

## ПІДХІД ДО РОЗРОБЛЕННЯ, ВДОСКОНАЛЕННЯ ТА МОДИФІКАЦІЇ БАГАТОКРИТЕРІЙНИХ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

**Анотація.** Наведено підхід до розроблення, вдосконалення та модифікації багатокритерійних методів, які використовуються під час дослідження складних систем. Цей підхід ґрунтується на типовій схемі багатокритерійного методу прийняття рішення, внесення змін до етапів якої дає змогу модифікувати та вдосконалювати наявні методи, а також розробляти нові. Можливість практичного використання запропонованого підходу проілюстровано конкретним прикладом розроблення нового методу, роботоздатність якого підтверджено відповідними розрахунками.

**Ключові слова:** альтернатива, багатокритерійне прийняття рішень, метод формування ядра, метод ранжування.

### ВСТУП

У дослідженнях складних систем досить широко використовуються багатокритерійні методи прийняття рішень, які ґрунтуються на порівнянні альтернатив. У роботі [1] показано, що для забезпечення обґрунтованості рішень, які приймаються згідно з таким підходом, зазначені методи потрібно застосовувати у кількості, яка достатньою мірою гарантує повноту порівняння розглядуваних альтернатив. Слід зауважити, що нині існує значна кількість багатокритерійних методів прийняття рішень. Досі не розв'язано проблему вибору методу (множини методів) для проведення конкретного дослідження внаслідок різноманіття підходів, покладених в основу таких методів, та відсутності об'єктивних критеріїв, згідно з якими можна було б довести перевагу одного методу над іншим.

Водночас усвідомлений вибір передбачає можливість надати змістовну інтерпретацію кожного етапу розглядуваного методу та оцінити його вплив на отримувані кінцеві результати порівняння альтернатив. До того ж, це дає змогу не лише обрати найбільш доцільний метод з-поміж наявних, але й у разі потреби запропонувати підходи до розвитку багатокритерійних методів з урахуванням особливостей задач, що розв'язуються, або використовуваних методів (як це запропоновано, наприклад, у [2, 3]).

### ЗАГАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО БАГАТОКРИТЕРІЙНОГО ПОРІВНЯННЯ АЛЬТЕРНАТИВ

Зазвичай задачу багатокритерійного прийняття рішення розв'язують аби надати особі, яка приймає рішення (ОПР), деякі пропозиції у вигляді обмеженої кількості альтернатив, з-поміж яких вона зможе зробити остаточний вибір відповідно до особливостей конкретної ситуації. Ці пропозиції містять раціональні (за деякими критеріями) альтернативи, обрані з вихідної множини попередньо сформованих та проаналізованих. Зробити такий вибір можна за допомогою багатокритерійних методів прийняття рішення. При цьому в основу різних методів покладено різні підходи до порівняння альтернатив.

Розглянемо гіпотетичну ситуацію, коли потрібно порівняти дві альтернативи  $A$  та  $B$ , що характеризуються двома показниками  $x$  та  $y$ , які повинні досягати максимуму, та вираженими, наприклад, функціями корисності. На рис. 1 зображено координати точок, які характеризують альтернативи  $A$  та  $B$ , а також типові точки, відносно яких вони можуть бути порівнянними.

З рис. 1 видно, що альтернативи можуть бути порівнянними: з абсолютним найкращим еталоном  $P_1(1, 1)$ ; з відносним найкращим еталоном  $P_2(x_B, y_A)$ , сформованим найкращими значеннями наявних альтернатив; з абсолютним

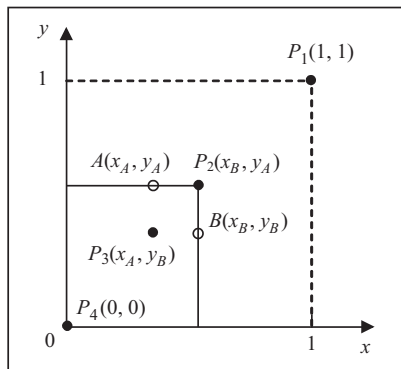


Рис. 1. Розташування типових точок, відносно яких можуть бути порівняні альтернативи

найгіршим еталоном  $P_4(0, 0)$ ; з відносним найгіршим еталоном  $P_3(x_A, y_B)$ ; з двома еталономі  $P_2(x_B, y_A)$  та  $P_3(x_A, y_B)$ , а також між собою ( $A$  з  $B$  та навпаки).

Таким чином, використовуючи різні підходи до порівняння альтернатив, можна отримати різні багатокритерійні методи.

#### ТИПОВА СХЕМА БАГАТОКРИТЕРІЙНОГО МЕТОДУ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ

Аналіз низки багатокритерійних методів, зокрема, TOPSIS [4], ELECTRE II [5], Харингтона [6], таксономії [7], ARAS [8], WS [9], SAW [10], WASPAS [11], PROMETHEE [12], TODIM [13], VIKOR [14], MOORA [15], COPRAS [16], OCRA [17], показав, що їхня

структура відповідає типовій схемі, наведеній на рис. 2. При цьому в деяких методах окремі етапи можуть бути відсутніми, а в деяких — об'єднаними в одну розрахункову залежність.

