



<https://doi.org/10.15407/scin16.03.054>

В.С. СЕНЬКІН, С.В. СЮТКІНА-ДОРОНІНА
Інститут технічної механіки Національної академії наук України
і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, Дніпро, 49005, Україна,
+380 56 372 0640, +380 56 372 0640, office.itm@nas.gov.ua

ДО ПИТАННЯ ВИБОРУ МЕТОДУ ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ КЕРОВАНОВОГО ОБ'ЄКТА

Вступ. Проектування керованих об'єктів (КО) пов'язано зі значними витратами матеріальних і фінансових ресурсів. Потреба їх зниження на початковому етапі проектування КО висуває підвищені вимоги до формалізації проектних задач, методів їх вирішення, адекватності використовуваних математичних моделей, якості прийнятих проектних рішень.

Проблематика. Однією з проблем, що пов'язана з проектуванням КО, є створення методичного забезпечення для оптимізації проектних параметрів і програм керування рухом ракетних об'єктів.

Мета. Розробка методичного забезпечення для вибору проектних параметрів і програм керування, а також формалізація задачі і вибір методу оптимізації характеристик КО, що здійснює політ за різними траєкторіями.

Матеріали й методи. Для вирішення задачі нелінійного математичного програмування з обмеженнями у вигляді рівностей і диференціальних зв'язків використано детерміновані методи оптимізації.

Результати. Розроблено прикладні програми для вирішення задачі оптимізації щодо одноступінчатого КО з ракетним двигуном на твердому паливі. Проведено апробацію методичного забезпечення на прикладі розв'язання проектної задачі щодо гіпотетичного КО зі стартовою масою 800 кг, який здійснює політ балістичною траєкторією, для вертикального і похилого видів старту. Показано доцільність застосування при вирішенні задачі методу конфігурації нульового порядку (методу Гука-Дживса), який не потребує розрахунку часткових похідних цільової функції за оптимізованими параметрами, що дозволяє істотно скоротити час пошуку оптимального рішення комплексної задачі.

Висновки. Використання розробленого авторами методичного забезпечення дозволяє з необхідною для проектних досліджень точністю визначати оптимальні в заданому класі функцій програми керування рухом, раціональні значення проектних параметрів та основних характеристик КО.

Ключові слова: керований об'єкт, математична модель, проектні параметри, параметри траєкторії, програма керування рухом, оптимізація, початковий етап проектування, ракетний двигун на твердому паливі.

Одним із пріоритетних напрямків розвитку ракетно-космічної техніки є створення ракетних технологій, що охоплюють: розробку нових ракетних двигунів на екологічно чистих компонентах палива; розробку нових супутників, супутникових систем

Цитування: Сенькін В.С., Сюткіна-Дороніна С.В. До питання вибору методу оптимізації параметрів керованого об'єкта. *Nauka innov.* 2020. Т. 16, № 3. С. 54–68. <https://doi.org/10.15407/scin16.03.054>

зв'язку, систем дистанційного зондування Землі; розробку нових керованих об'єктів (КО) для забезпечення інтересів держави в сфері національної безпеки і оборони [1].

Проектування КО різного призначення пов'язано зі значними витратами матеріальних і фінансових ресурсів [2–5]. Необхідність урахування цих факторів на початковому етапі проектування КО висуває підвищені вимоги до формалізації проектних задач, методів їх вирішення, адекватності використовуваних математичних моделей, якості прийнятих проектних рішень. Слід при цьому зазначити, що невірні (нераціональні) рішення, прийняті на початковому етапі проектування, призводять до зниження ефективності виконання поставлених перед КО цільових задач, зростання витрат і збільшення термінів його створення [6, 7]. Пошук оптимальних шляхів вирішення вищезазначених проблем і формує актуальність дослідження.

У окреслених умовах особливого значення набуває розробка методичного забезпечення, яке дозволяє на початковому етапі проектування з необхідною для проектних досліджень точністю визначати: кількісну оцінку цільового функціоналу, який характеризує якість проектування КО, оптимальні (раціональні) значення параметрів, що оптимізуються, габаритно-масові, енергетичні, аеродинамічні та балістичні характеристики КО, програми керування рухом на різних ділянках траєкторії.

Оптимальним (раціональним) проектом КО серед множини можливих альтернативних варіантів при цьому слід вважати той проект, який забезпечує найвище значення цільового функціонала (одного з найбільш важливих показників ефективності КО), при цьому інші показники ефективності повинні або досягати заданих значень, або знаходитися в необхідному діапазоні.

Нижче сформульовано комплексну задачу спільної оптимізації проектних параметрів, параметрів траєкторії та програм керування рухом КО, запропоновано підхід до формування

на початковому етапі проектування програм керування рухом КО, що здійснює політ за різними варіантами балістичних траєкторій.

Як об'єкт розглядається одноступінчатий КО з двигуном на твердому ракетному паливі (ТРП), який забезпечує доставку необхідної маси головної частини КО в задану точку простору.

Комплексна задача спільної оптимізації проектних параметрів, параметрів траєкторії та програм керування КО належить до класу задач теорії оптимального керування з обмеженнями у вигляді рівностей, нерівностей і диференціальних зв'язків [8–15]. Формалізація задачі полягає: у виборі критерію оптимізації (цільового функціонала); в розробці математичної моделі, що дозволяє залежно від наявних початкових даних (вектор \vec{x}), значень параметрів, що оптимізуються, та включають основні проектні параметри КО і параметри траєкторії (вектор \vec{p}), програм керування (вектор \vec{u}) визначати значення цільового функціонала. Для вирішення комплексної задачі необхідною є також розробка ефективного методу оптимізації, що дозволяє оперативним чином в автоматичному режимі визначати значення параметрів, які оптимізуються, \vec{p}_{opt} , і програми керування рухом КО $\vec{u} = \vec{u}_{opt}(t)$, при яких цільовий функціонал приймає оптимальне значення.

Як цільовий функціонал далі розглядається дальність польоту $L = L(\vec{x}, \vec{p}, \vec{u})$, на яку потрібно доставити необхідну масу головної частини (ГЧ) $m_{ГЧ}$ при заданій стартовій масі КО m_0 . Визначення оптимальних значень параметрів, які оптимізуються, і програм керування рухом КО здійснюється з умови забезпечення максимального значення цільового функціонала.

До складу початкової інформації (компоненти вектора \vec{x}), необхідної для вирішення комплексної задачі, входять: дані тактико-технічного завдання, що визначають цільову задачу; умови пуску КО; обмеження на траєкторію польоту, габаритно-масові характеристики КО в цілому, його окремих підсистем і елементів; фізико-механічні характеристики

використаних конструкційних матеріалів; характеристики твердого ракетного палива; невраховані маси елементів, підсистем, які не включені в математичну модель для розрахунку основних характеристик КО.

Як параметри, що оптимізуються, (компоненти вектора \vec{p}) розглядаються: основні проєктні параметри, що дозволяють на початковому етапі проєктування визначити габаритно-масові і енергетичні характеристики КО в цілому і ракетного двигуна на твердому паливі (РДТП), що входить до його складу; параметри, які спільно з програмами керування рухом, що оптимізуються, визначають траєкторію КО і значення цільового функціонала.

До складу основних проєктних параметрів КО включено коефіцієнт початкової тягоозброєності v_p , відносна кінцева маса μ_k , що визначаються загальноприйнятими співвідношеннями [2–5]:

$$v_p = \frac{m_0 \cdot g_0}{P_{pust}}; \quad (1)$$

$$\mu_k = \frac{m_0 - m_m}{m_0} = \frac{m_k}{m_0},$$

де m_k — кінцева маса КО; g_0 — прискорення вільного падіння на поверхні Землі; m_m — повний запас палива; P_{pust} — тяга маршового РДТП в порожнечі на основному режимі роботи.

До складу проєктних параметрів РДТП, які також входять до вектора параметрів, що оптимізуються, \vec{p} входять: тиск в камері згоряння на основному режимі його роботи p_k , діаметр зрізу сопла D_a , повний час роботи маршового РДТП t_Σ , що визначається залежно від коефіцієнта початкової тягоозброєності v_p .

