УДК 519.86

А.Ф. Махорт

О СОСТОЯНИЯХ РАВНОВЕСИЯ ОТКРЫТОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕМ КАПИТАЛА*

Введение

Понимание процессов, происходящих в экономических системах, важно для адекватной оценки возможных сценариев функционирования экономики. Реализация более предпочтительных сценариев зависит от наличия инструментов влияния на экономическую систему. Использование для моделирования поведения экономики равновесных подходов позволяет выявить такие инструменты. Модели экономического равновесия Вальрасового типа [1, 2] дают достаточно информации о балансе экономической системы и факторах, действия которых приводят к нарушению баланса.

Взаимное влияние субъектов экономической системы проявляется различными способами. Вследствие взаимных влияний может образовываться дополнительное перераспределение капитала в экономической системе. Любое перераспределение капитала способно приводить, в том числе, и к ухудшению состояния экономической системы. Традиционные подходы к описанию экономики, основанные на использовании функции полезности [2], не позволяют однозначно оценить качество разных состояний равновесия, что особенно необходимо в случае воздействия дополнительных факторов. Применение моделей с записью явных выражений для спроса и предложения товаров в экономической системе [1, 3] дает возможность сделать это. Другая важная особенность подобного описания связана с учетом монопольных влияний в экономике.

Дополнительное перераспределение капитала существенно влияет на ценообразование и формирование потребительских предпочтений [3]. Этот капитал можно связать с инвестиционной деятельностью субъектов экономической системы, что позволяет оценить характер влияния изменений объемов инвестированного капитала, как способ воздействия на состояние экономической системы. Изменение объемов перераспределения капитала привносит некоторую неопределенность в поведение участников рынка. Неопределенность создается инвестиционными ожиданиями и ожиданиями получения прибыли от вложения капитала. Получение дополнительных финансовых ресурсов способно изменить потребительские интересы. Учет зависимости формирования

* Работа выполнена при частичной поддержке программы фундаментальных исследований Отделения физики и астрономии НАН Украины (проект № 0117U000240).

потребительских предпочтений от дополнительного перераспределения капитала дает возможность описать эту неопределенность. На формирование потребительских предпочтений влияют и цены товаров [4]. Выясним, какие условия необходимы для реализации состояний равновесия экономической системы с заданными характеристиками уровней потребления при наличии монопольных явлений и перераспределения капитала. Именно по уровням потребления можно определить качество состояний равновесия.

Инвестирование и связанное с ним перераспределение капитала можно рассматривать и как процесс формирования портфеля ценных бумаг [5], здесь же исследуем возможность использования изменения объемов дополнительного перераспределения капитала как способ достижения выбранного состояния равновесия.

Модель экономики

Состояния равновесия, обеспечивающие возможность прибыльного производства всех производителей в экономической системе, могут быть получены из условия равенства спроса и предложения [1, 3, 4]:

$$\tilde{f}_k^0(D)\sum_{j=1}^{l} c_{kj}(p)y_j = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} + \sum_{i=1}^{n} b_{ki}^1 - e_k + i_k, \quad k=\overline{1,n}, \tag{1}$$

$$\pi_j x_j\left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj}p_k\right) - \pi_j\sum_{k=1}^{n} b_{kj}p_k + \pi_j\sum_{k=1}^{n} b_{kj}^1 p_k + D_j = y_j\sum_{s=1}^{n} c_{sj}(p)\tilde{f}_s^0(D)p_s, \quad j=\overline{1,n}. \tag{2}$$

В этих выражениях элементы матрицы спроса $\left\| c_{kj}(p)\tilde{f}_k^0(D)\right\|_{k=1,\ j=1}^{n,\ l}$ описывают потребительские предпочтения l ненасыщающихся потребителей (т.е. тех, которые тратят все имеющиеся финансы на приобретение новых товаров) относительно n типов товаров. В модели учтено, что формирование потребительских предпочтений зависит от цен на товары $p=\{p_i\}_{i=1}^n$ и объемов перераспределения капитала $D=\{D_i\}_{i=1}^n$ между субъектами экономической системы. Считаем, что каждый товар имеет своего потребителя, а всякий потребитель интересуется хотя бы одним из товаров. Тогда созданный потребителями спрос на k-й товар будет задан выражением

$$\Phi_k = \frac{1}{p_k}\sum_{i=1}^{l}\frac{c_{ki}p_k}{\sum_{s=1}^{n} c_{si}p_s}\tilde{D}_i(p), \quad k=\overline{1,n}, \tag{3}$$

