УДК 519.87

Е.В. Ивохин, Ю.А. Науменко

О ФОРМАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ ГИБРИДНЫХ МОДЕЛЕЙ ДИФФУЗИИ

Введение

На современном этапе степень влияния информационных процессов на ход социальной эволюции в человеческом обществе чрезвычайно возросла. Можно по-разному трактовать понятие «информация». Многообразие определений означает, что на данный момент общепринятого нет, а сущность понятия зависит от специфики области исследования. Среди наиболее актуальных используются определения типа «информация — это имеющиеся сведения», «информация — это инструкция» и «информация — это оператор».

Информационные потоки представляют собой процессы, генерирующие информацию, которая рассчитана на конкретного потребителя, имеет, как правило, четко заданную предметную или целевую направленность, что определяется областью интересов человека. При этом степень восприятия (влияния) информации формируется на основе уровней запоминания конкретно выбранного варианта из нескольких возможных и равноправных [1].

При этом нужно отметить, что в информационных процессах часто подчеркивается наличие хаотического перемешивающего слоя [2]. Он образуется, когда в процессе, находящемся в определенном упорядоченном режиме, возникает хаотический режим, который затем снова сменяется упорядоченным режимом, но отличным от исходного и содержащем большее количество информации. Наличие перемешивающего слоя — необходимое условие развития информационного влияния, поэтому он имеет место во всех процессах возникновения ценной информации: биологической эволюции, развитии организма и, разумеется, эволюции человеческого общества.

С другой стороны, количество получаемой информации существенно превышает наши потребительские возможности. Различные варианты идей и мнений должны конкурировать за ограниченное внимание потребителя, учитывая сложные изменения в потребительской среде. И, как следствие, особый интерес получают методы, исследующие и использующие модели динамики для описания процессов распространения информации.

Очевидно, что для формализации и исследования процессов развития во времени информационного влияния на социум необходимо использовать принципиально новый инструментарий, который позволит адекватно отображать состояние динамической составляющей процесса распространения информации [3]. При этом разработка новых подходов не отменяет методики использования классических способов анализа и обработки информационных процессов, что постулируется в виде так называемого механистического подхода.

Остановимся на одном из способов формализации информационных процессов, в основу которого положим использование гибридных моделей диффузии (проникновения) и распространения информации в некоторой социальной или региональной группе. Для описания распространения информационного влияния в социуме воспользуемся математическими моделями динамики инфекционных и химических реакций.

Модели распространения инфекционных заболеваний

В 1927 г. В.О. Кермак и А.Г. Маккендрик предложили модель распространения эпидемий — SIR-модель, что означает «susceptible, infected, removed» (восприимчивый, зараженный, вылеченный) [4]. В соответствии с данной моделью особи произвольной популяции могут находиться в трех разных состояниях: восприимчивый к заболеванию, зараженный, получивший иммунитет или погибший.

Здоровый индивид может заразиться вирусом при контакте с одним из инфицированных соседей. В результате заболевания он или получает иммунитет, или умирает. В данном случае предлагается рассматривать полностью смешанную модель, при которой происходит взаимодействие каждого члена популяции со всеми остальными. Кроме этого, предполагается, что популяция замкнута и имеет постоянную численность. Другими словами, постулируется, что новые особи не рождаются, не умирают вследствие других причин, не мигрируют.

Несмотря на столь упрощенное описание реального процесса, SIR-модель содержит параметры, от которых существенно зависит поведение модели: скорость инфицирования и скорость выздоровления, что позволяет эффективно предсказывать наличие критических факторов, предопределяющих возникновение эпидемии или затухание болезни. Кроме того, Кермак и Маккендрик [4] предложили и обосновали утверждение об эпидемиологическом пределе: эпидемия может начаться только в том случае, если исходное количество индивидов в популяции, подверженных заболеванию, превышает отношение скорости лечения и заражения.