Управління рухом КО здійснюється відповідно до програм зміни в часі кута тангажа на j -х ділянках траєкторії польоту, що оптимізуються

$$\varphi_j = \varphi_{npj}(t), j = \overline{1, N_{уч}}, \quad (2)$$

де $N_{уч}$ — кількість ділянок траєкторії КО для даної схеми польоту [11–17].

Сукупність параметрів, які визначають балістичну траєкторію і входять до вектора параметрів, що оптимізуються, \vec{p} , залежить від обраної схеми польоту й може охоплювати наступні параметри:

- ◆ тривалість вертикальної ділянки руху КО t_{vert} при вертикальному старті;
- ◆ початковий кут нахилу КО при похилому старті φ_{cm} ;
- ◆ кут тангажа в кінці активної ділянки траєкторії φ_{AUT} ;
- ◆ тривалість виходу на нульовий кут атаки t_{PUT1} після закінчення активної ділянки траєкторії;
- ◆ постійне значення кута атаки α_{const} на одній з пасивних ділянок при використанні одного з варіантів балістичної траєкторії;
- ◆ тривалість виходу t_{PUT3} на кут атаки $\alpha = \alpha_{const}$ після досягнення КО максимальної висоти польоту.

При формуванні конкретної траєкторії польоту може дотримуватися низка вимог і обмежень до параметрів руху і характеристик КО, до яких, зокрема, належать обмеження на максимальну висоту польоту КО $H_{max} = H_{max}^{mp}$, на величину мінімального значення швидкісного напору на максимальній висоті $Q_{H_{max}} \geq Q_{H_{max}}^{min}$, на максимальну величину кута атаки на всіх ділянках траєкторії $\alpha \leq \alpha_{max}$; виконання вимог до маси ГЧ $m_{ГЧ} = m_{ГЧ}^{mp}$, до повної довжини КО $L_{УРО} = L_{УРО}^{mp}$, до стартової маси КО $m_0 = m_0^{mp}$, до максимально-допустимого діаметру КО $D_{УРО} = D_{УРО}^{mp}$.

Слід зазначити, що кожній конкретній проєктній задачі відповідає певний комплекс з перерахованих вище умов, обмежень і вимог.

Проєктний параметр μ_k в (1) визначається при заданих масі ГЧ $m_{ГЧ}^{mp}$ і стартовій масі КО m_0 з умови розміщення максимально можливої кількості ТРП в розглянутому варіанті КО.

Як компоненти вектора програм керування рухом КО $\vec{u} = \vec{u}(t)$ розглядаються, як вже зазначалося раніше, програми зміни в часі кута тангажа $\varphi_{np}(t)$ на активному (з працюючим РДТП) і пасивних (з непрацюючим РДТП) ді-

лянках траєкторії. При цьому програми керування на зазначених ділянках траєкторії запропоновано формувати у вигляді поліномів [11–17]:

$$\varphi_{npj}(\bar{p}, \bar{y}, t) = \sum_{i=0}^N A_{ji}(\bar{p}, \bar{y}) \cdot t^i, \quad (3)$$

в яких значення коефіцієнтів A_{ji} визначаються залежно від розглянутої j -ої ділянки траєкторії, вектора параметрів, що оптимізуються, \bar{p} і поточних значень вектора фазових координат \bar{y} , що визначають положення КО в просторі.

Такий підхід до вибору програм керування дозволив звести задачу теорії оптимального керування [8–10] до більш простої задачі нелінійного математичного програмування з обмеженнями у вигляді рівностей і диференціальних зв'язків [11–17], в якій цільовий функціонал постає у вигляді цільової функції, що залежить тільки від вектора оптимізованих параметрів \bar{p} . В цьому випадку комплексна задача спільної оптимізації проектних параметрів і програм керування (3) формулюється таким чином. Необхідно визначити значення вектора оптимізованих параметрів $\bar{p} = \bar{p}_{opt}$, що забезпечує максимальне значення цільової функції

$$I(\bar{p}_{opt}, \bar{x}) = \max_{\bar{p}} L(\bar{p}, \bar{x}), \quad (4)$$

при обмеженнях:

на області зміни параметрів, що оптимізуються, \bar{p} і початкових даних \bar{x} :

$$\bar{p} \in \tilde{P}^m \subset P^m, \quad \bar{x} \in \tilde{X}^k \subset X^k; \quad (5)$$

на параметри траєкторії польоту:

$$H_{\max}^{mp} = H_{\max}, \quad Q_{H_{\max}} \geq Q_{H_{\max}}^{\min}, \quad \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad (6)$$

$$\frac{dy}{dt} = f(\bar{y}, \bar{x}, \bar{p}), \quad \bar{y} \in \tilde{Y}^s \subset Y^s;$$

на габаритно-масові характеристики КО:

$$m_0(\bar{x}, \bar{p}) = m_0^{mp}, \quad m_{ГЧ}(\bar{x}, \bar{p}) = m_{ГЧ}^{mp}, \quad (7)$$

$$L_{УРО} = L_{УРО}^{mp}, \quad L_{ГЧ} = L_{ГЧ}^{mp}, \quad D_{УРО}(\bar{x}, \bar{p}) = D_{УРО}^{mp}. \quad (8)$$

У співвідношеннях (4)–(8) використано наступні позначення:

$\bar{x} = (x_i)$, $i = \overline{1, k}$ – вектор початкових даних, що є елементом дійсного векторного простору

X^k ; $\bar{p} = (p_i)$, $i = \overline{1, m}$ – вектор параметрів, які оптимізуються, що є елементом дійсного векторного простору P^m ; \tilde{P}^m , \tilde{X}^k – замкнуті області в дійсних векторних просторах P^m , X^k , в яких можуть набувати значень вектори \bar{p} , \bar{x} , відповідно; $\bar{y} = (y_i)$, $i = \overline{1, s}$ – вектор фазових координат, що визначає положення КО в просторі, та який є елементом векторного простору Y^s ; \tilde{Y}^s – замкнута область у векторному просторі Y^s , в якій може набувати значень вектор \bar{y} ; α , α_{\max} – розрахунковий і максимально допустимий кути атаки на всіх ділянках траєкторії; $m_0 = (\bar{x}, \bar{p})$, m_0^{mp} – розрахункова й необхідна стартові маси КО; $m_{ГЧ} = (\bar{x}, \bar{p})$, $m_{ГЧ}^{mp}$ – розрахункова і необхідна маси ГЧ; $L_{УРО}$, $L_{УРО}^{mp}$ – розрахункова і необхідна довжини КО; $L_{ГЧ}$, $L_{ГЧ}^{mp}$ – розрахункова і необхідна довжини ГЧ; $D_{УРО}(\bar{x}, \bar{p})$, $D_{УРО}^{mp}$ – розрахунковий і необхідний діаметри КО.

Математичну модель КО представлено у вигляді оператора $\bar{F} = R(z)$ з областю визначення на множині $Z = \tilde{X}^k \times \tilde{P}^m$ і областю значень на множині F , що зіставляє кожному елементу множини $z(\bar{x}, \bar{p}) \in Z$ множини вихідних характеристик КО $\bar{F} \subset F$.

Вихідними даними, одержаними в результаті рішення комплексної задачі, є: величина цільової функції L (дальність польоту КО), оптимальне значення вектора параметрів, що оптимізуються, \bar{p}_{opt} , програми керування рухом КО $\varphi_{npj}(\bar{p}_{opt}, \bar{y}, t)$ на різних ділянках траєкторії, габаритно-масові характеристики КО в цілому, основних його елементів і підсистем окремо; характеристики міцності, аеродинамічні, балістичні, енергетичні характеристики КО.

Сформульовану комплексну задачу оптимізації проектних параметрів і програм керування залежно від обраного комплексу обмежень (5)–(8) може бути використано при проектуванні керованих об'єктів різних класів, які здійснюють польоти за заданими варіантами балістичної траєкторії.

