

**ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНО-
АЛГЕБРАИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ДЛЯ АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ
ПРИ НАЛИЧИИ ШУМОВ**

Ключевые слова: вероятностно-алгебраическое моделирование, стохастические алгебры, обработка изображений, шумы, гистограмма.

Введение

Современный этап регистрации, обработки и передачи информации не представляется возможным без использования технических систем измерений и обработки информации, которые в ряде случаев представляют результат в виде цифровых изображений. Изображения, как правило, подвергаются искажениям различного рода. Появление искажений (шумов) зачастую обусловлено несовершенством устройств получения изображений. Основные причины искажений, ухудшающих качество изображений, — это ограниченная разрешающая способность системы получения изображения, наличие искажающей среды (например, атмосферы), движение камеры по отношению к регистрируемому объекту и др. Искажения, возникающие из-за несовершенства технических систем, могут быть устранены технически, но не всегда. В этом случае роль математической обработки зашумленного изображения решающая.

Разработанные методы направлены на улучшение визуального качества изображений за счет подавления шумов, компенсации нелинейности изображений, оптимизации контраста, подчеркивания границ изображения и других мер, которые приводят к получению итогового изображения, в котором важная информация, содержащаяся в нем, воспринимается визуально, несмотря на оставшиеся искажения [1].

Конечная цель восстановления — повышение качества изображения с использованием известной априорной информации о явлении, которое вызвало ухудшение изображения. Поэтому методы восстановления зачастую основаны на моделировании процессов искажения и применении обратных процедур для воссоздания исходного изображения. Единого математического формализма в области анализа изображений не существует, и разработанные методы в большинстве случаев не дают желаемых результатов, а конечная цель их использования — получение приближенного изображения, удовлетворяющего выбранному критерию качества, позволяющему оценить полученные результаты [2]. И только комплексный подход, предполагающий сочетание существующих и новых методов, может способствовать повышению эффективности обработки изображений и их максимальной очистке от искажений.

Поэтому актуальна разработка новых методов и программных средств их реализации, позволяющих улучшить качество восстановления изображений, повысив тем самым точность идентификации объектов, их классификации, распознавания или диагностики.

В противном случае при решении ряда практических задач анализа изображений не менее важной задачей является исследование свойств искаженных изображений, особенно, когда не удастся очистить их от шума и воссоздать исходные изображения [3]. Тогда построение строгой математической модели, описывающей процесс

возникновения искажений в изображениях реальных объектов с учетом введенных ограничений, позволит сделать обоснованные выводы для различных исходных данных моделирования.

В настоящей работе рассматриваются вопросы обработки и анализа изображений с использованием аппарата вероятностно-алгебраического моделирования [4], позволяющего рассмотреть искаженное изображение в виде композиции исходного изображения и шума с учетом заданной функции их взаимодействия и представляющего точный аналитический способ формирования гистограмм зашумленного изображения для различного уровня шума без формирования результирующего зашумленного изображения, а также допускающий решение обратной задачи, а именно, восстановления гистограммы исходного изображения по гистограммам результирующего искаженного изображения и шума. При построении вероятностно-алгебраических моделей «изображение–шум» может быть учтена коррелированность исходного изображения и шума. Полученные аналитическим способом интегральные характеристики недоступных изображений в виде их гистограмм позволяют установить и исследовать их взаимосвязь с аналогичными интегральными характеристиками производных изображений и шума, вычислить ряд статистических характеристик анализируемых изображений и провести сравнительный анализ качества изображений и их частичное восстановление.

1. Аппарат вероятностно-алгебраического моделирования

Объектом исследования являются цифровые полутоновые изображения с градацией яркости серого цвета. Такие изображения можно получить с помощью разнообразных устройств регистрации изображений, а именно: цифровых фото- или видеокамер, микроскопов, телескопов, томографов и т.д., и обработать, используя вычислительные устройства. В результате полутоновое растровое изображение с градацией яркости серого цвета описывается набором точек (пикселей), каждая из которых имеет положение и яркость серого цвета. В памяти компьютера изображение представляется набором кодов, определяющих координаты точки и яркость цвета.