Аналіз схеми, наведеної на рис. 2, свідчить, що ці методи можна поділити на дві групи, які відрізняються отримуваним результатом. При цьому одна група методів забезпечує отримання пріоритетного ряду альтернатив, у якому вони впорядковані відповідно до значень деякого узагальненого показника переваги, а інша група спрямована на зменшення вихідної множини альтернатив шляхом вилучення з неї безперспективних для подальшого аналізу. Ядро, отримуване за результатами розрахунків, може містити одну (найкращу) альтернативу або декілька альтернатив, які є непорівнянними за обраними критеріями.

Зазначені групи методів дають змогу розв'язати дві різні задачі прийняття рішення, які є однаковими за постановочною частиною.

Нехай є множина альтернативних варіантів деякої системи, кожний з яких характеризується множиною показників, за якими оцінюється її функціонування. Множина показників задається матрицею  $[E_{ij}]$ ,  $i=1, \dots, n$ ,  $j=1, \dots, m$ , де  $n$  — кількість варіантів системи, що підлягають порівнянню,  $m$  — кількість показників, за якими оцінюється ефективність функціонування системи. Крім того, є множина вагових коефіцієнтів  $[w_j]$ ,  $j=1, \dots, m$ , елементи якої характеризують важливість кожного з показників. Також для кожного показника визначено критерій його оптимізації (на максимум або мінімум).

Однак цільова частина цих задач суттєво різниться: для першої групи вона передбачає побудову пріоритетного ряду альтернатив, а для другої — зменшення вихідної множини альтернатив шляхом виділення з неї деякого ядра.

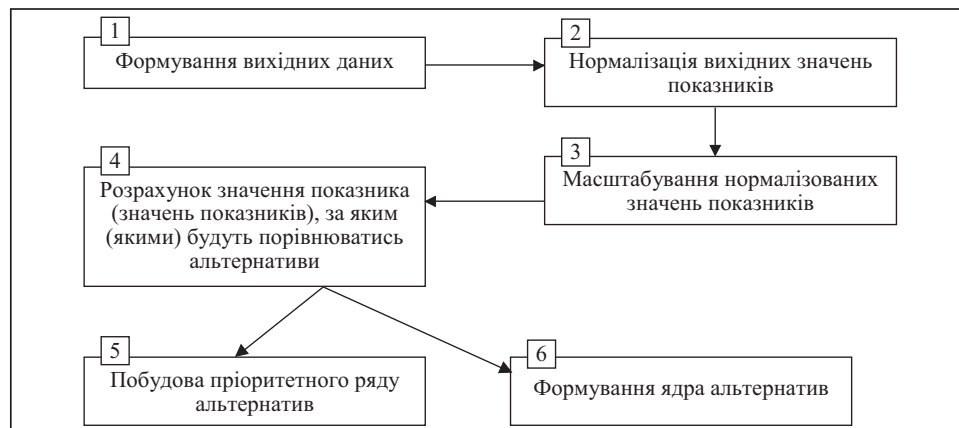


Рис. 2. Типова схема багатокритерійного методу прийняття рішення

## ОПИС ПІДХОДУ ДО РОЗРОБЛЕННЯ, ВДОСКОНАЛЕННЯ ТА МОДИФІКАЦІЇ БАГАТОКРИТЕРІЙНИХ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ

В основу пропонованого підходу покладено аналіз особливостей реалізації розрахункових складових типової схеми багатокритерійного методу прийняття рішення, наведеної на рис. 2.

Особливість реалізації методів проявляється вже у блоці 2 під час нормалізації вихідних значень показників з метою приведення їх до сумірності. Вона полягає в різному характері відображення простору вихідних (натуральних) значень показників на простір розрахункових показників (рис. 3).

Варіант «Без перетворення» використовується тоді, коли вихідні дані вже є сумірними або коли метод оперує натуральними значеннями показників як, наприклад, у принципі Парето.

Формальне відображення є суто математичною процедурою (табл. 1), обґрунтування вибору якого є досить проблематичним. У загальному випадку різні відображення можуть призводити до отримання різних результатів. Використання функцій бажаності (корисності) передбачає відповідні консультації з ОПР або використання їхніх типових залежностей. Масштабування (блок 3 на рис. 2) здійснюється з метою врахування важливості показників і використовується тоді, коли коефіцієнти важливості показників є різними. Розрахунок значення показника (значень показників), за яким (якими) будуть порівнюватись альтернативи, (блок 4 на рис. 2) є підготовчим етапом та характеризує розташування альтернатив відносно обраних еталонів (див. рис. 1). Типові показники та формули їхнього розрахунку наведено в табл. 2. Останнім етапом є отримання результатів розв'язання задачі прийняття рішень.

З аналізу табл. 2 видно, що методи прийняття рішень можна поділити на дві групи за кількістю часткових критеріїв, які враховуються під час порівняння альтернатив. До першої групи увійдуть однокритерійні методи, наприклад, SAW і таксономія, а до другої — двокритерійні, наприклад, VIKOR та COPRAS.