Систему рівнянь руху центру мас КО, яку використано при вирішенні сформульованої комплексної задачі, в проекціях на осі земної системи координат наведено в [18]. Матема-

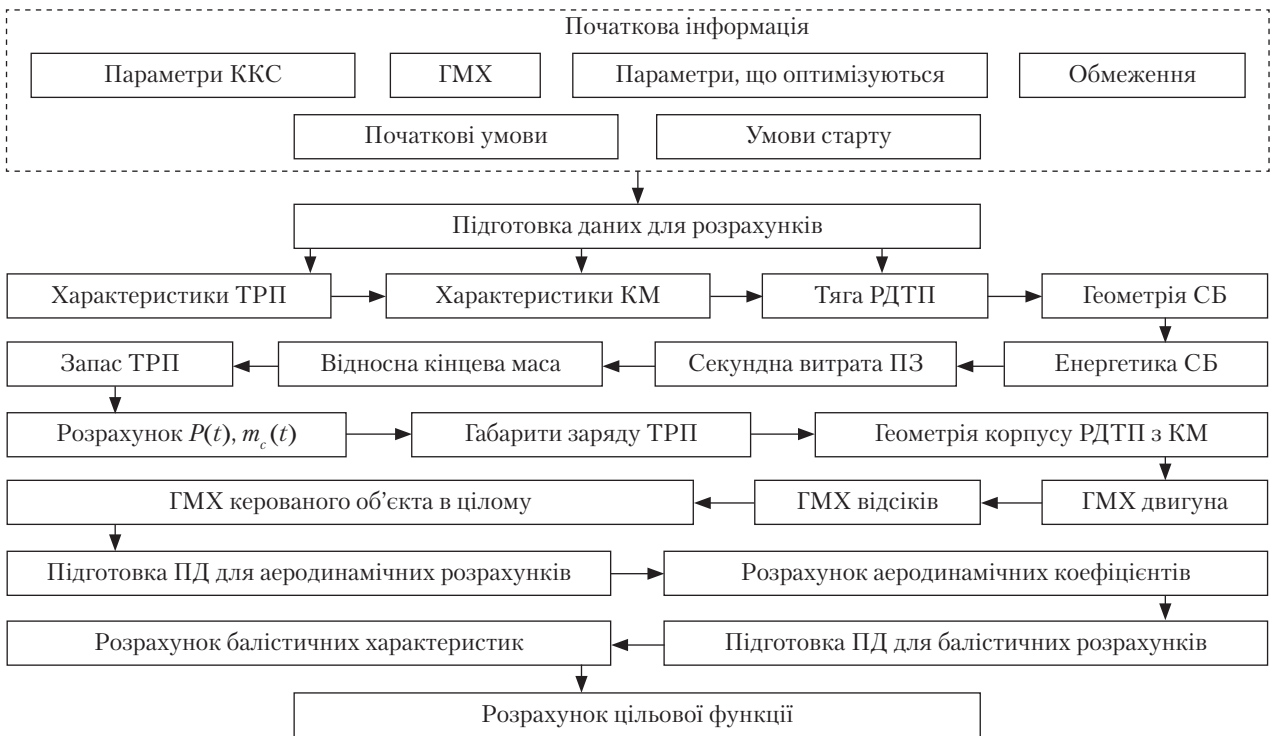


Рис. 1. Структура математичної моделі КО: ККС – конструктивно-компоновочна схема; ГМХ – габаритно-масові характеристики; ТРП – тверде ракетне паливо; КМ – конструкційні матеріали; РДТП – ракетний двигун на твердому паливі; СБ – сопловий блок; ПЗ – продукти згоряння; ПД – початкові дані; $P(t)$ – зміна в часі тяги маршового РДТП; $m_c(t)$ – зміна в часі секундної масової витрати продуктів згоряння маршового РДТП

тичні моделі для визначення основних характеристик КО в цілому та підсистем і елементів, що входять до його складу, розглянуто докладно в [2–5, 11–17, 19–22].

Структуру математичної моделі, послідовність розрахунку цільової функції (4) при оптимізації вектора параметрів \vec{p} і основних характеристик КО проілюстровано на рис. 1.

ФОРМУВАННЯ ПРОГРАМ КЕРУВАННЯ

Балістична траєкторія КО може бути реалізована як з вертикальним, так і похилим видами стартів.

Один з варіантів балістичної траєкторії КО в разі використання вертикального старту формується з чотирьох ділянок [14, 17]:

- ♦ вертикальна ділянка польоту тривалістю t_{vert} , на якій програма зміни кута тангажа приймається постійною, що не залежить від часу, тобто $\varphi_{np}^{vert} = 90^\circ$;

- ♦ активна ділянка траєкторії (АДТ) (політ з працюючим маршовим РДТП), на якій програма зміни кута тангажа (3), що забезпечує розворот КО у вертикальній площині, обирається з умови забезпечення заданого значення кута тангажа $\varphi = \varphi_{AUT}$ в кінці цієї ділянки траєкторії;
- ♦ перша пасивна ділянка траєкторії (ПДТ) (політ з непрацюючим двигуном), на якій програма зміни кута тангажа (3) в кінці цієї ділянки забезпечує вихід на кут атаки $\alpha_1 = 0,0^\circ$ протягом заданого часу $t = t_{PDT1}$;
- ♦ друга ПДТ, на якій програма зміни кута тангажа (3) може обиратися з умов виконання обмежень на траєкторію польоту (6);
- ♦ третя ПДТ, на якій забезпечується політ з нульовим кутом атаки $\alpha = 0,0^\circ$ до зіткнення КО з поверхнею Землі.

При старті КО похилому в бік точки прицілювання, вертикальна ділянка руху відсутня,

а програма зміни кута тангажа (3) забезпечує розворот КО у вертикальній площині, починаючи з моменту старту. Подальший рух КО здійснюється за тією ж схемою польоту, як і при вертикальному старті КО [17].

Другий варіант балістичної траєкторії відрізняється від розглянутого вище рухом з ненульовим кутом атаки $\alpha = \alpha_{\text{const}}$ після досягнення максимальної висоти польоту.

Розглядаються наступні параметри, що оптимізуються, і які характеризують балістичну траєкторію: тривалість вертикальної ділянки руху при вертикальному старті КО t_{vert} , кут тангажа φ_{AUT} в кінці активної ділянки польоту, тривалість польоту t_{PUT1} на першій ПДТ з виходом на нульовий кут атаки; кут тангажа φ_{cm} в разі застосування похилого в напрямку цілі старту КО, кут атаки α_{const} на останній пасивній ділянці траєкторії, тривалість виходу t_{PUT2} на кут атаки $\alpha = \alpha_{\text{const}}$ після досягнення максимальної висоти польоту.

Співвідношення для визначення коефіцієнтів A_{ji} в (3) детально розглянуті в [15, 17].

ВИБІР МЕТОДУ ОПТИМІЗАЦІЇ

На основі аналізу детермінованих чисельних методів оптимізації, які можуть бути використані для вирішення сформульованої комплексної задачі, було обрано групу методів, які забезпечували в автоматичному режимі знаходження екстремуму цільової функції. Проведено оцінку можливості застосування цих методів для оперативного вибору проектних параметрів, параметрів траєкторій КО різного призначення.

Чисельні методи оптимізації належать до класу ітераційних [23], тобто породжують послідовність векторів параметрів, що оптимізуються, відповідно до запропонованого набору правил, що включає критерій закінчення пошуку екстремуму цільової функції. При заданому початковому вектору параметрів, що оптимізуються, \bar{p}_0 методи оптимізації генерують послідовність векторів $\bar{p}_0, \bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots$. Перетворення вектора параметрів, що оптимізуються, \bar{p}_j в \bar{p}_{j+1} становить ітерацію, де $j = 0, \bar{M}$,

M – граничне число ітерацій розрахунку в процесі оптимізації.