Поставим в соответствие пикселям изображения с равными размерами яркость пикселей $I(x, y)$, где x, y — координаты пикселя на изображении. Тогда изображение описывается множеством $I = \{I(x, y), x=1, \dots, N, y=1, \dots, N\}$, для которого можно построить гистограмму, характеризующую частоту встречаемости на изображении пикселей одинаковой яркости. Другими словами, для каждого изображения I выделяется множество состояний $S = \{S_j\}, j = \overline{1, N}$, определяющих значение яркости серого цвета, и определяется вектор вероятностей этих состояний:

$$P^i = (p_1^i, p_2^i, \dots, p_N^i), \sum_{j=1}^N p_j^i = 1. \quad (1)$$

Для решения задач, связанных с анализом изображений при наличии помех, рассмотрим модель «изображение–шум», состоящую из двух компонентов: исходного изображения I и шума R . Упрощенной моделью воздействия помех может служить равномерный шум, модель которого применяется для описания случайных погрешностей, вызванных конкретными источниками.

Предполагается, что шум пространственно некоррелирован и для него известна гистограмма яркости

$$P^r = (p_1^r, p_2^r, \dots, p_N^r), \sum_{j=1}^N p_j^r = 1. \quad (2)$$

Ставится задача аналитического расчета гистограммы результирующего изображения

$$P^{ir} = (p_1^{ir}, p_2^{ir}, \dots, p_N^{ir}), \sum_{j=1}^N p_j^{ir} = 1, \quad (3)$$

полученного в результате воздействия аддитивного шума с заданными статистическими характеристиками, на исходное изображение (ir — метка зашумленного изображения).

С этой целью предлагается использовать метод вероятностно-алгебраического моделирования сложных систем [4], основанный на аппарате стохастических алгебр, которые порождаются операциями, описывающими функции взаимодействия компонентов, выделенных в процессе формализации объектов исследования.

В настоящем изложении в качестве компонентов выступают изображение I и шум R , взаимодействие которых описывается функцией F .

Идея вероятностно-алгебраического моделирования. Для заданной функции $F : S \times S \rightarrow S$ изображение $I_3 = I_1 * I_2$ назовем F -композицией изображений I_1 и I_2 , если $I_3(x, y) = F(I_1(x, y), I_2(x, y))$ для всех $x = 1, \dots, n; y = 1, \dots, n$.

Для попиксельно независимых изображений эта композиция определяет гистограмму результирующего изображения $P^3 = P^1 * P^2$ по гистограммам исходных изображений P^1 и P^2 :

$$P_k^3 = \sum_{k=F(i, j)} P_i^1 \cdot P_j^2. \quad (4)$$

Ввиду линейности и дистрибутивности введенная соотношением (4) операция умножения векторов пространства R^N порождает алгебру A_F .

Векторы $\sigma^1 = (1, 0, 0, 0, \dots, 0), \sigma^2 = (0, 1, 0, 0, \dots, 0), \dots, \sigma^N = (0, 0, 0, 0, \dots, N)$ — базисные векторы алгебры A_F .

Умножением базисных векторов определяется тензор структурных коэффициентов алгебры — $\|a_{ij}^k\|$. Структурные коэффициенты алгебры A_F задаются следующим образом:

$$\|a_{ij}^k\| = \begin{cases} a_{ij}^k = 1, & \text{если } k = F(i, j), \\ a_{ij}^k = 0, & \text{если } k \neq F(i, j). \end{cases} \quad (5)$$

Алгебру, структурные коэффициенты которой удовлетворяют условию

$$\forall i, j, k \quad a_{ij}^k \geq 0 \text{ и } \sum_{k=1}^N a_{ij}^k = 1, \quad (6)$$

назовем стохастической, поскольку элементами множества ее представлений являются стохастические матрицы $M = \|m_{jk}\|$. Элементы матриц $M = \|m_{jk}\|$ определяются по формуле

$$m_{jk} = \sum_{i=1}^N a_{ij}^k p_i, \quad (7)$$

где a_{ij}^k — структурные коэффициенты алгебры, p_i — элементы произвольного вектора вида (1).