Существует множество вариаций данной модели [5]. Рассмотрим модель, в рамках которой можно формализовать процессы, допускающие многократное заболевание и выздоровление членов популяции. Кроме этого, предполагаем, что индивид, перенесший заболевание и получивший иммунитет, со временем его теряет и может быть заражен вновь.

Математическую модель распространения заболевания запишем в виде системы дифференциальных уравнений [6]:

$$\begin{gathered}\dot{y}_1(t) = -y_1(t)y_2(t),\\ \dot{y}_2(t) = y_1(t)y_2(t) - y_2(t),\\ \dot{y}_3(t) = y_2(t),\end{gathered} \tag{1}$$

с начальными условиями $y_1(0)=1;\ y_2(0)=0;\ y_3(0)=0.$ Здесь $y_1(t)$ — часть населения, восприимчивая к заболеванию, $y_2(t)$ — часть уже заболевших, $y_3(t)$ — часть невосприимчивых к болезни (например, имеющих иммунитет), $t \geq 0$, а величины скоростей выздоровления и заболевания считаются равными 1. Описание переменных модели вида (1) в частях не требует задания объема популяции, устанавливается лишь требование вида $y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) = 1$.

Если предполагать, что приобретенный иммунитет через определенное время τ_1 теряется и особи вновь становятся восприимчивыми к заболеванию, то получаются периодические вспышки болезни. Если, кроме того, учитывать инкубационный период τ_2 болезни, то вместо (1) получаем модель в виде системы дифференциальных уравнений с запаздыванием:

$$\begin{gathered}\dot{y}_1(t) = -y_1(t)y_2(t-\tau_2) + y_2(t-\tau_1),\\ \dot{y}_2(t) = y_1(t)y_2(t-\tau_2) - y_2(t),\\ \dot{y}_3(t) = y_2(t) - y_2(t-\tau_1).\end{gathered} \tag{2}$$

Очевидно, что модели процессов распространения инфекционных заболеваний можно использовать для моделирования изменений информационного влияния в обществе, учитывая его диффузионный характер.

Модель кинетики ферментативных реакций

В качестве другой интересной модели, позволяющей изучать распространение информационных потоков на основе гибридных процессов, рассмотрим модель для описания кинетики химических реакций, в которых катализатором служит фермент (энзим) [6]. Характерным проявлением жизненной активности организмов является их способность кинетически регулировать химические реакции, подавляя стремление к достижению термодинамического равновесия. Ферментативная кинетика занимается исследованием закономерностей влияния химической природы реагирующих веществ (ферментов, субстратов) и условий их взаимодействия (концентрации, температуры, присутствия ингибиторов) на скорость ферментативной реакции. Главная цель изучения кинетики ферментативных реакций — получение информации, которая может способствовать выяснению молекулярного механизма действия фермента.

Рассмотрим цепочку реакций вида $I \to z_1 \underset{\gamma}{\to} z_2 \to z_3 \to z_4 \to,$

$$\uparrow \underline{\qquad\qquad\qquad} \downarrow$$

где I — внешний субстрат, запас которого поддерживается постоянным, совместное действие конечного продукта $z_4(t)$ ингибирует (задерживает течение ферментативного процесса) стадию реакции $z_1 \to z_2$, так что величина ее скорости имеет вид

$$\gamma = 1\big/(1+\alpha(z_4(t))^2)\,. \tag{3}$$

Считается, что молекулы ингибитора перемещаются в место расположения регулирующего энзима посредством процесса диффузии, что позволяет получить математическую модель процесса в виде [6]:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= I - \gamma z_1(t)\,,\\ z_2(t) &= \gamma z_1(t) - z_2(t)\,,\\ z_3(t) &= z_2(t) - z_3(t)\,,\\ z_4(t) &= z_3(t) - z_4(t)/2\,. \end{aligned} \tag{4}$$

В такой постановке можно провести аналогию между процессом кинетики данной реакции и процессом распространения информации, в котором величины $z_1(t)$, $z_2(t)$, $z_3(t)$, $z_4(t)$ можно ассоциировать с частями некоторой популяции заданного объема I = 1 и которые описывают пропорциональные составляющие на различных стадиях процесса проникновения.