При аналізі методів оптимізації було розглянуто задачу пошуку максимуму багатоекстремальної функції

$$f(\bar{p}_{\text{opt}}) = \max_{\bar{p} \in R^n} f(\bar{p}). \quad (9)$$

Рішення задачі (9) пов'язано з формуванням послідовності векторів параметрів, що оптимізуються, $\{\bar{p}_j\}, j = 0, \bar{M}$, та які мають в разі пошуку максимуму цільової функції наступну властивість:

$$f(\bar{p}_{j+1}) > f(\bar{p}_j), j = 0, \bar{M}. \quad (10)$$

Загальне правило побудови послідовності векторів параметрів, що оптимізуються, $\{\bar{p}_j\}$ має вигляд:

$$\bar{p}_{j+1} = \bar{p}_j + \bar{t}_j \cdot \bar{d}^j, j = 0, \bar{M}, \quad (11)$$

де \bar{p}_0 – початковий вектор параметрів, що оптимізуються; \bar{t}_j – множина величин кроків за всіма параметрами, що оптимізуються. Ці кроки необхідні для перетворення вектора \bar{p}_j в вектор \bar{p}_{j+1} при забезпеченні виконання умови (10); \bar{d}^j – множина напрямків пошуку, що змінюється по черзі за всіма параметрами, що оптимізуються.

Початкове значення вектора параметрів, що оптимізуються, \bar{p}_0 задається, виходячи із заданих діапазонів його зміни і наявності апріорної інформації про положення точок екстремуму цільової функції. Величини кроків з множини \bar{t}_j – більші за нуль і обираються або з умови (10), або з умови максимуму цільової функції вздовж заданого напрямку пошуку

$$f(\bar{p}_j + \bar{t}_j \cdot \bar{d}^j) \rightarrow \max_{\bar{t}_j}. \quad (12)$$

При цьому вибір кроків \bar{t}_j з умови (12) робить оптимізацію параметрів в усіх напрямках \bar{d}^j найшвидшою.

Послідовність $\{\bar{p}_j\}$ називається максимізуємою, якщо $\lim_{j \rightarrow \infty} f(\bar{p}_j) = f(\bar{p}_{\text{opt}})$ і послідовність сходиться до максимуму цільової функції

$$f(\bar{p}_{\text{opt}}) = \max_{\bar{p} \in R^n} f(\bar{p}_j). \quad (13)$$

Аналіз розроблених детермінованих методів оптимізації [23] дозволив виділити групу методів, які, з нашої точки зору, найбільш доцільно використовувати на початковому етапі проектування КО при вирішенні в автоматичному режимі сформульованої комплексної задачі спільної оптимізації. У цю групу увійшли: градієнтні методи першого і другого порядків покоординатного спуску з почерговою зміною параметрів, що оптимізуються, метод деформованого багатогранника нульового порядку (Нелдера-Міда), метод конфігурацій нульового порядку (метод Гаука-Дживса).

Слід зазначити, що при вирішенні комплексної задачі за допомогою градієнтних методів покоординатного спуску на кожній ітерації потрібні обчислення градієнта цільової функції методом чисельного диференціювання, що значно збільшує кількість розрахунків цільової функції і, як наслідок, час пошуку оптимального рішення. Крім того, при малих кроках зміни кожного проектного параметра, градієнтний метод не завжди здатний знайти глобальний максимум, оскільки послідовність утворених методом точок може збігатися до точки локального екстремуму. При занадто великих кроках зміни кожного параметра, що оптимізується, можна «проскочити» глобальний оптимум. Результати досліджень градієнтного методу покоординатного спуску першого і другого порядків і його алгоритм розглянуто в [24, 25].

Використання детермінованого методу деформованого багатогранника нульового порядку (методу Нелдера-Міда) для оптимізації параметрів не потребує обчислення часткових похідних цільової функції за кожним параметром, що оптимізується, і це значно зменшує кількість розрахунків цільової функції та, як наслідок, зменшує час пошуку близького до оптимального рішення. Однак метод деформованого багатогранника не завжди здатний знайти глобальний максимум цільової функції, оскільки може зближувати вершини опуклого багатогранника до локального оптимуму в центрі мас багатогранника. Результати вико-

ристання методу деформованого багатогранника нульового порядку і його алгоритм описано в [25].

Застосування детермінованого методу конфігурацій нульового порядку (методу Гаука-Дживса) [25] для оптимізації параметрів, так само, як і методу Нелдера-Міда, не потребує обчислення часткових похідних цільової функції за кожним параметром, що оптимізується. У методі Гаука-Дживса можна задавати невеликі кроки зміни кожного параметра, що оптимізується, при досліджуваному пошуку і при цьому не надто малу величину прискорюючого множника для пошуку за зразком, що дає можливість, за рахунок збільшення кількості етапів пошуку, не «проскочити» глобальний оптимум і не утворити послідовність точок, що збігаються до точки локального оптимуму. Метод конфігурацій нульового порядку є комбінацією досліджуваного пошуку, коли по черзі змінюються параметри, що оптимізуються, в різних напрямках, і прискорюючого пошуку за зразком [23]. Досліджуваний пошук орієнтовано на виявлення локальної поведінки цільової функції і визначення напрямку зростання цільової функції вздовж «ярів». Отримана інформація використовується далі для пошуку за зразком при русі вздовж «ярів».

Досліджуваний пошук починається із заданого початкового вектора параметрів, що оптимізуються, і який називається старим базисом. Далі формуються величини кроків, які різні для кожного параметра, що оптимізується, (компонента вектора \vec{p}), і є змінними в процесі пошуку. По черзі обирається один з параметрів, що оптимізується, і робиться крок у бік його збільшення. Якщо значення цільової функції в отриманій пробній точці є більшим за значення цільової функції в початковій точці, то крок вважається вдалим. Далі змінюваний параметр повертається в попередню точку і здійснюється крок в протилежному напрямку з подальшою перевіркою поведінки цільової функції. Якщо значення цільової функції в одній з отриманих пробних точках є більшим, ніж

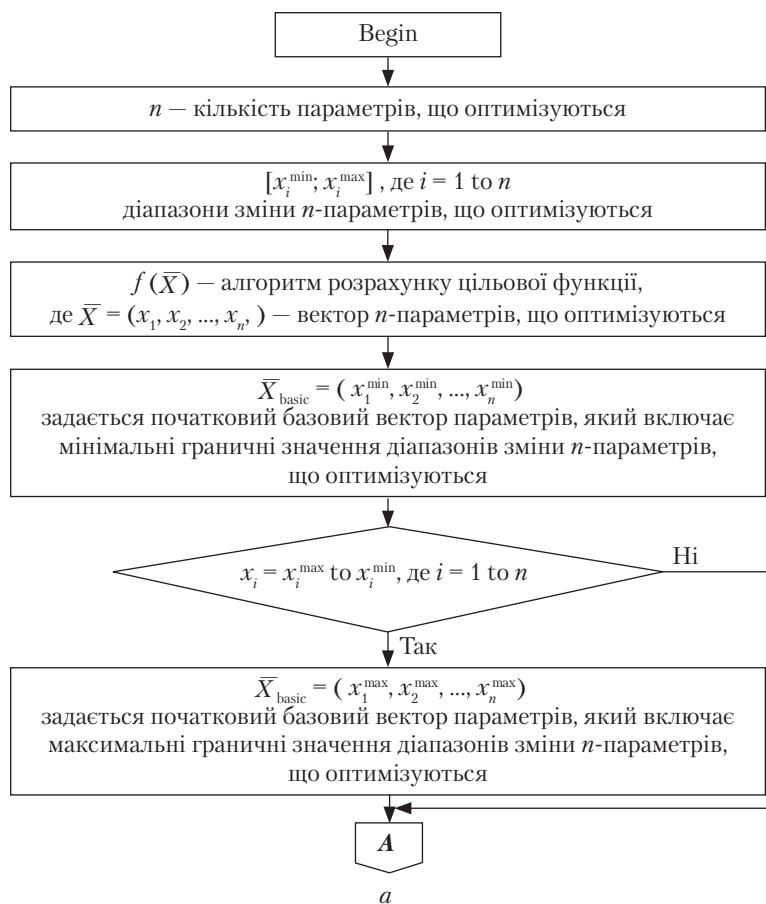


Рис. 2. Блок-схема алгоритму методу конфігурацій Гук-Дживса: *a* – перша частина блок-схеми, де задаються діапазони зміни параметрів та початковий базовий вектор параметрів, що оптимізуються, алгоритм розрахунку цільової функції; *b* – друга частина блок-схеми, де задаються необхідні константи методу та початкові кроки за параметрами, що оптимізуються; *v* – третя частина блок-схеми, де реалізовано досліджуваний пошук за кожним параметром, що оптимізується; *z* – четверта частина, де реалізовано пошук за зразком за кожним параметром, що оптимізується, та в кінці блок-схеми – визначення вектора оптимізовуваних параметрів, що забезпечує максимальне значення цільової функції (див. так само с. 62–64)