Например, для стохастической алгебры A_F , порожденной функцией $F(i, j) = \min(i + j, N)$, формируется множество представлений, элементами которых являются стохастические матрицы. Вид этих матриц определяется исходным вектором вероятностей $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)$:

$$M = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & \dots & p_{N-1} & p_N \\ 0 & p_1 & p_2 & p_3 & \dots & p_{N-2} & \sum_{i=N-1}^N p_i \\ 0 & 0 & p_1 & p_2 & \dots & p_{N-3} & \sum_{i=N-2}^N p_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_1 & \sum_{i=2}^N p_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Модель взаимодействия независимых изображений. С использованием структурных коэффициентов алгебры $\|a_{ij}^k\|$ (5) операцию умножения $P^3 = P^1 * P^2$, определенную соотношением (4), представим в виде

$$p_k^3 = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N a_{ij}^k p_i^1 p_j^2, \text{ где } i, j, k = \overline{1, N}. \quad (9)$$

Векторы вида (1) являются исходными для реализации вероятностно-алгебраического моделирования. Структурные коэффициенты алгебры (6) называются коэффициентами вероятностно-алгебраического моделирования, а процесс формирования результирующего вектора вероятностей P^3 по исходным векторам вероятностей P^1 и P^2 называется вероятностно-алгебраическим моделированием.

Результатом вероятностно-алгебраического моделирования, характеризующим процесс зашумления исходного изображения, является вектор вероятностей состояний (3), описывающий гистограмму яркости результирующего изображения, полученного при наложении двух изображений: исходного изображения I и шума R .

Таким образом, зная гистограммы исходных изображений P^1 и P^2 , а также закон их композиции F , по соотношению (9) можно определить гистограмму результирующего изображения P^3 .

Соотношение (9) можно обобщить для описания композиции большего числа исходных изображений. Так, для композиции трех изображений гистограмма результирующего изображения будет определена следующим образом:

$$p_k^4 = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N a_{ijl}^k p_i^1 p_j^2 p_l^3, \text{ где } i, j, l, k = \overline{1, N}. \quad (10)$$

Такая модель описывает ситуацию, когда исходное изображение попиксельно суммируется с двумя видами пространственно-некоррелированных шумов: R_1 и R_2 . При этом в соответствии с заданной операцией аналитически с использованием описанного формализма формируется гистограмма результирующего изображения.

Модель взаимодействия коррелированных изображений. В ряде случаев изображения, на основе которых строится их F -композиция, являются коррелированными. Соотношение (9) для данных случаев обобщается следующим образом:

$$p_k^3 = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N a_{ij}^k m_{ij}, \text{ где } i, j, k = \overline{1, N}. \quad (11)$$

Здесь m_{ij} — матрица попиксельной корреляции исходных изображений. Таким образом, зная матрицу попиксельной корреляции исходных изображений, а также закон их композиции F , по соотношению (11) можно определить гистограмму результирующего изображения.

В описанных выше моделях композиция исходного изображения и аддитивного шума естественным образом задается функцией $F(i, j) = \min(i + j, N)$.

Приведем примеры других функций, описывающих композицию изображений: $F_1(i, j) = \max(i, j)$, $F_2(i, j) = \min(i, j)$, $F_3(i, j) = |i - j|$ и др. Эти функции имеют свою семантическую окраску и однозначно определяют коэффициенты вероятностно-алгебраического моделирования a_{ij}^k , удовлетворяющие условию (6) при реализации расчетов с использованием формулы (9).

Решение обратной задачи. С помощью описанного формализма возможно решение обратной задачи, а именно: нахождение гистограммы P^1 исходного изображения по гистограммам результирующего изображения P^3 и шума P^2 соответственно.