а затраты потребителей на интересующие их товары составят

$$\tilde{D}_j(p) = y_j\sum_{k=1}^{n} c_{kj}(p)\tilde{f}_k^0(D)p_k, \quad j=\overline{1,l}. \tag{4}$$

Вектор $y=\{y_i\}_{i=1}^l$ определяет уровень удовлетворения потребительских намерений субъектов экономической системы. Далее будем рассматривать только те состояния равновесия, в которых при установившихся ценах и объемах перераспределения капитала потребитель сможет приобрести все товары из выбранного им набора, т.е. его нужды будут удовлетворяться полностью. В этом случае компоненты вектора y равны единице.

Прибыль, необходимую для приобретения требуемых товаров, часть потребителей получают в результате продажи товаров, изготовленных ими в процессе производства или созданных ранее и находившихся у них в запасах. Если субъекты экономической системы производят товары в объемах $x = \{x_i\}_{i=1}^n$ по технологиям, описываемым матрицей вида $\left\| a_{kj} + b_{kj} / x_j \right\|_{k,\, j=1}^n$, то с учетом экспорта $\{e_i\}_{i=1}^n$, импорта $\{i_i\}_{i=1}^n$ и запасов $\left\| b_{kj}^1 \right\|_{k,\, j=1}^n$ товаров предложение Ψ_k на k-й товар в открытой экономической системе запишется в виде

$$\Psi_k = x_k - \sum_{i=1}^n a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^n b_{ki} + \sum_{i=1}^n b_{ki}^1 - e_k + i_k, \; k = \overline{1, n}. \tag{5}$$

В случае потребления такого объема товаров их продавцы получат прибыль

$$\widetilde{D}_j^1(p) = \pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k + \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k, \; j = \overline{1, n}. \tag{6}$$

Вектор $\pi = \{\pi_i\}_{i=1}^n$ отображает существующую в экономической системе стратегию налогообложения. Финансовые поступления, полученные с помощью налогообложения, формируют доходы $l - n$ потребителей, которые не производят собственных товаров:

$$\sum_{j=n+1}^{l} \widetilde{D}_j(p) = \sum_{j=1}^{n} (1 - \pi_j) \widetilde{D}_j^1(p) / \pi_j.$$

Дополнительное перераспределение капитала в экономической системе изменит уровень чистой прибыли производителей

$$\widetilde{D}_j(p) = \widetilde{D}_j^1(p) + D_j, \; j = \overline{1, n}. \tag{7}$$

На приток или отток капитала указывает знак величин $\{D_i\}_{i=1}^n$.

Сопоставив выражения для спроса (3) и предложения (5) товаров, прибыль (6), (7) и затраты (4) субъектов экономической системы, получим уравнения равновесия (1), (2).

Задача исследования

В уравнениях равновесия (1), (2) часть величин задана, а часть принимает значения в зависимости от того, какое состояние равновесия экономической системы реализовалось. В соответствии с целями исследования укажем, какие характеристики модели следует определить. Для участия в рыночных процессах субъекты экономической системы предварительно должны выбрать стратегии своего поведения. Производители принимают решения о технологиях изготовления товаров. Следовательно, заданы матрица $\left\| a_{kj} \right\|_{k,\, j=1}^n$ с элементами a_{kj}, которые определяют объем k-го товара, необходимый для производства единицы j-го товара, и матрица $\left\| b_{kj} \right\|_{k,\, j=1}^n$, которая содержит информацию о постоянных затратах производства. Известны и элементы b_{kj}^1 матрицы $\left\| b_{kj}^1 \right\|_{k,\, j=1}^n$, показываю-

 ISSN 0572-2691

щие объем запасов k -го товара у j -го производителя. В рамках технологического процесса производители стремятся влиять и на значения цен или объемов выпусков товаров. Устанавливать цены на свои товары могут только монополисты, но при этом они не могут гарантировать управление объемами проданной продукции. Остальные производители, наоборот, способны устанавливать объемы выпускаемой ими продукции, но цены на нее образуются в результате достижения баланса между спросом и предложением. Соответственно при наличии в экономической системе $n-t$ монополистов величины $(x_1^0, \ldots, x_t^0)$ и $(p_{t+1}^0, \ldots, p_n^0)$ считаем заданными. Внешнеэкономическая деятельность обычно регламентируется, поэтому объемы экспорта $\{e_i\}_{i=1}^n$ и импорта $\{i_i\}_{i=1}^n$ товаров также следует считать заданными. С учетом антимонопольной политики фиксированными будут и уровни налогообложения $(\pi_1^0, \ldots, \pi_t^0)$ всех субъектов экономической системы за исключением монополистов.