значення цільової функції в початковій точці даного параметра, що оптимізується, то крок за цим параметром вважається вдалим. Після почергового перебору всіх параметрів, що оптимізуються, досліджуваний пошук завершується. Отриманий вектор параметрів, що оптимізуються, \bar{p} називається новим базисом. Після досліджуваного пошуку здійснюється пошук за зразком, який полягає в русі у напрямку від старого до нового базису. При цьому задається величина прискорюючого множника $\lambda > 0$. Успіх пошуку нового вектора параметрів, що оп-

тимізуються, за зразком визначається за допомогою проведення досліджуваного пошуку з отриманого нового вектора параметрів, що оптимізуються, \bar{p} . Якщо при цьому значення цільової функції в знайденій за допомогою досліджуваного пошуку найкращій точці нового значення вектора \bar{p} є більшим, ніж значення цільової функції в точці попереднього (старого) базису, то пошук за зразком вдалий. Якщо пошук за зразком невдалий, то здійснюють повернення вектора параметрів, що оптимізуються, в старий базис, де триває досліджува-

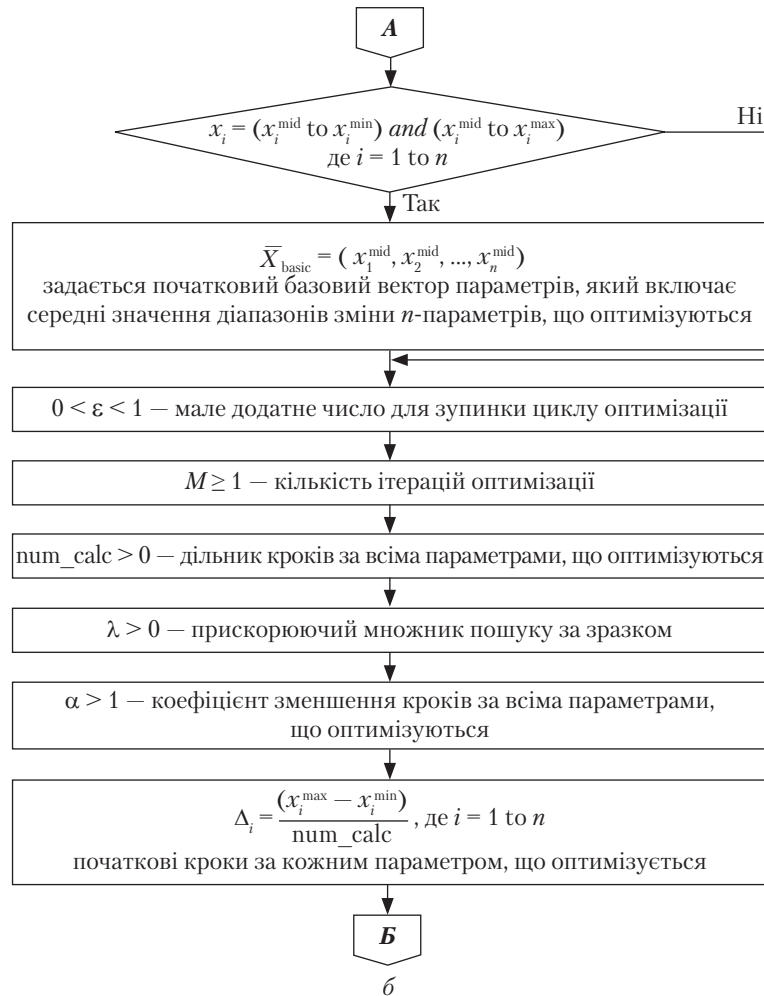


Рис. 2. Продовження

ний пошук зі зменшеними кроками за кожним параметром, що оптимізується. Пошук оптимального рішення закінчується, коли всі поточні величини кроків за кожним параметром, що оптимізується, стануть меншими деякої малої заданої величини $0 < \varepsilon < 1$.

Як показали результати проведених досліджень [24, 25], за однаковий час роботи розглянутих алгоритмів оптимізації в автоматичному режимі найвище значення цільової функції отримано методом конфігурацій нульового порядку (методом Гаука-Дживса), що робить доцільним його використання для оперативного вирішення розв'язуваної комплексної задачі оптимізації параметрів КО.

На рис. 2 наведено блок-схему алгоритму методу конфігурацій (Гаука-Дживса), який було використано в ілюстративному прикладі при оптимізації проектних параметрів, параметрів траєкторії та основних характеристик КО.

З метою практичного застосування запропонованого методу з використанням методу конфігурацій нульового порядку (методу Гаука-Дживса) проведено оптимізацію вектора \bar{p} , компоненти якого, як уже зазначалося раніше, охоплювали основні проектні параметри КО і параметри траєкторії. Як КО розглядався одноступінчатий керований об'єкт зі стартовою масою $m_0 = 800$ кг і масою ГЧ $m_{ГЧ} = 220$ кг. Параметри, що оптимізувалися, (вектор \bar{p}) виби-