С этой целью матрица M_{P^2} вида (8) определяется следующим образом:

$$M_{P^2} = \sum_{j=1}^N a_{ij}^k P_j^2. \quad (12)$$

Тогда соотношение (9) можно представить так:

$$P^3 = M_{P^2} \cdot P^1. \quad (13)$$

Отсюда следует

$$P^1 = (M_{P^2})^{-1} \cdot P^3. \quad (14)$$

Этот способ представляет интерес для ряда приложений, решающих задачи обнаружения заданных объектов на изображениях при наличии шумов. В целом математически обоснованные аналитические расчеты (1)–(14), реализуемые в результате построения и использования вероятностно-алгебраической модели «изображение–шум», гарантируют точность получения гистограммы результирующего зашумленного изображения даже при его отсутствии. Для этой цели могут использоваться прямые (13) и обратные (14) модели взаимодействия как независимых, так и коррелированных изображений.

2. Программные средства реализации вероятностно-алгебраического подхода для обработки изображений

Для практической апробации представленного метода восстановления гистограммы исходного изображения по гистограмме зашумленного изображения и гистограмме шума разработана программа, позволяющая определять местоположение заданного фрагмента исходного изображения на зашумленном изображении при наличии шума с заданными характеристиками.

Для решения этой задачи вводятся исходные данные моделирования, а именно: зашумленное изображение, фрагмент исходного изображения, гистограмма пространственно-некоррелированного шума (2). Зашумленное изображение является F-композицией исходного изображения и шума, где функция $F(i, j) = \min(i + j, N)$ описывает процесс искажения исходного изображения при воздействии аддитивного шума. В результате работы программы определяется фрагмент зашумленного изображения, соответствующий заданному фрагменту исходного изображения.

В программе использован стандартный алгоритм поиска, основанный на последовательном переборе фрагментов на зашумленном изображении с заданным шагом по горизонтали и вертикали. В качестве критерия близости (поискового дескриптора) исходного и зашумленного фрагментов изображения используется среднеквадратичное отклонение гистограммы исходного фрагмента от восстановленной гистограммы зашумленного фрагмента изображения.

На рис. 1 представлено окно программы с результатами апробации поставленной задачи. На форме приведено зашумленное изображение (в верхней части окна), заданный поисковый фрагмент исходного изображения (левый квадрат в нижней части окна) и установлен уровень шума. Результат работы программы представлен в виде найденного изображения (правый квадрат в нижней части окна).

Таким образом, полученная на основе соотношения (14) «восстановленная гистограмма» может служить поисковым дескриптором при решении задач нахождения заданных фрагментов на зашумленных изображениях.

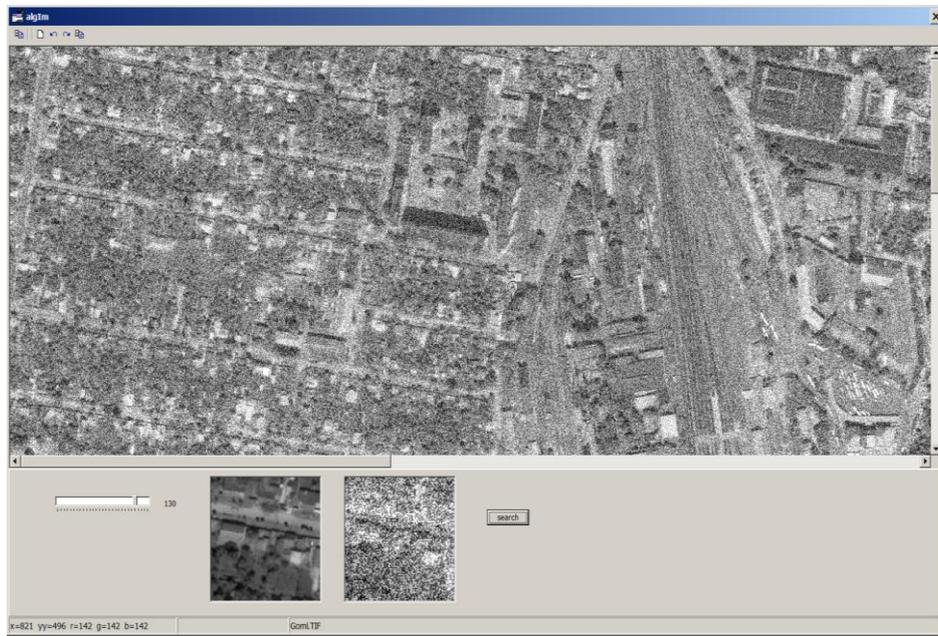


Рис. 1

Следует отметить, что приведенная программа предусматривает наличие шума с известными характеристиками и заданной функцией получения зашумленного изображения.