Как потребители, субъекты экономической системы должны определиться со своими предпочтениями. Считаем, что функциональная зависимость элементов матрицы $C(p) = \left\| c_{kj}(p) \right\|_{k=1,\, j=1}^{n,\;\; l}$ от цен известна и матричные элементы $c_{kj}(p)$ принимают значения в заданном диапазоне $c_{kj}^1 \le c_{kj}(p) \le c_{kj}^0$. Что касается функций $\{\tilde{f}_i^0\}_{i=1}^n$, то для них известны обратные отображения $\{\tilde{f}_i^{-1}\}_{i=1}^n$.

Итак, систему уравнений (1), (2) при остальных заданных характеристиках решим относительно вектора цен $(p_1, \ldots, p_t)$, объемов выпуска товаров $(x_{t+1}, \ldots, x_n)$ и уровней налогообложения монополистов $(\pi_{t+1}, \ldots, \pi_n)$. Определим и объемы перераспределения капитала $\{D_i\}_{i=1}^n$, при которых компоненты вектора $(y_1, \ldots, y_l)$ будут равны единице. Состояния равновесия с такими характеристиками приемлемы для всех субъектов экономической системы, поскольку гарантируют получение всего запланированного набора товаров, выбранного соответствующим потребителем. Этот потребительский набор зависит от цен и уровней перераспределения капитала, следовательно, может содержать не обязательно наибольшие объемы товаров, интересующих конкретного субъекта экономической системы, но они не должны быть ниже принятых субъектами минимальных стандартов. Если задать величины $\{\tilde{C}_i^1\}_{k=1}^n$ и потребовать выполнения оценки $\tilde{f}_i^0(D) \ge \tilde{C}_i^1$, $i = \overline{1, n}$, то минимальный набор желаемых товаров i -м потребителем будет $\{\tilde{C}_i^1 c_{ki}^1\}_{k=1}^n$.

Параметризация состояний равновесия

В случае когда спектральный радиус матрицы $A = \left\| a_{jk} \right\|_{j,\, k=1}^n$ меньше единицы, для нахождения значений характеристик состояний равновесия можно воспользоваться ранее полученными результатами [3, 4].

Учтем далее, что все компоненты вектора $y = \{y_i\}_{i=1}^l$ должны быть равны единице. Если ввести обозначение

$$\hat{z}_i^1 = \tilde{f}_i^0(D) \sum_{j=1}^{l} c_{ij}(p), \; i = \overline{1, n}, \tag{8}$$

то уравнение равновесия (1) трансформируется в выражение вида

$$\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\hat{z}_s = x_k^0 - \sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} - \sum_{i=1}^{n} b_{si}^1\right],\ k=\overline{1,t}, \tag{9}$$

$$\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\hat{z}_s = x_k - \sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} - \sum_{i=1}^{n} b_{si}^1\right],\ k=\overline{t+1,n}. \tag{10}$$

Правая часть выражения (9) задана, поэтому его можно рассматривать как уравнение относительно неизвестного вектора $\hat{z}^1 = \{\hat{z}_i^1\}_{i=1}^n$. Из представления (8) следует, что решением должен быть вектор с положительными компонентами. Пусть $\|g_{ki}\|_{k,\,i=1}^t$ — матрица, обратная $\left\|(E-A)_{ks}^{-1}\right\|_{k,\,s=1}^t$. Такая матрица существует, так как ограничение на спектральный радиус матрицы A гарантирует, что у матрицы $\left\|(E-A)_{ks}^{-1}\right\|_{k,\,s=1}^n$ все главные миноры положительные [6]. Потребуем выполнения неравенств

$$(b^0, g_i) = \sum_{s=1}^{t} b_s^0 g_{is} > 0,\ i=\overline{1,t}, \tag{11}$$

$$b_k^0 = x_k^0 - \sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} - \sum_{i=1}^{n} b_{si}^1\right],\ k=\overline{1,t}.$$