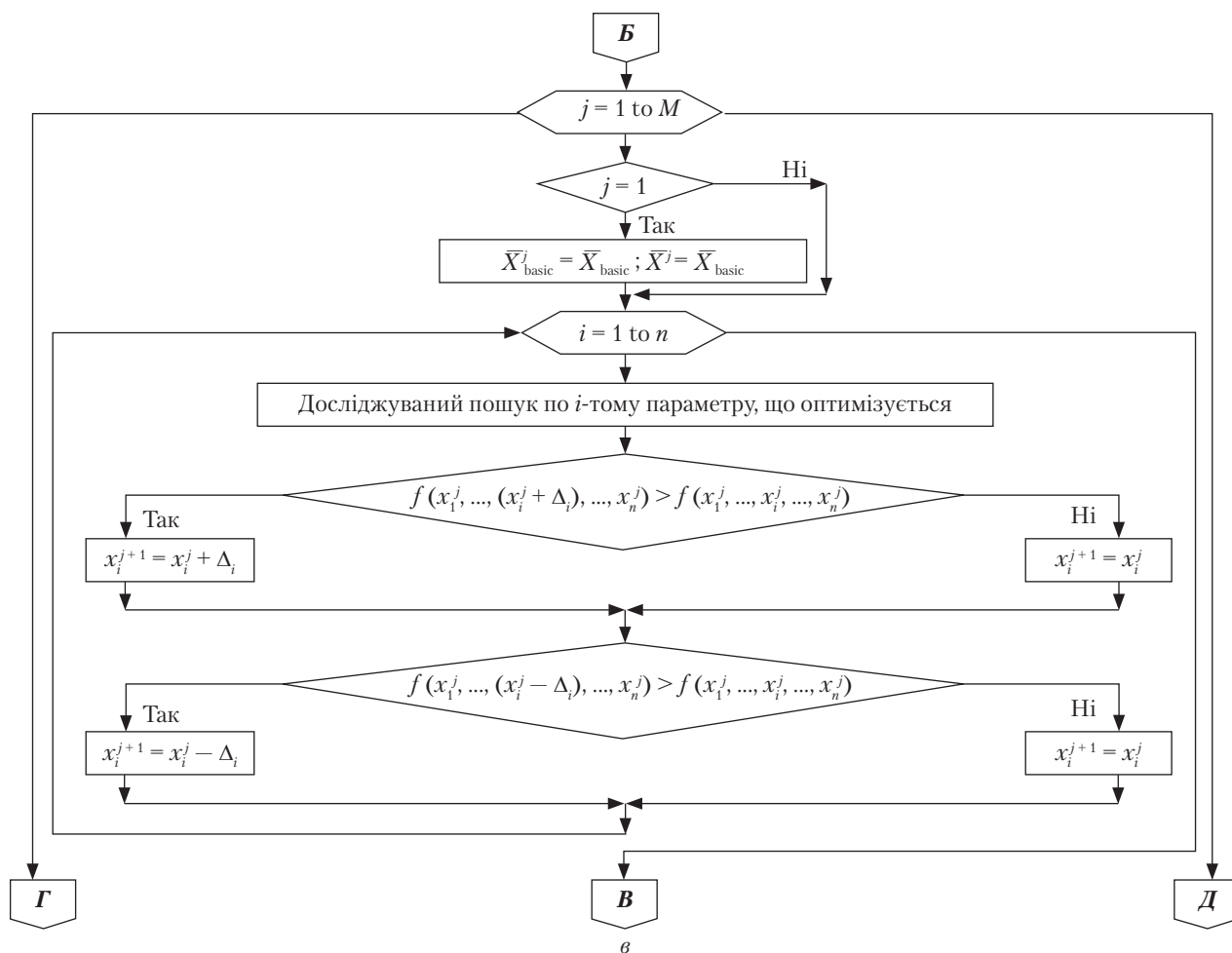


Рис. 2. Продовження

ралися з умови максимуму цільової функції дальності польоту $L = L(\bar{p}, \bar{x})$, на яку потрібно доправити необхідну масу ГЧ.

Як силову установку на КО було використано РДТП з умовним ТРП. У розрахунках застосовано показникову залежність швидкості горіння ТРП від тиску, яка визначається співвідношенням [20, 21]:

$$u = u_1 \cdot (p_k)^v, \quad (14)$$

де p_k – тиск в камері згоряння маршового РДТП [кгс/см²]; u_1 [м/с], v – параметри, що визначають залежність швидкості горіння ТРП від тиску в камері згоряння РДТП.

Аеродинамічна схема КО сформована з головної частини, що являє собою поєднання

оживальної (обтічна тривимірна форма проміжна між конусом і еліпсоїдом) і циліндричної форм, циліндричної частини, що містить перехідний і хвостовий відсіки та корпус камери згоряння маршового РДТП. На хвостовому відсіці розташовано аеродинамічні керма, щоб забезпечити керування ракетним об'єктом в польоті. Повна довжина ГЧ прийнята рівною $L_{ГЧ} = 1,7$ м, довжина оживальної частини ГЧ $L_{ож} = 0,5$ м, довжина циліндричної частини ГЧ $L_{ц} = 1,2$ м. Камеру згоряння РДТП, перехідний і хвостовий відсіки КО виконано зі сталі. Діаметр циліндричної частини корпусу КО прийнято рівним $D_{ypo} = 0,35$ м.

Як основні проектні параметри КО, що оптимізуються, розглядалися такі параметри:

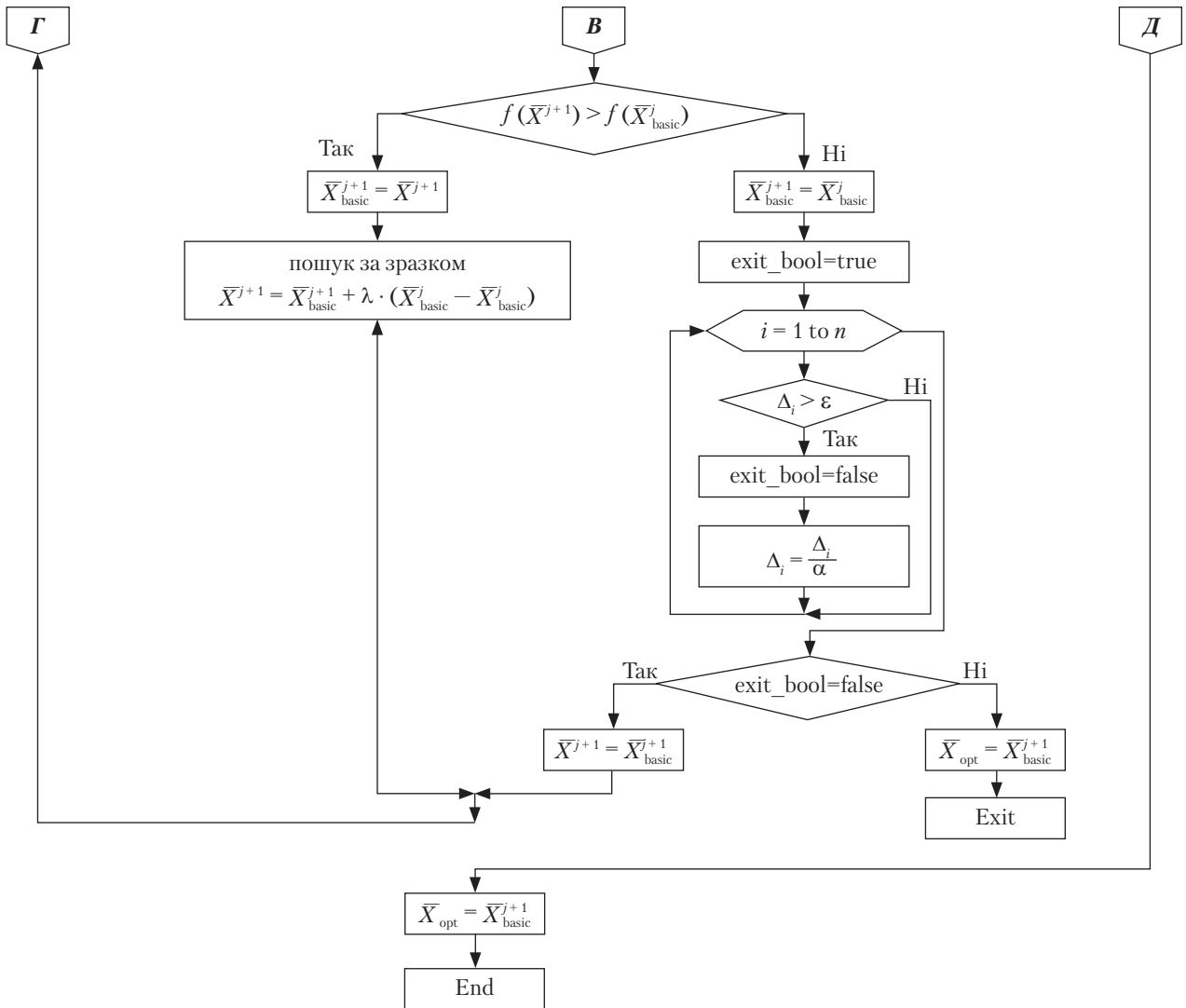


Рис. 2. Закінчення

коефіцієнт початкової тягоозброєності КО в порожнечі v_p , середнє значення тиску в камері згоряння маршового РДТП на основному режимі роботи p_k , діаметр зрізу сопла маршового РДТП D_a .

Повний запас палива маршового РДТП m_{Σ}^{Σ} і проектний параметр КО μ_k обчислювали для заданих стартової маси КО m_0^{mp} і маси ГЧ $m_{ГЧ}^{mp}$ залежно від значень основних проектних параметрів КО v_p, p_k і D_a , та характеристик умовного ТРП.