У випадку застосування методів ранжування (блок 5 на рис. 2) здійснюється побудова пріоритетного ряду альтернатив з використанням узагальненого показника переваги. Для однокритерійних методів використовується частковий показник, який і є узагальненим. Для двокритерійних методів два часткових показники згортаються в один узагальнений, щодо якого формулюється відповідний критерій переваги. Наприклад, у методі TOPSIS такий узагальнений показник для кожної альтернативи має вигляд

$$C_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}, i = 1, \dots, n.$$



Рис. 3. Види відображення простору вихідних показників на простір розрахункових показників

**Таблиця 1.** Типові залежності, за якими здійснюється формальна нормалізація вихідних значень показників

Назва методу	Залежності для показників, які потребують максимізації	Залежності для показників, які потребують мінімізації	Примітка
ARAS	$e_{ij} = E_{ij} / \sum_i E_{ij}$	$r_{ij} = 1 / E_{ij}, e_{ij} = r_{ij} / \sum_i r_{ij}$	Після нормалізації всі показники потребуватимуть максимізації
WS	$e_{ij} = \frac{E_{ij} - \min_{i=1, \dots, n} (E_{ij})}{\max_{i=1, \dots, n} (E_{ij}) - \min_{i=1, \dots, n} (E_{ij})}$	$e_{ij} = \frac{\max_{i=1, \dots, n} (E_{ij}) - E_{ij}}{\max_{i=1, \dots, n} (E_{ij}) - \min_{i=1, \dots, n} (E_{ij})}$	
SAW	$e_{ij} = \frac{E_{ij}}{\max_{i=1, \dots, n} (E_{ij})}$	$e_{ij} = \frac{\min_{i=1, \dots, n} (E_{ij})}{E_{ij}}$	
TODIM	$e_{ij} = \frac{E_{ij}}{\sum_{i=1}^n E_{ij}}$	$p_{ij}^1 = \frac{E_{ij}}{\sum_{i=1}^n E_{ij}}, p_{ij}^2 = \frac{\min_{i=1, \dots, n} p_{ij}^1}{p_{ij}^1},$ $e_{ij} = p_{ij}^2 / \sum_{i=1}^n p_{ij}^2$	
Таксономія	$e_{ij} = \frac{E_{ij} - E_{jcp}}{S_j}, E_{jcp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_{ij}, S_j = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (E_{ij} - E_{jcp})^2 \right]^{1/2}$		—
TOPSIS	$e_{ij} = E_{ij} / \sqrt{\sum_i E_{ij}^2}$		—
COPRAS	$e_{ij} = E_{ij} / \sum_i E_{ij}$		—

При цьому відповідно до критерію порівняння методу TOPSIS кращою буде та альтернатива, для якої значення  $C_i^*$  буде меншим. Тому пріоритетний ряд формується у порядку збільшення  $C_i^*$ , а найкращою буде перша альтернатива в ньому.

Для формування ядра альтернатив (блок 6 на рис. 2) використовують методи формування ядра, які ґрунтуються на аналізі часткових показників відповідно до визначених правил домінування. Прикладом такого підходу є реалізація принципу Парето.

Таким чином, можна зробити висновок, що сучасні багатокритерійні методи прийняття рішень різняться за способами реалізації окремих складових (етапів) типової схеми, наведеної на рис. 2. Її аналіз свідчить, що підхід до розроблення, вдосконалення та модифікації багатокритерійних методів можна реалізувати у таких напрямках: внесення змін у розрахункові залежності або правила, використовувані в межах окремого етапу (блоку) деякого методу; перенесення перспективних ідей та підходів з одного методу до іншого; комбінювання етапів (блоків) з різних методів; розроблення оригінальних механізмів реалізації функцій окремих етапів (блоків).

У межах розглядуваного підходу під модифікацією будемо розуміти відносно незначні вдосконалення, які є достатньо простими і наочними та усувають недосконалості базового методу. У свою чергу вдосконалення передбачає, що зміни, внесені в розглядуваний метод, є достатньо значними та надають запропонованому методу нових властивостей порівняно з базовим. Розроблення нового методу передбачає, що в ньому використовується нова послідовність дій, яка дає змогу охарактеризувати альтернативи у спосіб, який раніше не застосовувався. Прикладом модифікації можна вважати використання в межах відомого методу іншого способу нормалізації. Хоча на перший погляд така модифікація є досить