Данное требование к заданным характеристикам можно удовлетворить либо за счет соответствующего выбора объемов выпуска товаров $\{x_i^0\}_{i=1}^t$, либо за счет объемов запаса товаров, либо регуляцией внешнеэкономической деятельности. Задача (9) содержит больше неизвестных, чем уравнений, а правая часть $\{b_i^0\}_{i=1}^t$ положительна из-за спектральных свойств матрицы A и того, что предложение товаров в экономической системе не может быть отрицательным. Если неравенства (11) справедливы, для системы уравнений такого вида можно записать параметрическое решение в форме, предложенной в [1]:

$$\begin{aligned}\hat{z}^1(\gamma) = \Bigg\{&(b^0, g_1) - \sum_{j=t+1}^{n}\sum_{k=1}^{t}(E-A)_{kj}^{-1} g_{1,k}\gamma_j z_j^*, \ldots, (b^0, g_t) - \\ &- \sum_{j=t+1}^{n}\sum_{k=1}^{t}(E-A)_{kj}^{-1} g_{t,k}\gamma_j z_j^*, \gamma_{t+1} z_{t+1}^*, \ldots, \gamma_n z_n^*\Bigg\},\end{aligned} \tag{12}$$

где заданные компоненты вспомогательного вектора $z^* = \{z_i^*\}_{i=t+1}^n$ выбираются так, чтобы обеспечить выполнение неравенств

$$(b^0, g_i) \ge \sum_{k=1}^{t}(E-A)_{kj}^{-1} g_{ik} z_j^*,\ j=\overline{t+1,n},\ i=\overline{1,t}.$$

Переменный вектор параметров $\gamma = (\gamma_{t+1}, \ldots, \gamma_n)$ с компонентами, значения которых принадлежат множеству [1]

ISSN 0572-2691

$$(b^0, g_i) > \sum_{j=t+1}^{n}\sum_{k=1}^{t}(E-A)_{kj}^{-1} g_{ik}\gamma_j z_j^*, \ i=\overline{1,t}, \tag{13}$$

$$\sum_{j=t+1}^{n+1}\gamma_j = 1, \ \gamma_i > 0, \ i=\overline{t+1,n}, \tag{14}$$

где допускаются и отрицательные значения параметра γ_{n+1}, опишет все возможные положительные решения системы уравнений (9). Предположения о свойствах функций $\{\tilde{f}_i^0\}_{i=1}^n$ могут привести к дополнительным ограничениям на параметры $(\gamma_{t+1},...,\gamma_n)$. Используя условие $\tilde{f}_i^0(D) \geq \tilde{C}_i^1$, из определения (8) получим

$$\frac{\hat{z}_i^1(\gamma)}{\sum_{j=1}^{l} c_{ij}(p)} \geq \tilde{C}_i^1, \ i=\overline{1,n},$$

чтобы это неравенство было справедливо для произвольного вектора цен, достаточно потребовать выполнения неравенств

$$\begin{gathered}(b^0, g_i) - \sum_{j=t+1}^{n}\sum_{k=1}^{t}(E-A)_{kj}^{-1} g_{ik}\gamma_j z_j^* \geq \tilde{C}_i^1 \sum_{j=1}^{l} c_{ij}^0, \ i=\overline{1,t}, \\ \gamma_i z_j^* \geq \tilde{C}_i^1 \sum_{j=1}^{l} c_{ij}^0, \ i=\overline{t+1,n}.\end{gathered} \tag{15}$$

Ограничения (13)–(15) и будут определять допустимые значения вектора параметров γ. Разные допустимые значения вектора параметров γ будут соответствовать возможным приемлемым состояниям равновесия.