Как и в предыдущем случае, для учета запаздывания при переносе ингибитора можно рассматривать систему (4), скорость реакции $z_1 \to z_2$ в которой записывают в виде $\gamma = 1\big/(1+\alpha(z_4(t-4))^2)$.

Гибридная модель диффузионного распространения информации на основе SIR-модели

Очевидно, распространение информации в популяции, мнений в социальных сетях, рекламирование продукции и другие информационные процессы во многом аналогичны распространению инфекционных заболеваний. При этом SIR-модель достаточно эффективна для описания состояний различных подгрупп в социальной или региональной группе людей, находящихся под воздействием информационного потока.

Обозначим $u(x,t)$, $0 \le u(x,t) \le 1$, $t \ge 0$, функцию уровня распространения информации в пределах части x, $0 \le x \le 1$, рассматриваемого контингента, величина которого не превышает заданного значения A.

Будем моделировать изменение уровня (концентрации) информации в группе населения с помощью уравнения диффузии [7], предполагая, что этот процесс аналогичен распространению некоторого заболевания на протяжении конкретного временного интервала $t \in [0, T]$ и может быть описан скалярным уравнением

$$\partial u / \partial t = -k(t) \partial^2 u / \partial x^2 \tag{5}$$

с начальным условием $u(x,0) = 0$, $0 \le x \le 1$, и краевым условием $u(0,t) = 0$, $t \in [0, T]$, где $k(t)$ — коэффициент, характеризующий скорость проникновения информации (аналог коэффициента диффузии), который пропорционален скорости изменения части населения, считающейся восприимчивой к влиянию внешней информации, т.е. $k(t) = \mu \dot{x}(t)$.

Рассматриваем состав населения, состоящий из трех подгрупп, по отношению к восприятию информации. Выделяем, как оговорено выше, часть населения, восприимчивого к влиянию информации $y_1(t)$, часть тех, кто уже находится под влиянием информации $y_2(t)$, и часть безразличных к информационному влиянию $y_3(t)$. Тогда с помощью модели (1) или (2) можно записать систему дифференциальных уравнений, описывающих процесс распространения информации в общей группе населения. Ее решения соответственно определяют динамику величин отдельных подгрупп.

Таким образом, получаем гибридную модель диффузионного распространения информации, состоящую из уравнения (5) и системы (1) или (2). При этом максимальное граничное значение части населения, ощущающей влияние информации, x_Γ, $0 \le x_\Gamma(t) \le 1$, будет зависеть от времени, т.е. имеем $0 \le x(t) \le x_\Gamma(t)$, $x_\Gamma(t) = y_1(t) + y_2(t)$, $y_1(t)$, $y_2(t)$ — компоненты решения системы (1) или (2).

Будем искать функцию $u(x,t)$ в виде $u(x,t) = X(x(t))$. С учетом сделанных предположений получаем

$$\partial X(x) / \partial x \; dx / dt = -\mu \, dx / dt \; \partial^2 X(x) / \partial x^2 . \tag{6}$$

Уравнение (6) имеет особое решение: $X(x(t)) = X(c) = C$, C — константа, $C \in [0, 1]$. Это решение получается при выполнении условия $dx/dt = 0$ или $x(t) = c$, c — также некоторая константа, $c \in [0, 1]$. Другими словами, при наличии стационарного процесса в динамике величины контингента, подверженного информационному влиянию, уровень распространения информации остается постоянным. Данное решение тривиально.