Як параметри траєкторії КО, що оптимізуються, розглядали наступні показники: в разі застосування вертикального старту КО – тривалість вертикальної ділянки польоту t_{vert} ; в разі застосування похилого старту – кут нахилу КО в момент старту φ_{cm} . Крім цих параметрів, які визначаються видом старту, також оптимізувалися: кут тангажа в кінці активної ділянки траєкторії φ_{AUT} , тривалість виходу на нульовий кут атаки після активної ділянки траєкторії t_{PUT1} , постійне значення кута атаки α_{const} на од-

Таблиця 1. Вихідні дані, які не змінюються в процесі оптимізації

Параметр	Значення	Характеристика
m_0 , кг	800,0	Стартова маса КО
$m_{ГЧ}$, кг	220,0	Маса головної частини
$D_{УРО}$, м	0,35	Діаметр циліндричної частини КО
$L_{ГЧ}$, м	1,7	Повна довжина головної частини КО

Таблиця 2. Діапазони змін параметрів, що оптимізуються

Параметр	Значення		Примітка
	min	max	
v_p , [—]	0,07	0,11	Коефіцієнт початкової тягоозброєності
μk , [—]	0,3	0,5	Відносна кінцева маса
pk , кгс/см ²	65,0	95,0	Тиск в камері згоряння РДТП
D_a , м	0,30	0,34	Діаметр зрізу сопла РДТП
t_{vert} , с	2,0	5,0	Тривалість вертикальної ділянки польоту
$\phi_{ст}$, град.	60,0	80,0	Кут нахилу КО при похилому старті
ϕ_{AUT} , град.	35,0	60,0	Кут тангажа в кінці АДТ
t_{PUT1} , с	2,0	90,0	Тривалість виходу на кут атаки $\alpha = 0,0^\circ$
α_{const} , град.	5,0	15,0	Кут атаки на одній з ПДТ
t_{PUT3} , с	3,0	10,0	Тривалість виходу на кут атаки $\alpha = \alpha_{const}$

ній з пасивних ділянок при використанні одного з варіантів балістичної траєкторії, тривалість виходу t_{PUT3} на кут атаки $\alpha = \alpha_{const}$ після досягнення КО максимальної висоти польоту.

Оптимізація вектора параметрів \bar{p} здійснювалася для двох варіантів траєкторій:

- ♦ політ з нульовим кутом атаки після досягнення максимальної висоти;
- ♦ політ з ненульовим кутом атаки $\alpha = \alpha_{const}$ після досягнення максимальної висоти.

Розрахунки виконували як для похилого, так і вертикального видів старту КО.

Початкові дані варіантів КО, що не змінюються в процесі оптимізації проектних параметрів, параметрів траєкторії, наведено в табл. 1, а діапазони змін параметрів, що оптимізуються — в табл. 2.

Таблиця 3. Оптимальні проєктні параметри КО

Параметр	Значення	Характеристика
v_p , [—]	0,11	Коефіцієнт початкової тягоозброєності
μk , [—]	0,486582	Відносна кінцева маса КО
pk , кгс/см ²	70,46875	Тиск в камері згоряння маршового РДТП
D_a , м	0,3025	Діаметр зрізу сопла маршового РДТП

Таблиця 4. Оптимальні параметри для двох типів траєкторій КО

Параметр траєкторії	Значення			
	$\alpha_{Hmax} = 0,0^\circ$		$\alpha_{Hmax} = \alpha_{const} = 14,53^\circ$	
	Вид старту		Вид старту	
	вертикальний	похилий	вертикальний	похилий
L , км	144,349	151,521	201,859	210,192
t_{vert} , с	2,0	0,0	2,0	0,0
ϕ_{cm} , град.	90,0	74,38	90,0	73,75
ϕ_{AUT} , град.	52,97	52,58	51,02	51,02
t_{PUT1} , с	70,28	72,06	68,5	78,0
H_{max} , км	55,253	55,087	51,825	52,002
t_{PUT3} , с	0,0	0,0	3,0	3,0

Таблиця 5. Вихідні дані, які не змінюються в процесі оптимізації

Характеристика	Значення	Примітка
$P_{пуст}$, кгс	7272,7	Тяга РДТП в порожнечі на основному режимі роботи
m_c , кг/с	26,067	Секундна масова витрата продуктів згоряння
$t\Sigma$, с	16,52	Повний час роботи маршового РДТП
d_{kr} , м	0,091	Діаметр критичного зрізу сопла маршового РДТП
m_m^Σ , кг	410,73	Повний запас палива маршового РДТП
m_{RDTP}^Σ , кг	489,54	Сумарна маса маршового РДТП
L_{RDTP}^Σ , м	3,546	Повна довжина маршового РДТП
$L_{УРО}$, м	5,334	Повна довжина КО

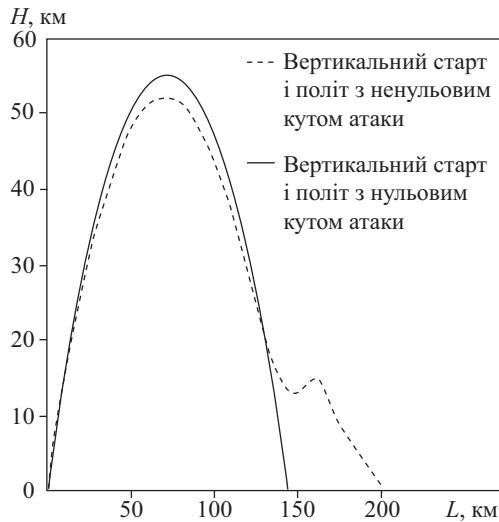


Рис. 3. Траєкторія польоту з $\alpha_{H_{max}} = 0,0^\circ$ і $\alpha_{H_{max}} = 14,53^\circ$ після досягнення максимальної висоти при вертикальному старті

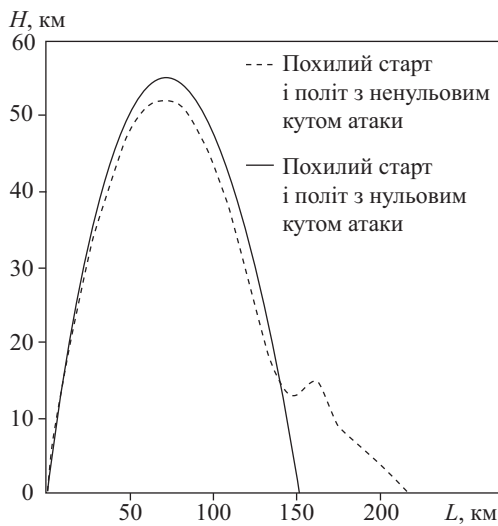


Рис. 4. Траєкторія польоту з $\alpha_{H_{max}} = 0,0^\circ$ і $\alpha_{H_{max}} = 14,53^\circ$ після досягнення максимальної висоти при похилому старті

В результаті виконаної оптимізації оптимальні значення основних проектних параметрів, що характеризують КО, вийшли однакоvими для розглянутих двох типів балістичної траєкторії. Різні види стартів (вертикальний і похилий) також не вплинули на оптимальні значення основних проектних параметрів КО. Тип балістичної траєкторії і вид старту КО

вплинули лише на параметри траєкторії, що оптимізувалися. Результати оптимізації основних проектних параметрів КО показано в табл. 3.

Результати оптимізації параметрів для різних типів балістичної траєкторії з нульовим кутом атаки $\alpha_{H_{max}} = 0,0^\circ$ і з кутом атаки $\alpha_{H_{max}} = \alpha_{const}$ після досягнення максимальної висоти польоту відображено в табл. 4.

Основні характеристики КО, отримані в результаті оптимізації параметрів, наведено в табл. 5.

На рис. 3 для вертикального виду старту зображено залежності висоти H від дальності польоту КО L для двох типів балістичних траєкторій з $\alpha_{H_{max}} = 0,0^\circ$ після досягнення максимальної висоти і з $\alpha_{H_{max}} = 14,53^\circ$ після досягнення максимальної висоти.

На рис. 4 для похилого виду старту наведено аналогічні залежності висоти H від дальності польоту КО L для двох типів балістичних траєкторій з $\alpha_{H_{max}} = 0,0^\circ$ після досягнення максимальної висоти і з $\alpha_{H_{max}} = 14,53^\circ$ після досягнення максимальної висоти.

Як показали результати досліджень, тип використаної балістичної траєкторії і вид старту КО істотно впливають на цільову функцію — дальність польоту L . Так, в разі застосування вертикального старту дальність польоту для траєкторії з $\alpha_{H_{max}} = 0,0^\circ$ після досягнення максимальної висоти \sim на 57,5 км менша, ніж дальність польоту з $\alpha_{H_{max}} = 14,53^\circ$. У разі застосування похилого старту виграш в дальності складає біля 58,7 км.