Фиксация величины минимального набора желаемых товаров, приемлемого для конкретного потребителя, привела к дополнительным ограничениям в выборе значений вектора параметров γ (15). Экономические реалии требуют, чтобы область значений объемов перераспределения капитала была ограничена верхней границей. Эту границу можно связать с оценкой $\tilde{f}_i^0(D) \leq \tilde{C}_i^0$, $i=\overline{1,n}$, что приведет к появлению максимального набора желаемых товаров для i-го потребителя $\left\{\tilde{C}_i^0 c_{ki}^0\right\}_{k=1}^n$. В этом случае будет существовать оптимальный вектор параметров γ^0, соответствующий состоянию равновесия с предпочтительными потребительскими наборами товаров, которые будут приемлемы сразу для всех субъектов экономической системы. Оптимальные значения вектора параметров γ можно определить из экстремальной задачи [7]

$$\min_{\gamma} \tilde{\mathcal{F}}(\gamma), \ \tilde{\mathcal{F}}(\gamma) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left[\tilde{C}_j^0 \sum_{k=1}^{l} c_{jk}^1 - \hat{z}_j^1(\gamma)\right]^2. \tag{16}$$

Решение γ^0 оптимизационной задачи (16) будет удовлетворять ограничениям (13)–(15), а для величин $\{\hat{z}_i^1(\gamma^0)\}_{i=1}^n$ из выражения (12) справедливы оценки

$$\tilde{C}_i^0 \sum_{j=1}^{l} c_{ij}^1 \ge \hat{z}_i^1(\gamma^0) \ge \tilde{C}_i^1 \sum_{j=1}^{l} c_{ij}^0, \; i = \overline{1, n},$$

при условии выполнения неравенств

$$(b^0, g_j) - \sum_{i \in M_j^+} \tilde{C}_i^0 \left(\sum_{s=1}^{l} c_{is}^1 \right) \sum_{k=1}^{t} (E-A)_{ki}^{-1} g_{jk} -$$

$$- \sum_{i \in M_j^-} \tilde{C}_i^1 \left(\sum_{s=1}^{l} c_{is}^0 \right) \sum_{k=1}^{t} (E-A)_{ki}^{-1} g_{jk} \ge \tilde{C}_j^1 \sum_{s=1}^{l} c_{js}^0, \; j = \overline{1, t},$$

$$(b^0, g_j) - \sum_{i \in M_j^+} \tilde{C}_i^1 \left(\sum_{s=1}^{l} c_{is}^0 \right) \sum_{k=1}^{t} (E-A)_{ki}^{-1} g_{jk} -$$

$$- \sum_{i \in M_j^-} \tilde{C}_i^0 \left(\sum_{s=1}^{l} c_{is}^1 \right) \sum_{k=1}^{t} (E-A)_{ki}^{-1} g_{jk} \le \tilde{C}_j^0 \sum_{s=1}^{l} c_{js}^1, \; j = \overline{1, t},$$

$$M_j^+ = \left\{ i \in [t+1, n], \quad i : \sum_{k=1}^{t} (E-A)_{ki}^{-1} g_{jk} > 0 \right\},$$

$$M_j^- = \left\{ i \in [t+1, n], \; i : \sum_{k=1}^{t} (E-A)_{ki}^{-1} g_{jk} < 0 \right\} \ne \varnothing,$$

$$\sum_{j=1}^{t} \tilde{C}_j^1 \left(\sum_{s=1}^{l} c_{js}^0 \right) \left| \sum_{k=1}^{t} (E-A)_{ki}^{-1} g_{jk} \right| \le \tilde{C}_i^1 \sum_{s=1}^{l} c_{is}^0, \; i = \overline{t+1, n}.$$

Ценообразование в экономической системе

Выбрав вектор γ из заданного ограничениями (13)–(15) множества (например, оптимальный γ^0), определим равновесный вектор цен $\{p_i(\gamma)\}_{i=1}^t$. Выражение (2) трансформируем к виду операторного уравнения

$$p_k = \mathcal{P}_k^1(p), \; k = \overline{1, t}, \tag{17}$$

$$\mathcal{P}_k^1(p) = \sum_{j=1}^{t} (E-A)_{jk}^{-1} \left[\sum_{s=t+1}^{n} a_{sj} p_s^0 + \frac{\hat{z}_j(\gamma)}{\pi_j x_j} \frac{\sum_{s=1}^{n} c_{sj}(p) p_s}{\sum_{s=1}^{l} c_{js}(p)} + \frac{1}{x_j} \sum_{s=1}^{n} (b_{sj} - b_{si}^1) p_s - D_j \right], \; k = \overline{1, t}.$$