**Таблиця 2.** Типові показники для порівняння альтернатив та формули їхнього розрахунку

Метод	Показники (критерії)	Формула для розрахунку
SAW	Віддаленість альтернативи від найгіршої точки (максимізувати)	$y_i = \sum_j w_j e_{ij}$
VIKOR	Наближеність альтернативи до найкращої точки (мінімізувати)	$S_i = \sum_j  w_j (V_j^+ - e_{ij}) / (V_j^+ - V_j^-) $
	Віддаленість альтернативи від найкращої точки за показником з найбільшою віддаленістю (мінімізувати)	$R_i = \max_j  w_j (V_j^+ - e_{ij}) / (V_j^+ - V_j^-) $
Таксономія	Відстань альтернативи до найкращої точки (мінімізувати)	$S_i = \sqrt{\sum_j w_j^2 (e_{ij} - V_j^+)^2}$
TOPSIS	Відстань альтернативи до найкращої точки (мінімізувати)	$S_i^+ = \sqrt{w_j^2 \sum_j (e_{ij} - V_i^+)^2}$
	Відстань альтернативи до найгіршої точки (максимізувати)	$S_i^- = \sqrt{w_j^2 \sum_j (e_{ij} - V_i^-)^2}$
MOORA	Віддаленість альтернативи від найгіршої точки (максимізувати)	$y_i = \sum_j w_j e_{ij}$
	Віддаленість альтернативи від найкращої точки за показником з найбільшою віддаленістю (мінімізувати)	$\Delta_i^{\max} = \max_j  w_j (e_{ij} - V_j^+) $
COPRAS	Сума значень показників, які потребують максимізації (максимізувати)	$S_{+i} = \sum_j w_j e_{ij}$
	Сума значень показників, які потребують мінімізації (мінімізувати)	$S_{-i} = \sum_j w_j e_{ij}$

**Примітка:**  $V_j^+$ ,  $V_j^-$  — найкраще та найгірше значення  $j$ -го показника відповідно.

тривіальною, на практиці вона може відігравати значну роль, оскільки забезпечує можливість обґрунтувати отримувані результати.

Розглянемо простий приклад. Нехай вихідні значення двох показників є членами натурального ряду виду 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, у якому різниця між сусідніми членами є сталою та дорівнює одиниці. До того ж один показник треба максимізувати, а інший мінімізувати.

Скористаємося нормалізацією методу SAW, формульні залежності для якого наведено в табл. 1. Тоді для показника, який треба максимізувати, отримаємо ряд виду 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9, 1. Для показника, який треба мінімізувати, отримаємо ряд виду 1, 0,5, 0,33, 0,25, 0,20, 0,17, 0,14, 0,13, 0,11, 0,1. Порівнюючи отримані ряди, бачимо, що для показника, який треба максимізувати, різниця між сусідніми членами ряду є однаковою. Водночас для показника, який треба мінімізувати, вона є різною та зменшується від 0,5 (для перших членів ряду) до 0,01 (для останніх). Наслідки такої нормалізації можна проілюструвати прикладом найпростішої адитивної згортки, внески нормалізованих значень розглянутих показників у яку будуть несумірними, що може мати наслідком хибні результати ранжування.

Прикладом удосконалення може слугувати таке налаштування методів прийняття рішень, яке забезпечить можливість оперування в них числами, що характеризують інтервальні оцінки значень показників. Це дасть змогу застосовувати ці методи ще й для розв'язання відповідних задач в умовах невизначеності.

Прикладом розроблення нових методів може бути врахування більшої кількості критеріїв порівняння альтернатив, що за рахунок підвищення повноти їхнього порівняння забезпечить підвищення обґрунтованості отримуваних результатів.

#### ПРИКЛАД ЗАСТОСУВАННЯ ЗАПРОПОНОВАНОГО ПІДХОДУ

Продемонструємо практичне застосування запропонованого підходу на прикладі розроблення нового методу формування ядра. Як прототип оберемо метод COPRAS [16], який є методом ранжування. Цей метод передбачає виконання такої послідовності дій.

На першому етапі здійснюють підготовку вихідних даних відповідно до наведеної вище постановки задачі ранжування, а на другому — нормалізацію значень показників  $E_{ij}$  за відповідною формулою, наведеною в табл. 1. На третьому етапі здійснюють масштабування нормалізованих значень показників  $v_{ij} = w_{ij}e_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, m$ .

На четвертому етапі для кожної альтернативи розраховують часткові показники — суму значень показників  $S_{+i}$ , які потребують максимізації, та суму значень показників  $S_{-i}$ , які потребують мінімізації, за відповідними формулами, наведеними в табл. 2.

На п'ятому етапі визначають мінімальне значення  $S_{-\min}$  серед усіх  $S_{-i}$

$$S_{-\min} = \min_{i=1, \dots, n} S_{-i}.$$

На шостому етапі розраховують ненормований узагальнений показник переваги кожної альтернативи

$$Q_i = S_{+i} + \frac{S_{-\min} \sum_{i=1}^n S_{-i}}{S_{-i} \sum_{i=1}^n (S_{-\min} / S_{-i})}, \quad i = 1, \dots, n.$$

На сьомому етапі визначають максимальне значення  $Q_{\max}$  з-поміж усіх  $Q_i$

$$Q_{\max} = \max_{i=1, \dots, n} Q_i.$$

На восьмому етапі для кожної альтернативи розраховують нормований узагальнений показник переваги

$$U_i = \frac{Q_i}{Q_{\max}} \cdot 100\%$$

та будують пріоритетний ряд альтернатив за його зменшенням. При цьому вважається, що найбільшому його значенню відповідає найкраща альтернатива, а найменшому — найгірша.

