_{1} = \sqrt{\frac{M+m}{I+mr^{2}}} q_{1} + \varepsilon \sin(q_{2}), \ \eta_{2} = \frac{M+m}{\sqrt{K_{1}(I+mr^{2})}} \frac{dq_{1}}{dt} + \varepsilon \sqrt{\frac{M+m}{K_{1}}} \frac{dq_{2}}{dt} \cos(q_{2}),$$

асимптотично стабілізує нульовий стан рівноваги системи диференціальних рівнянь (1) для всіх початкових значень змінних з області $\tilde{\Omega}$, яку отримуємо з області $\tilde{\Omega}$ у разі переходу від координат (η_1 , η_2 , η_3 , η_4) до розмірних фазових координат за вибраних значень констант $\hat{\tau}_1$, $\hat{\tau}_2$ за формулами

$$\begin{aligned} \eta_{1} &= \sqrt{\frac{(M+m)}{(I+mr^{2})}} q_{1} + \varepsilon \sin(q_{2}), \\ \eta_{2} &= \frac{(M+m)}{\sqrt{K_{1}(I+mr^{2})}} \frac{dq_{1}}{dt} + \varepsilon \sqrt{\frac{(M+m)}{K_{1}}} \frac{dq_{2}}{dt} \cos(q_{2}), \\ \eta_{3} &= q_{2}, \ \eta_{4} &= \sqrt{\frac{(M+m)}{K_{1}}} \frac{dq_{2}}{dt}. \end{aligned}$$

Приклад. Проілюструємо отримані результати на прикладі конкретної моделі. Нехай параметри моделі такі: M = 10 кг, m = 1 кг, g = 9,8 м/с², r = 1 м, I = 1 кг·м², $K_1 = 5$ H/м, $K_2 = 2$ H/м³. Тоді A = 0,068 і зі співвідношення

$$M_1(\tau_1^*) = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{1 + A^2}}{1 - A^2 / 3}}$$

ISSN 1025-6415. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2022. № 3

25



визначимо величину $\tau_1^* = 3,38 \cdot 10^{-3}$. Виберемо $\hat{\tau}_1 = 2 \cdot 10^{-3} < \tau_1^*$ і зі співвідношення

$$M_2(\hat{\tau}_1, \tau_2^*) = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{1 + A^2}}{1 - A^2 / 3}}$$

визначимо величину $\tau_2^* = 1,258 \cdot 10^{-3}$. Виберемо $\hat{\tau}_2 = 1 \cdot 10^{-3} < \tau_2^*$ і обрахуємо величини $M_1(\hat{\tau}_1) = 2,953$ і $M_2(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2) = 2,958$. Згідно з теоремою, керування Δ асимптотично стабілізує нульовий стан рівноваги системи диференціальних рівнянь (1) для всіх початкових значень змінних з області

$$\begin{split} \tilde{\tilde{\Omega}} = & \left\{ (q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2) \in R^4 \Big| \ln \left(1 + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \mu \frac{x^4}{4} + \frac{Axy}{\sqrt{1 + \frac{3x^2}{2} + \frac{3y^2}{2} + 3\mu \frac{x^4}{4}}} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\hat{\tau}_1^2 \psi^2}{2} \leqslant 0.355 \right\}, \end{split}$$

де

 $x = \sqrt{\frac{(M+m)}{(I+mr^2)}} q_1 + \varepsilon \sin(q_2),$

ISSN 1025-6415. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr. 2022. № 3

$$y = \frac{(M+m)}{\sqrt{K_1(I+mr^2)}} \frac{dq_1}{dt} + \varepsilon \sqrt{\frac{(M+m)}{K_1}} \frac{dq_2}{dt} \cos(q_2),$$

$$\varphi = q_2 + \arctan\left(\frac{y}{\sqrt{1+\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \mu \frac{x^4}{4}}}\right), \quad \psi = \sqrt{\frac{M+m}{K_1}} \frac{dq_2}{dt}.$$

Еволюція змінних q_1 і q_2 , їх швидкостей dq_1/dt і dq_2/dt та керування Δ за початкових значень $q_1 = 0,38$ м, $dq_1/dt = 1$ м/с, $q_2 = 0$, $dq_2/dt = -11$ с⁻¹, які потрапляють в область $\tilde{\tilde{\Omega}}$, по-казана на рис. 2. Як бачимо, керування Δ вирішує поставлену задачу.