Из предположения о существовании обратного отображения $\{\tilde{f}_i^{-1}\}_{i=1}^n$ и определения (8) получим

$$D_i = \tilde{f}_i^{-1}(\gamma, C(p)), \; i = \overline{1, t}. \tag{18}$$

Пусть возможные изменения объемов перераспределения капитала в диапазоне $0 \le D_j^m \le \left| D_j \right| \le D_j^M, \quad j = \overline{1, t},$ удовлетворяют ограничениям $\tilde{C}_i^1 \le \tilde{f}_i^0(D) \le \tilde{C}_i^0,$

ISSN 0572-2691

$i = \overline{1,t}$, а величины $\{D_i^M\}_{i=1}^t$ и $\{D_i^m\}_{i=1}^t$ при фиксированном векторе γ зависят только от элементов матриц $\left\|c_{kj}^0\right\|_{k=1,\,j=1}^{n,\ l}$ и $\left\|c_{kj}^1\right\|_{k=1,\,j=1}^{n,\ l}$. Свобода выбора вектора γ позволяет достичь этого. Определим граничные уровни перераспределения капитала:

$$D_j^{\max} = \begin{cases} D_j^M, & D_j > 0, \\ D_j^m, & D_j < 0, \end{cases} \quad D_j^{\min} = \begin{cases} D_j^m, & D_j > 0, \\ D_j^M, & D_j < 0, \end{cases} \quad j \in [1, t].$$

Теорема 1. В случае выполнения требований

$$\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^0}\max_{s\in[1,\,t]}\left(\frac{\hat{z}_j(\gamma)}{\pi_j^0}\frac{c_{sj}^0}{\sum\limits_{i=1}^{l}c_{ji}^1}+b_{sj}-b_{sj}^1\right)<1,$$

$$\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{\tilde{C}_j^1}{\pi_j^0x_j^0}\frac{\sum\limits_{s=t+1}^{n}c_{sj}^1p_s^0}{\sum\limits_{i=1}^{l}c_{ji}^0}+\frac{1}{x_j^0}\sum_{s=t+1}^{n}(b_{sj}-b_{sj}^1)p_s^0-D_j^{\max}\right]>0$$

существует положительное решение задачи (17), (18), а объем перераспределения капитала в экономической системе $\{D_i\}_{i=1}^n$ будет находиться в интервале $0 \le D_j^m \le \left|D_j\right| \le D_j^M$, $j = \overline{1,t}$.

Доказательство. Рассмотрим компактное выпуклое множество

$$M^t(\rho_0,\rho)=\left\{p_k \ge \rho_0,\ 0 \le D_k^m \le \left|D_k\right| \le D_k^M,\ k=\overline{1,t},\ \sum_{j=1}^{t}p_j \le \rho\right\}.$$

Учтем обязательное выполнение условия $c_{kj}^1 \le c_{kj}(p) \le c_{kj}^0$. На основании цепочки неравенств

$$\sum_{k=1}^{t}\mathcal{R}_k^1(p) \le \sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{\hat{z}_j(\gamma)}{\pi_j^0x_j^0}\frac{\sum\limits_{s=1}^{n}c_{sj}^0p_s}{\sum\limits_{j=1}^{l}c_{ji}^1}+\frac{1}{x_j^0}\sum_{s=1}^{n}(b_{sj}-b_{sj}^1)p_s-D_j\right] \le$$

$$\le \sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{\hat{z}_j(\gamma)}{\pi_j^0x_j^0}\frac{\sum\limits_{s=t+1}^{n}c_{sj}^0p_s^0}{\sum\limits_{i=1}^{l}c_{ji}^0}+\frac{1}{x_j^0}\sum_{s=t+1}^{n}b_{sj}p_s^0-D_j^{\min}\right]+$$

$$+\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^0}\max_{s\in[1,t]}\left(\frac{\hat{z}_j(\gamma)}{\pi_j^0}\frac{c_{sj}^0}{\sum_{i=1}^{l}c_{ji}^1}+b_{sj}-b_{sj}^1\right)\sum_{s=1}^{t}p_s$$