На практиці метод COPRAS використовувався, наприклад, для вибору об'єктів інвестування [16], матеріалів для виробничих процесів [18], технологічних процесів [19] тощо. Однак поглиблений аналіз його розрахункових залежностей свідчить про наявність недоліку, пов'язаного з тим, що значення показників, які необхідно максимізувати, впливають на  $Q_i$  пропорційно, а значення показників, які необхідно мінімізувати — обернено пропорційно з деяким коефіцієнтом. Це дає змогу зробити висновок про несумірність доданків у формулі для розрахунку  $Q_i$ , наслідком чого можуть бути хибні результати ранжування.

Усунення такої несумірності потребує переопрацювання методу COPRAS. Однак, виходячи з його базової ідеї щодо використання під час аналізу альтернатив двох показників  $S_{+i}$  та  $S_{-i}$ , можна розробити новий метод, метою застосування якого буде не ранжування альтернатив, а зменшення їхньої вихідної кількості, тобто формування ядра. При цьому співвідношення значень  $S_{+i}$  та  $S_{-i}$  для різних альтернатив і будуть основою для формування ядра. Для оцінювання значень показників  $S_{+i}$  та  $S_{-i}$ , за якими здійснюватиметься порівняння альтернатив, у розробленому методі перші чотири етапи будуть такими самими як і в методі-прототипі. На п'ятому етапі здійснюють парне порівняння альтернатив, використовуючи правила домінування, наведені в табл. 3. При цьому альтернативи, які визнані гіршими, з подальшого розгляду виключаються, тобто участі в подальшому порівнянні не беруть. Після розгляду всіх пар альтернатив формують ядро, яке міститиме або одну (найкращу) альтернативу, або декілька непорівнянних альтернатив.



**Таблиця 3.** Правила домінування, за якими приймається рішення щодо віднесення відповідної альтернативи до ядра

Умови	Результати парного порівняння	Належність до ядра
$S_{+A} > S_{-B}$ , $S_{-A} > S_{-B}$	$A$ краща $A$ гірша	$A, B$
$S_{+A} > S_{-B}$ , $S_{-A} = S_{-B}$	$A$ краща $A, B$ однакові	$A$
$S_{+A} > S_{-B}$ , $S_{-A} < S_{-B}$	$A$ краща $A$ краща	$A$
$S_{+A} = S_{-B}$ , $S_{-A} > S_{-B}$	$A, B$ однакові $A$ гірша	$B$
$S_{+A} = S_{-B}$ , $S_{-A} = S_{-B}$	$A, B$ однакові $A, B$ однакові	$A, B$
$S_{+A} = S_{-B}$ , $S_{-A} < S_{-B}$	$A, B$ однакові $A$ краща	$A$
$S_{+A} < S_{-B}$ , $S_{-A} > S_{-B}$	$A$ гірша $A$ гірша	$B$
$S_{+A} < S_{-B}$ , $S_{-A} = S_{-B}$	$A$ гірша $A, B$ однакові	$B$
$S_{+A} < S_{-B}$ , $S_{-A} < S_{-B}$	$A$ гірша $A$ краща	$A, B$

Для оцінювання можливості практичного використання розробленого методу (назвемо його COPRAS-ядро) розглянемо кілька прикладів.

Першим розглянемо приклад з роботи [7], у якому за відомими характеристиками  $n = 10$  варіантів деякої системи потрібно обрати її раціональний варіант. Характеристики варіантів наведено в табл. 4, з якої видно, що кожний варіант оцінюється за  $m = 6$  показниками  $E_1 - E_6$ , з яких  $E_1 - E_3$  потребують максимізації, а решта — мінімізації. При цьому вважається, що всі показники мають однакову важливість. Слід зауважити, що відповідно до [7] для цього прикладу варіант № 3 є найкращим за методом таксономії, а варіант № 5 — за адитивною згортою. Результати розрахунків наведено в табл. 4.

Парне порівняння показало, що ядро містить чотири альтернативи: № 3, № 5, № 8 та № 10, тобто за обраними критеріями вони є непорівнянними.

Порівнюючи результати розрахунків, отримані за розробленим методом, з результатами, отриманими за іншими методами, можна зробити висновок, що запропонований метод додатково до лідерів (альтернатив № 3 та № 5) дав змогу визначити, що перспективними для подальшого аналізу є також альтернативи № 8 та № 10. Таким чином, кількість альтернатив у вихідній множині скоротилася з 10 до чотирьох.

Другим розглянемо приклад з роботи [5], у якому за відомими характеристиками  $n = 4$  варіантів деякої системи потрібно обрати її раціональний варіант. Характеристики варіантів наведено в табл. 5, з якої видно, що кожний варіант оцінюється за  $m = 3$  показниками  $E_1 - E_3$ . Зауважимо, що важливість цих показників становить  $w_1 = 3$ ,  $w_2 = 2$ ,  $w_3 = 1$  і всі вони потребують мінімізації. У [5] показано, що найкращою за методом ELECTRE I є альтернатива № 2.