Таким чином, отримано закон обертання електродвигуна, який забезпечує асимптотичне прямування траєкторії руху моделі TORA із врахуванням нелінійної залежності сили, яка виникає під час деформації пружини, що входить до складу моделі, від зміщення, до положення рівноваги і визначено область притягання стану рівноваги в просторі змінних моделі.

Частина роботи виконана за підтримки бюджетної програми НАН України за КПКВК 6541230 "Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень".

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

- 1. Hall C.D. Resonance capture in axial gyrostats. J. Astronaut. Sci. 1995. 43, № 2. P. 127–138.
- 2. Yee R.K. Spinup dynamics of a rotating system with limiting torque: M. S. Thesis/ University of California, Los Angeles, 1981.
- 3. Liu Y., Yu H. A survey of underactuated mechanical systems. *IET Control Theory Appl.* 2013. **7**, № 7. P. 921–935. https://doi.org/10.1049/iet-cta.2012.0505
- 4. Olfati-Saber R. Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles: Ph. D. Thesis/ Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2001. 316 p.
- Kinsey R.J., Mingori D.L., Rand R.H. Nonlinear controller to reduce resonance effects during despin of a dualspin spacecraft through precession phase lock. *Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control* (Tucson, AZ, USA, 16–18 Dec. 1992). Tucson, 1992. P. 3025–3030. https://doi.org/10.1109/CDC.1992.371254
- 6. Śwaroop D., Hedrick J.K., Yip P.P., Gerdes J.C. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. *IEEE Trans. Automat. Control.* 2000. 45, № 10. P. 1893–1899. https://doi.org/10.1109/TAC.2000.880994

Надійшло до редакції 28.12.2021

REFERENCES

- 1. Hall, C. D. (1995). Resonance capture in axial gyrostats. J. Astronaut. Sci., 43, No. 2, pp. 127-138.
- 2. Yee, R. K. (1981). Spinup dynamics of a rotating system with limiting torque. (Extended abstract of M. S. thesis). University of California, Los Angeles, USA.
- 3. Liu, Y. & Yu, H. (2013). A survey of underactuated mechanical systems. IET Control Theory Appl., 7, No. 7, pp. 921-935. https://doi.org/10.1049/iet-cta.2012.0505
- 4. Olfati-Saber, R. (2001). Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles. (Extended abstract of Ph. D. Thesis). Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA.

ISSN 1025-6415. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2022. № 3

- Kinsey, R. J., Mingori, D. L. & Rand, R. H. (1992, December). Nonlinear controller to reduce resonance effects during despin of a dual-spin spacecraft through precession phase lock. Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control (pp. 3025-3030). Tucson, AZ, USA. https://doi.org/10.1109/CDC.1992.371254
- Swaroop, D., Hedrick, J. K., Yip, P. P. & Gerdes, J. C. (2000). Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. IEEE Trans. Automat. Control., 45, No. 10, pp. 1893-1899. https://doi.org/10.1109/TAC.2000.880994

Received 28.12.2021

A.S. Khoroshun

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv

E-mail: khoroshunanatoliy@gmail.com

ON CONSTRUCTION OF CONTROL THAT STABILIZES THE MOVEMENT OF A NONLINEAR TORA MODEL

The law of rotation of the electric motor, which provides asymptotic direction of the trajectory of the TORA model to its equilibrium state, is obtained in the work. In contrast to usual approach, the nonlinear dependence of the force, arising from the deformation of the elastic element of the model, on the amount of deformation is considered. The use of DSC (Dynamic Surface Control) technics allows to get the desired control. The development of the DSC method, which consists of the specific choice of parameters and filter constants, is proposed. This avoids the growth of the order of the auxiliary system, as well as the phenomenon of significant complication of the form of both the auxiliary system of differential equations and the law of control, the so-called. "Explosion of terms". Reducing the order of the system of differential equations and simplifying its form allowed in this case to obtain an explicit corresponding auxiliary function and with its help to prove that the proposed control low solves the control problem. The obtained results are illustrated on the example of a specific mechanical model.

Key words: Translational Oscillator with Rotating Actuator, underactuated mechanical system, dynamic surface control, asymptotical stability.