На рис. 2 приведены результаты апробации программного обеспечения, реализующего метод вероятностно-алгебраического моделирования для построения гистограммы исходного изображения по гистограмме зашумленного изображения и гистограмме шума. Для исходного тестового изображения I была построена гистограмма P^1 , выбрана модель пространственно-некоррелированного шума R и построена его гистограмма P^2 .

В результате добавления к исходному изображению аддитивного шума, который часто используется для зашумления полутоновых изображений, было сформировано результирующее зашумленное изображение I' . Для формирования зашумленного изображения использовалось следующее правило:

$$I'(x,y) = I(x,y) + R(x,y),$$

где $I'(x, y)$ — яркость пиксела зашумленного изображения, $I(x, y)$ — яркость пиксела исходного изображения, а $R(x, y)$ — случайная аддитивная шумовая составляющая. По изображению I' была сформирована его гистограмма P^3 .

С использованием формулы (14) по известным гистограмме шума P^2 и гистограмме результирующего изображения P^3 была построена аппроксимация гистограммы исходного изображения P_{re}^1 .

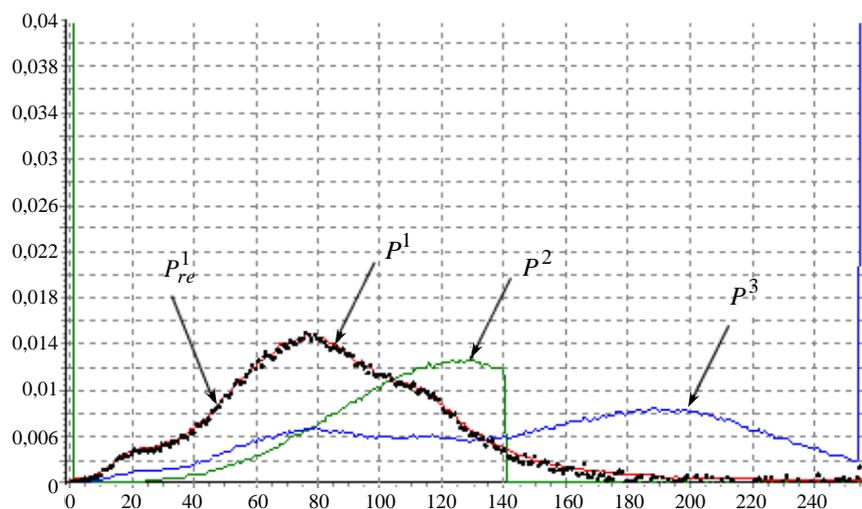


Рис. 2

На рисунке видно, что гистограмма, построенная для исходного изображения P^1 , и гистограмма, восстановленная P_{re}^1 с использованием аппарата вероятностно-алгебраического моделирования по гистограмме результирующего зашумленного изображения P^3 и гистограмме шума P^2 , практически совпадают, что свидетельствует о результативности предложенного подхода.

С использованием разработанного программного инструментария исследовалась точность восстановления гистограмм исходного изображения P_{re}^1 по гистограммам результирующего изображения P^3 и гистограммам различного уровня шума P^2 .

Результаты исследования представлены на рис. 3. Для исходных изображений (первый столбец таблицы) получены зашумленные результирующие изображения с высоким уровнем шума (второй столбец таблицы). Уровень шума (третий столбец таблицы) определяется показателем peak-signal-to-noise ratio (PSNR) — пиковое отношение сигнала к шуму. В процессе исследования найдено среднеквадратичное отклонение гистограмм «восстановленных гистограмм» исходных изображений P_{re}^1 и значений гистограмм, сформированных по исходным изображениям (Dist). Как видно из таблицы, во всех трех случаях наблюдалась высокая точность расчетов.