Результати оцінювання альтернатив для цього прикладу за методом COPRAS-ядро наведено в табл. 5. Їхній аналіз свідчить, що до ядра увійде лише одна альтернатива № 2, що повністю збіглося з результатами, отриманими за методом ELECTRE I.

Отримані результати свідчать про можливість практичного використання методу COPRAS-ядро, розробленого відповідно до запропонованого підходу.

**Таблиця 4.** Значення показників, за якими оцінюються варіанти системи [7]

№ альтернативи, $i$	Значення показників						$S_{+i}$	$S_{-i}$
	$E_{i1} \uparrow$	$E_{i2} \uparrow$	$E_{i3} \uparrow$	$E_{i4} \downarrow$	$E_{i5} \downarrow$	$E_{i6} \downarrow$		
1	0,852	0,903	0,724	0,085	0,216	0,102	0,0500	0,0438
2	0,741	0,935	0,827	0,064	0,177	0,245	0,0503	0,0510
3	0,815	0,839	0,896	0,106	0,118	0,143	0,0513	0,0427
4	0,778	0,806	0,689	0,128	0,255	0,163	0,0458	0,0606
5	0,926	0,742	0,862	0,043	0,098	0,082	0,0512	0,0242
6	0,741	0,871	0,827	0,085	0,137	0,225	0,0490	0,0490
7	0,667	0,903	0,793	0,064	0,235	0,123	0,0474	0,0441
8	0,852	0,839	1,000	0,128	0,275	0,143	0,0542	0,0604
9	0,667	0,806	0,896	0,106	0,294	0,266	0,0476	0,0707
10	0,778	0,903	0,965	0,177	0,059	0,184	0,0532	0,0535

**Таблиця 5.** Вихідні дані та результати оцінювання альтернатив прикладу з [5] за методом COPRAS-ядро

№ альтернативи, $i$	Значення показників			$S_{+i}$	$S_{-i}$
	$E_{i1}$	$E_{i2}$	$E_{i3}$		
1	180	70	10	0,0000	0,2687
2	170	40	15	0,0000	0,2265
3	160	55	20	0,0000	0,2541
4	150	50	25	0,0000	0,2507

**ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ЗАПРОПОНОВАНОГО ПІДХОДУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

Слід зауважити, що відповідно до [20] у задачах прийняття рішення вихідні дані (залежно від способу їхнього подання) можна поділити на три групи: детерміновані, ймовірнісні та невизначені.

Термін «детермінованість вихідних даних» передбачає, що вони є повністю визначеними. Тому задачі, в яких використовуються такі дані, отримали назву задач прийняття рішень в умовах визначеності.

Термін «ймовірнісні вихідні дані» передбачає, що їхня невизначеність пов'язана з деякими процесами випадкової природи, які є передумовою виникнення різних ризиків. Тому задачі, в яких використовуються такі дані, отримали назву задач прийняття рішень в умовах ризиків. Ці задачі є досить добре вивченими і в цьому дослідженні не розглядаються.

Термін «невизначені вихідні дані» передбачає, що їхня невизначеність не пов'язана з процесами випадкової природи, тобто не може бути описана апаратом теорії ймовірностей та математичної статистики. Невизначеність цих даних може походити з різних джерел [21], а задачі оброблення таких даних отримали назву задач прийняття рішень в умовах невизначеності.

Відповідно до [22] нестохастичну невизначеність поділяють на дві групи: невизначеність, зумовлену недостатньою вивченістю системи, тобто обмеженістю знань про неї, та невизначеність, зумовлену властивостями системи. Останню не можна усунути шляхом проведення додаткових досліджень.

Для врахування невизначеності, зумовленої недостатньою вивченістю системи, зазвичай використовують апарат нечіткої логіки. При цьому рівень знань експертів про досліджувану систему може бути формалізований з використанням функцій приналежності того чи іншого вигляду та їхніх параметрів. Із зростанням рівня знань про систему функції приналежності та їхні параметри можуть уточнюватись.



Для врахування невизначеності, зумовленої властивостями системи, яку не можна усунути шляхом проведення додаткових досліджень, застосовують апарат теорії сірих систем. При цьому система, наявна інформація про яку є вичерпною та достовірною, є білою. Система, інформація про яку повністю відсутня, є чорною. Усі інші системи вважаються сірими.

Розглянуті вище підходи до розвитку методів прийняття рішення стосувалися розв'язання задач прийняття рішення в умовах визначеності, тобто коли вихідні дані про функціонування системи можна вважати детермінованими. Однак ці підходи можна поширити і на розв'язання задач прийняття рішення в умовах невизначеності.