Вибір похилого старту КО порівняно з вертикальним стартом забезпечує виграш в дальності \sim на 7,2 км для траєкторії з $\alpha_{H_{max}} = 0,0^\circ$ після досягнення максимальної висоти та приблизно на 8,3 км з $\alpha_{H_{max}} = 14,53^\circ$.

Оскільки зміни зазначених параметрів, що оптимізуються, в розглянутих діапазонах їх значень істотно впливають на цільову функцію, то оптимізація цих параметрів для конкретних цільових задач є необхідним етапом процесу проектування КО.

Запропоновані комплексна задача і метод оптимізації параметрів КО, параметрів траєк-

торії і програм керування можуть бути використані без істотних доробок при проектуванні КО різних класів.

Таким чином, сформульовано комплексну задачу оптимізації проектних параметрів, програм керування і основних характеристик КО; представлено структуру математичної моделі КО і алгоритм розрахунку цільової функції для визначення на початковому етапі проектування габаритно-масових, енергетичних, аеродинамічних і балістичних характеристик керованого об'єкта. З використанням комп'ютерних технологій розроблено прикладні програми для подання в зручній для користувача

графічній формі результатів досліджень. Проведено апробацію розробленого методичного забезпечення на прикладі рішення проектної задачі стосовно КО, що здійснює рух за двома типами балістичних траєкторій.

Показано доцільність застосування при вирішенні задачі методу конфігурацій нульового порядку (методу Гука-Дживса), який не потребує розрахунку часткових похідних цільової функції дальності польоту за оптимізованими параметрами, що дозволяє істотно скоротити час пошуку оптимального рішення комплексної задачі оптимізації проектних параметрів, програм керування і основних характеристик КО.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Дегтярев А.В. Ракетная техника проблемы и перспективы. *Избранные научно-технические публикации*. Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2014. 420 с.
2. Мишин В.П., Безвербый В.К., Панкратов Б.М., Шеверов Д.Н. *Основы проектирования летательных аппаратов (транспортные системы)*. Учебник для технических вузов. Москва: Машиностроение, 1985. 360 с.
3. Шеверов Д.Н. *Проектирование беспилотных летательных аппаратов*. Москва: Машиностроение, 1978. 264 с.
4. Синюков А.М., Волков Л.И., Львов А.И., Шишкевич А.М. *Баллистическая ракета на твердом топливе*. Москва: Воениздат, 1972. 511 с.
5. Варфоломеев В. И. *Проектирование и испытание баллистических ракет*. Москва: Воениздат, 1970. 392 с.
6. Виноградов В.А., Грущанский В.А., Довгодуш С.И., Ильичев А. В. *Эффективность сложных систем. Динамические модели*. Москва: Наука, 1989. 285 с.
7. Ильичев А.В., Волков В.Д., Грущанский В.А. *Эффективность проектируемых элементов сложных систем*. Москва: Высшая школа, 1982. 280 с.
8. Кротов В.Ф., Гурман В.И. *Методы и задачи оптимального управления*. Москва: Наука, 1973. 446 с.
9. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. *Математическая теория оптимальных процессов*. Москва: Наука, 1969. 385 с.
10. Тарасов Е.В. *Алгоритм оптимального проектирования летательного аппарата*. Москва: Машиностроение, 1970. 364 с.
11. Алпатов А.П., Сенькин В.С. Комплексная задача оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением ракет космического назначения. *Техническая механика*. 2011. № 4. С. 98–113.
12. Алпатов А.П., Сенькин В.С. Методическое обеспечение для выбора облика, оптимизации проектных параметров и программ управления полетом ракеты-носителя. *Техническая механика*. 2013. № 4. С. 146–161.
13. Сенькин В.С. Оптимизация проектных параметров ракеты-носителя сверхлегкого класса. *Техническая механика*. 2009. № 1. С. 80–88.
14. Аксененко А.В., Баранов Е.Ю., Гурский А.И., Клочков А.С., Морозов А.С., Алпатов А.П., Сенькин В.С., Сюткина-Доронина С.В. Методическое обеспечение для оптимизации на начальном этапе проектирования проектных параметров, параметров траектории и программ управления движением ракетного объекта. *Космическая техника. Ракетное вооружение*. 2018. № 2 (116). С. 101–116.
15. Сюткина-Доронина С.В. К вопросу оптимизации проектных параметров и программ управления ракетного объекта с ракетным двигателем на твердом топливе. *Авиационно-космическая техника и технология*. 2017. № 2 (137). С. 44–59.
16. Сенькин В.С. Комплексная задача оптимизации проектных параметров и программ управления твердотопливной ракеты-носителя сверхлегкого класса. *Техническая механика*. 2012. № 2. С. 106–121.
17. Сенькин В.С. К выбору программ управления движением ракетного объекта по баллистической траектории. *Техническая механика*. 2018. № 1. С. 48–59.

18. Лебедев А.А., Герасюта Н.Ф. *Баллистика ракет*. Москва: Машиностроение, 1970. 244 с.
19. Разумев В.Ф., Ковалев Б.К. *Основы проектирования баллистических ракет на твёрдом топливе*. Москва: Машиностроение, 1976. 356 с.
20. Ерохин Б.Т. *Теоретические основы проектирования РДТТ*. Москва: Машиностроение, 1982. 206 с.
21. Абугов Д.И., Бобылев В.М. *Теория и расчет ракетных двигателей твердого топлива*. Москва: Машиностроение, 1987. 272 с.
22. Шишков А.А. *Газодинамика пороховых ракетных двигателей*. Москва: Машиностроение, 1974. 156 с.
23. Пантелеев А.В., Летова Т.А. *Методы оптимизации в примерах и задачах*. Москва: Высш. шк., 2005. 544 с.
24. Сенькин В.С., Сюткина-Доронина С.В. Совместное применение методов случайного поиска с градиентными методами оптимизации проектных параметров и программ управления ракетным объектом. *Техническая механика*. 2018. № 2. С. 44–59.
25. Сенькин В.С., Сюткина-Доронина С.В. К выбору методов, используемых при оптимизации проектных параметров и программ управления ракетным объектом. *Техническая механика*. 2019. № 1. С. 3–17.

Стаття надійшла до редакції / Received 17.07.19

Статтю прорецензовано / Revised 21.10.19

Статтю підписано до друку / Accepted 28.10.19

Senkin, V.S. , and Syutkina-Doronina, S.V.

Institute of Technical Mechanics, the NAS of Ukraine and
the State Space Agency of Ukraine,
15, Leshko-Popel St., Dnipro, 49005, Ukraine,
+380 56 372 0640, +380 56 372 0640, office.itm@nas.gov.ua

CHOICE OF THE PARAMETER OPTIMIZATION METHOD FOR A GUIDED MISSILE

Introduction. The design of guided missiles is connected with high costs of material and financial resources. The need to reduce them at the initial design phase of guided missiles imposes stringent requirements to formalization of design problems, the solution methods, the adequacy of mathematical models employed and the quality of design solutions.

Problem Statement. One of the design problems for guided missiles is to develop methodology for optimization of design parameters and motion control programs of guided missiles.

Purpose. The aim of the article is to develop methodology to optimization of design parameters and control programs, as well as the formalization of problem and the choice of method to optimize the characteristics of guided missiles capable of flying along different trajectories.

Materials and Methods. Deterministic optimization methods are used to solve the problem of nonlinear mathematical programming with limitations in form of equality, inequality and differential constraints.

Results. The application programs have been developed to solve the optimization problem for single-stage guided missile with solid rocket motors. The developed methodology has been tested by solving design problem of hypothetical guided missile with a starting weight of 300 kg that is capable of flying along a ballistic trajectory for vertical and oblique types of start. The use of the Hooke-Jeeves zero-order pattern search, which does not use the calculation of partial derivatives of the objective function by optimization parameters, which most reduces the search time of the optimal solution of the complex problem, was shown to be expedient.

Conclusion. The developed methodology allows one to determine, to the accuracy required in design studies, the flight control programs optimal in a given class of functions and advisable values of the design parameters and basic characteristics for guided missiles.

Keywords: guided missile, mathematical model, design parameters, trajectory parameters, motion control programs, optimization, initial design phase, and solid rocket motors.