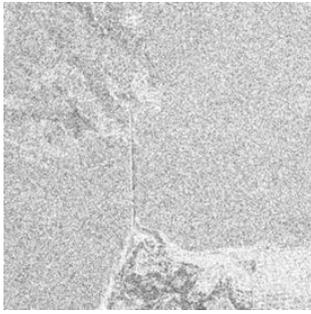
Исходное изображение	Зашумленное изображение	Пиковое отношение сигнала к шуму (PSNR) и среднеквадратичное отклонение (Dist)
		PSNR = 18,2 Dist = 0,053

Рис. 3

		PSRN = 19,1 DIST = 0,04
		PSRN = 18,9 Dist = 0,035

Заключение

Научная новизна работы определяется установлением аналитической зависимости интегральных характеристик (гистограмм) исходного изображения, шума и результирующего изображения в рамках предложенной модели получения зашумленного изображения на основе применения аппарата вероятностно-алгебраического моделирования к решению задач анализа изображений. Предложенный подход может применяться как для изображения в целом, так и для его произвольных фрагментов.

Преимущество подхода, во-первых, заключается в том, что в рамках модели «изображение–шум» предложен метод, позволяющий получить гистограмму зашумленного изображения по гистограмме исходного изображения и гистограмме шума. При этом имеется возможность анализировать зависимость изменения результирующих гистограмм от вида функций, описывающих композицию изображений, и от статистических характеристик шума.

Во-вторых, предложен способ восстановления гистограммы исходного изображения по гистограмме зашумленного изображения и гистограмме шума (при недоступном исходном изображении). Полученная гистограмма может использоваться для следующих практических задач:

- в качестве априорной информации для совершенствования методов восстановления изображений;
- формирования поискового дескриптора для нахождения искомого изображения из множества зашумленных изображений;
- вычисления статистических характеристик анализируемых объектов их анализа и классификации с помощью «восстановленных гистограмм» зашумленных изображений.

Практическая значимость заключается в разработке нового подхода и программных средств его реализации для восстановления гистограмм искаженных полутонных изображений, который может применяться для анализа и обработки зашумленных изображений в различных прикладных областях.

А.П. Кончіц, О.І. Сукач

ЗАСТОСУВАННЯ ЙМОВІРНІСНО- АЛГЕБРАЇЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ ЗОБРАЖЕНЬ ЗА НАЯВНОСТІ ШУМІВ

Описано метод ймовірнісно-алгебраїчного моделювання, що базується на апараті стохастичних алгебр, використаних для опису композиції зображень. Запропоновано точний аналітичний метод отримання гістограми зашумленого зображення за гістограмою вихідного зображення і гістограми шуму, що допускає розв'язання оберненої задачі в рамках побудованої моделі.

Ключові слова: ймовірнісно-алгебраїчне моделювання, стохастичні алгебри, обробка зображень, шуми, гістограма.

A.P. Konchits, E.I. Sukach

APPLICATION OF PROBABILITY-ALGEBRAIC SIMULATION FOR ANALYSIS OF IMAGES IN THE PRESENCE OF NOISE

A description is given of the method of probability-algebraic simulation based on the apparatus of stochastic algebras used to describe the composition of images. An exact analytical method is proposed for obtaining a histogram of a noisy image from the histogram of the original image and a histogram of noise, allowing the solution of the inverse problem within the framework of the constructed model.

Keywords: probability-algebraic simulation, stochastic algebras, image processing, noise, histogram.

1. Бейтс Р., Мак-Доннелл М. Восстановление и реконструкция изображений: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 336 с.
2. Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Пахомов А.А., Герман В.А. Новейшие методы обработки изображений. / Под ред. А.А. Потапова. М.: Физматлит, 2008. 496 с.
3. Sprindzuk M.V., Konchits A.P., Shukelovich A.V., Demidchik Y.P., Shelkovich S.E., Fridman M.V. The method for ovarian cancer prediction based on computerized morphometry of D2-40 stained images. *International Conference on Digital Technologies*. Slovakia, Zilina, IEEE. 2013. P. 52–54. DOI 10.1109/DT.2013.6566285.
4. Сукач Е.И. Вероятностно-алгебраическое моделирование сложных систем графовой структуры. Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2012. 220 с.

Получено 04.06.2018

После доработки 24.10.2018