Аналіз методів розв'язання таких задач, наприклад, [23–27], показав, що вони відрізняються від розглянутих вище методів підходами до оперування вихідними даними, які задаються нечіткими або сірими числами. Як нечіткі найчастіше використовують трикутні та трапецеїдальні числа. Без втрати загальності далі будемо розглядати трикутні нечіткі числа, що задаються числами  $a, b, c$ , для яких  $-\infty < a \leq b \leq c < \infty$ . Трикутне нечітке число  $\tilde{A}(a, b, c)$  характеризується функцією належності

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq a, x > c, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{якщо } a < x \leq b, \\ \frac{x-c}{b-c}, & \text{якщо } b < x \leq c. \end{cases}$$

Модифікація розглянутих методів для розв'язання задач в умовах невизначеності з використанням нечітких чисел найчастіше полягає у використанні операцій з нечіткими числами. Основні обчислювальні операції для двох нечітких чисел  $\tilde{A}(a, b, c)$  та  $\tilde{B}(d, e, f)$  наведено в табл. 6. При цьому деякі операції можуть мати кілька варіантів реалізації. Аналогічні операції визначено і для сірих чисел, що дає змогу застосувати запропонований підхід до розв'язання багатокритерійних задач прийняття рішення стосовно сірих систем.

**Таблиця 6.** Основні обчислювальні операції, визначені для трикутних нечітких чисел

Назва операції	Позначення операції	Математичний вираз
Додавання	$\tilde{A} \oplus \tilde{B}$	$(a + d, b + e, c + f)$
Віднімання	$\tilde{A} \ominus \tilde{B}$	$(a - f, b - e, c - d)$
Множення	$\tilde{A} \otimes \tilde{B}$	$(a \times d, b \times e, c \times f)$
Множення на скаляр	$k \otimes \tilde{A}$	$(k \times a, k \times b, k \times c), k > 0$
		$(k \times c, k \times b, k \times a), k < 0$
Ділення	$\tilde{A} \oslash \tilde{B}$	$(a / f, b / e, c / d)$
Відстань	$l(\tilde{A}, \tilde{B})$	$\sqrt{\frac{1}{3}[(a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2]}$
	$S(\tilde{A}, \tilde{B})$	$((d + 2e + f) - (a + 2b + c)) / 4$
Зміна знака	$-\tilde{A}$	$(-c, -b, -a)$
Дефазифікація (приведення до чіткості)	—	$A = \frac{a + b + c}{3}$
		$A = \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$
		$\frac{\int z \mu_{\tilde{A}}(x) dx}{\int \mu_{\tilde{A}}(x) dx}$

## ВИСНОВКИ

Запропонований підхід забезпечує можливість розроблення, удосконалення та модифікації багатокритерійних методів прийняття рішень шляхом виконання формалізованої процедури. Його практичне застосування проілюстровано конкретним прикладом розроблення методу формування ядра, роботоздатність якого підтверджено відповідними розрахунками.

Напрямок подальших досліджень буде практична реалізація запропонованого підходу з метою розширення арсеналу методів, які можуть бути використані для багатокритерійного прийняття рішень.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Потьомкін М.М. Оцінювання обґрунтованості прийняття багатокритерійних рішень. *Кибернетика и системный анализ*. 2018. Т. 54, № 6. С. 89–95.
2. Семенова Н.В., Колечкина Л.Н., Нагорная А.Н. Подход к решению векторных задач дискретной оптимизации на комбинаторном множестве перестановок. *Кибернетика и системный анализ*. 2008. Т. 44, № 3. С. 158–172.
3. Семенова Н.В., Колечкина Л.Н. Многокритериальные задачи комбинаторной оптимизации на множестве полиразмещений: полиэдральный подход к решению. *Кибернетика и системный анализ*. 2009. Т. 45, № 3. С. 118–126.
4. Sarraf A.Z., Mohaghar A., Bazargani H. Developing TOPSIS method using statistical normalization for selecting knowledge management strategies. *Journal of Industrial Engineering and Management*. 2013. Vol. 6, N 4. P. 860–875.
5. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах. Москва: Логос, 2000. 296 с.
6. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. Москва: Машиностроение; София: Техника, 1980. 304 с.
7. Загорка О.М., Мосов С.П., Сбитнев А.И., Стужук П.И. Елементи дослідження складних систем військового призначення. Київ: НАОУ, 2005. 100 с.
8. Chatterjee P., Chakraborty S. Flexible manufacturing system selection using preference ranking methods: A comparative study. *International Journal of Industrial Engineering Computations*. 2014. Vol. 5, Iss. 2. P. 315–338.
9. Hajkovicz S., Higgins A. A comparison of multiple criteria analysis techniques for water resource management. *European Journal of Operational Research*. 2008. Vol. 184, Iss. 1. P. 255–265.
10. Deni W., Sudana O., Sasmita A. Analysis and implementation fuzzy multi-attribute decision making SAW method for selection of high achieving students in faculty level. *International Journal of Computer Science Issues*. 2013. Vol. 10, Iss. 1. N 2. P. 674–680.
11. Madić M., Gecevska V., Radovanović M., Petković D. Multi-criteria economic analysis of machining processes using the WASPAS method. *Journal of Production Engineering*. 2014. Vol. 17, N 2. P. 79–82.
12. Anand G., Kodali R. Selection of lean manufacturing systems using the PROMETHEE. *Journal of Modelling in Management*. 2008. Vol. 3, Iss. 1. P. 40–70.
13. Gomes L.F.A.M., Rangel L.A.D., Maranhão F.J.C. Multicriteria analysis of natural gas destination in Brazil: An application of the TODIM method. *Mathematical and Computer Modelling*. 2009. Vol. 50, Iss. 1–2. P. 92–100.
14. El-Santawy M.F., A VIKOR method for solving personnel training selection problem. *International Journal of Computing Science*. 2012. Vol. 1, N 2. P. 9–12.
15. Brauers W.K., Zavadskas E.K. Robustness of the multi-objective MOORA method with a test for the facilities sector. *Technological and Economic Development of Economy*. 2009. Vol. 15. Iss. 2. P. 352–375.
16. Poklepović T., Babić Z. Stock selection using a hybrid MCDM approach. *Croatian Operational Research Review*. 2014. Vol. 5, N 2. P. 273–290.
17. Madić M., Petković D., Radovanović M. Selection of non-conventional machining processes using the OCRA method. *Serbian Journal of Management*. 2015. Vol. 10, N 1. P. 61–73.
18. Chatterjee P., Chakraborty S. Gear material selection using complex proportional assessment and additive ratio assessment-based approaches: a comparative study. *International Journal of Materials Science and Engineering*. 2013. Vol. 1, N 2. P. 104–111.
19. Petković D., Madić M., Radenković G. Selection of the most suitable non-conventional machining processes for ceramics machining by using MCDMs. *Science of Sintering*. 2015. Vol. 47, N 2. P. 229–235.