Предположим, что $dx/dt \ne 0$. Тогда (6) можно переписать в виде обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка:

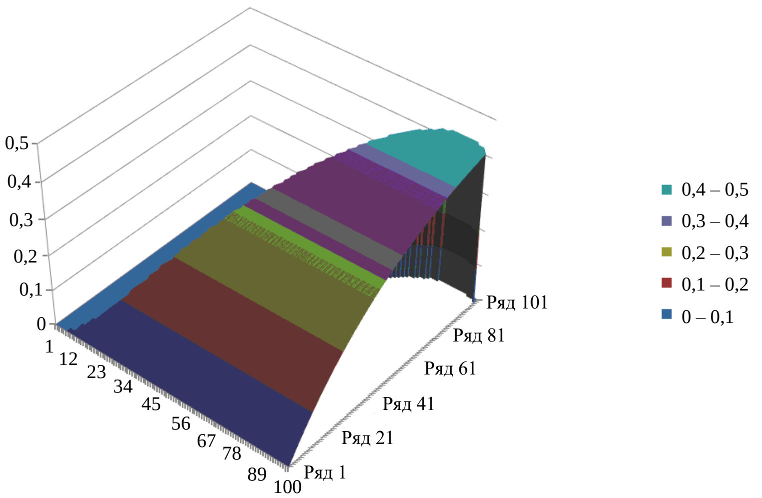
$$dX(x) / dx = -\mu \, d^2 X / dx^2 , \tag{7}$$

с начальными условиями $X(0) = 0$, $X'(0) = c$, $c \in (0, 1]$, решением которого будет функция $X(x(t)) = c\mu(1 - e^{-x(t)/\mu})$.

Без ограничения общности положим $c = 1$. Тогда окончательно получаем, что для произвольного момента времени $t \in [0, T]$ имеет место решение уравнения (5) вида $u(x, t) = \mu(1 - e^{-x(t)/\mu})$, определяющее уровень распространения информации в пределах подгруппы, размер которой составляет $x_\Gamma(t)$ от общего количества A, $0 \le x(t) \le x_\Gamma(t)$.

Это решение несложно обобщить при условии, что через некоторое время часть населения, имеющая иммунитет к влиянию информации, может его утратить. Эта группа населения становится восприимчивой к влиянию информации, увеличивая подгруппу $y_1(t)$, и процесс периодически повторяется.

На рисунке приведен пример пространственно-временного распределения уровня восприятия информации в группе населения, который рассчитан на основе гибридной модели вида (5), (1), полученной на базе уравнения диффузии и использования системы дифференциальных уравнений Кермака–Маккендрика без запаздывания (коэффициент пропорциональности $\mu = 0{,}5$).



Рассмотрим процесс распространения информации на основе диффузионного подхода с двумерным (плоскостным) представлением социальной среды. Предположим, что существует два различных типа потребителей информации, отличающиеся восприятием внешнего информационного влияния и отношением к содержанию информационных потоков. Подобное предположение абсолютно корректно вписывается в рамки изложенной выше концепции, которая основывается на представлении потребительского контингента в форме трех отдельных групп.

Пусть $y_1(t)$ — часть населения, восприимчивого к влиянию информации, $y_2(t)$ — часть тех, кто уже находится под информационным влиянием. Динамика изменения величины этих групп описывается первым и вторым уравнениями системы (1) или (2). Уровни распространения информации будем описывать векторной функцией $u(x_1, x_2, t) = (u_1(x_1, t),\ u_2(x_2, t))^{\mathrm{T}}$, где функции $u_1(x_1, t)$, $u_2(x_2, t)$, $0 \le u_i(x_i, t) \le 1$, $i = 1{,}2$, $t \ge 0$, определяют информационное влияние в среде категорий $y_1(t)$, $y_2(t)$ соответственно и удовлетворяют скалярным диффузионным уравнениям вида (5)

$$\partial u_i(x_i, t) \big/ \partial t = -k_i(t)\, \partial^2 u_i(x_i, t) \big/ \partial x_i^2\,, \quad i = 1{,}2, \tag{8}$$

 ISSN 0572-2691

с функциями $k_i(t)$, $i=1,2$, задающими скорости проникновения информации в пределах соответствующих групп (как и ранее, считаем их пропорциональными скоростям изменения конкретных частей населения с коэффициентами пропорциональности μ_i, $i=1,2$).