20. Блюми С.Л., Шуйкова И.А. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. Липецк: ЛЭГИ, 2001. 138 с.
21. Ус С.А. Методи прийняття рішень. Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2012. 212 с.
22. Sen H., Demiral M.F. Hospital location selection with grey system theory. *European Journal of Economics and Business Studies*. 2016. Vol. 2, Iss. 2. P. 66–79.
23. Ertugrul I., Oztas T., Ozcil A., Oztas G.Z. Grey relational analysis approach in academic performance comparison of university: A case study of Turkish universities. *European Scientific Journal*. June 2016. Spec. ed. P. 128–139.
24. Ecer F., Boyukaslan A. Measuring performances of football clubs using financial ratios: The gray relational analysis approach. *American Journal of Economics*. 2014. Vol. 4, N 1. P. 62–71.
25. Krohling R.A., De Souza T.T.M. F-TODIM: an application of the fuzzy TODIM method to rental evaluation of residential properties. In: *Simposio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. September 24–28, 2012. Rio de Janeiro, Brazil, 2012. P. 431–443.
26. Sevkli M. An application of the fuzzy ELECTRE method for supplier selection. *International Journal of Production Research*. 2010. Vol. 48, Iss. 12. P. 3393–3405.
27. Lo C.-C., Chen D.-Y., Tsai C.-F., Chao K.-M. Service selection based on fuzzy TOPSIS method. In: *24th IEEE International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops*. April 20–13, 2010. Perth, Australia, 2010. P. 367–372.

Надійшла до редакції 11.03.2019

**М.М. Потемкин, А.В. Дублян, Р.Б. Хомчак**  
**ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ, УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЮ И МОДИФИКАЦИИ**  
**МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ**

**Аннотация.** В статье приведен подход к разработке, усовершенствованию и модификации многокритериальных методов, которые используются при исследовании сложных систем. Этот подход основывается на типовой схеме многокритериального метода принятия решений, внесение изменений в этапы которого позволяет модифицировать и усовершенствовать существующие методы, а также разрабатывать новые. Возможность практического использования предложенного подхода проиллюстрирована конкретным примером разработки нового метода, работоспособность которого подтверждена соответствующими расчетами.

**Ключевые слова:** альтернатива, многокритериальное принятие решений, метод формирования ядра, метод ранжирования.

**M.M. Potomkin, O.V. Dublian, R.B. Khomchak**  
**APPROACH TO THE DEVELOPMENT, IMPROVEMENT, AND MODIFICATION**  
**OF MULTI-CRITERIA DECISION-MAKING METHODS**

**Abstract.** The paper presents an approach to the development, improvement, and modification of multi-criteria methods that are used in the analysis of complex systems. This approach is based on the typical scheme of the multi-criteria decision-making method. Changes introduced to its stages allow the modification and improvement of the available methods, as well as development of new ones. The possibility of practical use of the proposed approach is illustrated by an example of the development of a new method whose efficiency is confirmed by appropriate calculations.

**Keywords:** alternative, multi-criteria decision making, kernel generation method, ranking method.

**Потьомкін Михайло Михайлович,**  
 доктор техн. наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Київ, e-mail: favorite\_p@ukr.net.

**Дублян Олександр Володимирович,**  
 кандидат військ. наук, державний секретар Міністерства оборони України, Київ,  
 e-mail: dov@mil.gov.ua.

**Хомчак Руслан Борисович,**  
 кандидат військ. наук, головний інспектор Міністерства оборони України, Київ,  
 e-mail: homchak@i.ua.