Максимальные граничные величины $x_1^\Gamma(t)$, $x_2^\Gamma(t)$ частей населения, в пределах которых возможно распространение информации, будем определять на основе компонент $y_1(t)$, $y_2(t)$ решения системы (1) или (2): $0 \le x_1(t) \le x_1^\Gamma(t)$, $0 \le x_2(t) \le x_2^\Gamma(t)$, $x_1^\Gamma(t) = y_1(t)$, $x_2^\Gamma(t) = y_2(t)$. Повторяя выкладки, приведенные для скалярного случая, получаем решение $u(x_1, x_2, t)$ с компонентами вида $u_i(x_i, t) = \mu_i(1 - e^{-x_i(t)/\mu_i})$, $i=1,2$, задающее распространение информации на основе гибридного диффузионного подхода.

Отдельно рассмотрим случай двумерного представления социальной среды, описание уровней распространения и восприятия информации в которой моделируется скалярной функцией $u(x_1, x_2, t)$, $t \ge 0$. Как и ранее, независимые пространственные координаты x_1, x_2 используются для обозначения частей потребителей информации, которые восприимчивы к влиянию внешней информации. Сформулируем модель на основе уравнения диффузии (5), рассматривая функцию $u(x_1, x_2, t)$ вида $u(x_1, x_2, t) = (X_1(x_1(t)) + X_2(x_2(t)))/2$. Аналогично изложенному выше максимальные граничные величины $x_1^\Gamma(t)$, $x_2^\Gamma(t)$ определяем на основе компонент $y_1(t)$, $y_2(t)$ решения системы (1) или (2): $0 \le x_1(t) \le x_1^\Gamma(t)$, $0 \le x_2(t) \le x_2^\Gamma(t)$, $x_1^\Gamma(t) = y_1(t)$, $x_2^\Gamma(t) = y_2(t)$.

Коэффициент, характеризующий скорость проникновения информации, будем считать независимым от категории населения и полагать однородно пропорциональным скоростям изменения их численности $k(t) = \mu\dot{x}_1(t) = \mu\dot{x}_2(t)$.

Для нахождения решения подставляем функцию $u(x_1, x_2, t)$ в (5) и получаем уравнение

$$\frac{\partial X_1(x_1)}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial X_2(x_2)}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt} = -k(t)\left(\frac{\partial^2 X_1(x_1)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 X_2(x_2)}{\partial x_2^2}\right). \quad (9)$$

Исключая из рассмотрения решение, связанное с решением уравнения Лапласа [8] $\frac{\partial^2 X_1(x_1)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 X_2(x_2)}{\partial x_2^2} = 0$, получаем, что для произвольного момента времени $t \in [0, T]$ диффузионное уравнение (9) имеет решение вида $u(x_1, x_2, t) = 0{,}5\mu((1 - e^{-x_1(t)/\mu}) + (1 - e^{-x_2(t)/\mu}))$, которое позволяет определить уровни проникновения информации в пределах подгрупп, численность которых задается величинами частей $x_\Gamma^1(t)$, $x_\Gamma^2(t)$ от общего количества населения A.

Гибридный подход на основе использования уравнения диффузии и моделей химических реакций ферментативной кинетики (3), (4) позволяет получить аналогичные математические модели с учетом иной трактовки количественных переменных.

Модели на основе уравнения диффузии для исследования распространения информации использовались в процессах изучения и оптимизации потоков рекламной информации. Диффузионная модель влияния рекламы рассматривалась также с учетом показателей динамики товаров, получаемых на основе статистических отчетов по результатам деятельности торговых предприятий [9]. Результаты моделирования процесса изменения уровней распространения рекламной информации с учетом показателей продаж товарной продукции рассматривались в качестве эталонных. Для сравнительного анализа процессов влияния рекламной информации на основе предложенного подхода проведены численные эксперименты. В ряде случаев полученные результаты позволили сделать вывод об их адекватности параметрам реальных процессов изменения восприятия информации в пределах конкретно заданных групп населения, имеющих место вследствие внешнего информационного влияния.

К сожалению, следует отметить, что нельзя говорить об идентичности модельных результатов на основе обоих подходов в абсолютном большинстве экспериментов. Это легко объясняется отсутствием какой-либо определенной информации о связи объемов продаж с уровнями запоминания рекламы. Однако, на наш взгляд, предложенные варианты гибридных систем динамики распространения уровней информации на основе уравнения диффузии с использованием специальных динамических моделей представляют определенный интерес и в дальнейшем могут быть уточнены с учетом новых формальных и неформальных соотношений.

Заключение

В данной работе предложен подход к построению гибридных математических моделей динамики распространения информационных процессов в некоторой социальной или региональной группе населения. В основу формализации положено использование гибридных моделей диффузии (проникновения) и динамических моделей, описывающих инфекционные процессы и химические реакции.

Предложенная методика позволяет описывать уровни влияния и запоминания информации на основе решения диффузионного уравнения, изменение интервалов распространения в которых моделируется с помощью дополнительных соотношений в виде дифференциальных уравнений. Рассмотрено скалярное решение для одно- и двумерного представления контингента, а также решение в виде векторной функции, элементы которой описывают уровни информационного влияния в различных подгруппах потребителей.

Приведены примеры использования данного подхода, проанализированы результаты численных экспериментов. Сравнительный анализ с модельными данными о распространении рекламной информации позволяет в ряде случаев утверждать об адекватности полученных результатов и параметров реальных процессов изменения восприятия информации в пределах конкретно заданных групп населения.

Є.В. Івохін, Ю.О. Науменко

ПРО ФОРМАЛІЗАЦІЮ ПРОЦЕСІВ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ НА ОСНОВІ ГІБРИДНИХ МОДЕЛЕЙ ДИФУЗІЇ

Запропоновано підхід до побудови гібридних математичних моделей динаміки поширення інформаційних процесів у деякій соціальній або регіональній групі населення. Дана методика дозволяє описувати рівні впливу і запам'ятовувати інформацію на основі рішення дифузійного рівняння, зміна інтервалів поширення в якому моделюється за допомогою додаткових співвідношень у вигляді диференціальних рівнянь. Розглянуто скалярне рішення для одновимірного і двовимірного представлення контингенту.

E.V. Ivokhin, Yu.A. Naumenko

ON THE FORMALIZATION OF INFORMATION DISSEMINATION PROCESSES BASED ON HYBRID DIFFUSION MODELS

An this paper, we propose an approach to constructing hybrid mathematical models of the dynamics of the dissemination of information processes in a certain social or regional group of the population is considered. The proposed technique allows one to describe the levels of influence and storage of information based on the solution of the diffusion equation, the variation of the propagation intervals in which is modeled with the help of additional relations in the form of differential equations. A scalar solution for the one-dimensional and two-dimensional representation of the contingent is made.

1. *Кастлер Г.* Возникновение биологической организации. — М.: Мир., 1967. — 88 с.
2. *Чернавский Д. С.* Синергетика и информация: динамическая теория информации. — М.: Наука, 2001. — 244 с.
3. *Брайчевский С.М., Ландэ Д.В.* Современные информационные потоки: актуальная проблематика // Научно-техническая информация. — 2005. — Вып. 11, **1.** — С. 21–33.
4. *Kermack W.O., McKendrick A.G.* A contribution to the mathematical theory of epidemics // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, — 1927. — **115**, N 772. — P. 700–721.
5. *Smith R.* Modelling disease ecology with mathematics. — Ottawa: American Institute of Mathematical Sciences, 2008. — 189 p.
6. *Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. — М.: Мир, 1990. — 512 с.
7. *Араманович И.Г., Левин В.И.* Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1969. — 288 с.
8. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3. — М.: Физматлит, 2003. — 728 с.
9. *Івохін Є.В., Науменко Ю.О.* Про окремі математичні моделі процесу розповсюдження реклами в соціумі // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія ФМН. — 2017. — № 1. — С. 55–58.

Получено 14.03.2018

Статья представлена к публикации членом редколлегии доктором техн. наук Ф.Г. Гаращенко.