определим параметр ρ, для которого справедливо неравенство

$$\frac{\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{\hat{z}_j(\gamma)}{\pi_j^0x_j^0}\sum_{s=t+1}^{n}c_{sj}^0p_s^0\Big/\sum_{j=1}^{l}c_{ij}^1+\frac{1}{x_j^0}\sum_{s=t+1}^{n}b_{sj}p_s^0-D_j^{\min}\right]}{1-\sum_{k=1}^{t}\sum_{i=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^0}\max_{s\in[1,t]}\left(\frac{\hat{z}_j(\gamma)}{\pi_j^0}c_{sj}^0\Big/\sum_{i=1}^{l}c_{ji}^1+b_{sj}-b_{sj}^1\right)}\le\rho.$$

В то же время параметр $\rho_0>0$ может быть выбран из оценки

$$\mathcal{R}_k^1(p)\ge\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{\hat{z}_j(\gamma)}{\pi_j^0x_j^0}\frac{\sum_{s=1}^{n}c_{sj}^1p_s}{\sum_{i=1}^{l}c_{ji}^0}+\frac{1}{x_j^0}\sum_{s=1}^{n}(b_{sj}-b_{sj}^1)p_s-D_j\right]\ge$$

$$\ge\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{\tilde{C}_j^1}{\pi_j^0x_j^0}\frac{\sum_{s=t+1}^{n}c_{sj}^1p_s^0}{\sum_{i=1}^{l}c_{ji}^0}+\frac{1}{x_j^0}\sum_{s=t+1}^{n}b_{sj}p_s^0-D_j^{\max}\right]+$$

$$+\rho_0\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^0}\sum_{s=1}^{t}\left(\frac{\tilde{C}_j^1}{\pi_j^0}\frac{c_{sj}^1}{\sum_{i=1}^{l}c_{ji}^0}+b_{sj}-b_{sj}^1\right)\ge\rho_0,\ k=\overline{1,t}.$$

Отображения $\{\tilde{f}_i^{-1}\}_{i=1}^n$ заданы так, что

$$D_i^m(\gamma)\le\left|\tilde{f}_i^{-1}(\gamma,C(p))\right|\le D_i^M(\gamma),\ i=\overline{1,t},$$

где величины $\{D_i^m\}_{i=1}^n$ и $\{D_i^M\}_{i=1}^n$ должны определяться только по матричным элементам c_{kj}^1 и c_{kj}^0 при фиксированном векторе γ. В результате получим, что оператор $\{\mathcal{R}_k^1(p)\}_{k=1}^t$ будет переводить множество $M^t(\rho_0,\rho)$ само в себя. Этого достаточно, чтобы, исходя из теорем о неподвижной точке [8], сделать вывод о существовании решения уравнений (17), (18).

Теорема доказана.

Из условий теоремы можно оценить возможные значения верхних границ объемов перераспределения капитала $\{\tilde{C}_i^0\}_{k=1}^n$:

$$\tilde{C}_i^0 \le \varsigma,\ i=\overline{1,n},\ \sum_{j=1}^{n}\tilde{C}_j^0 < n\varsigma,$$

$$\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^0}\max_{s\in[1,\,t]}\left(\frac{\varsigma}{\pi_j^0}\frac{c_{sj}^0}{\sum_{i=1}^{l}c_{ji}^1}+b_{sj}-b_{sj}^1\right)=1.$$

Относительно других равновесных характеристик объемы выпуска товаров монополистами определяются по вектору $\hat{z}^1(\gamma)=\{\hat{z}_i^1(\gamma)\}_{i=1}^n$ из выражения (10). Для гарантии их положительности достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s-i_s+\sum_{j=1}^{n}b_{sj}-\sum_{i=1}^{n}b_{si}^1\right]\ge 0,\ k=\overline{t+1,n}.$$

Значения объемов перераспределения капитала $\{D_i\}_{i=t+1}^n$ согласно выражению (8) найдем по формуле

$$D_i=\tilde{f}_i^{-1}(\gamma, C(p)),\ i=\overline{t+1,n}.$$

Знание равновесных цен, объемов выпуска товаров и перераспределения капитала позволит рассчитать и уровни налогообложения монополистов. Из равенств (2) следует

$$\pi_j=\frac{\sum_{s=1}^{t}c_{sj}(p)p_s+\sum_{s=t+1}^{n}c_{sj}(p)p_s^0-D_j}{p_j^0x_j-\sum_{k=1}^{t}(a_{kj}x_j+b_{kj}-b_{kj}^1)p_k-\sum_{k=t+1}^{n}(a_{kj}x_j+b_{kj}-b_{kj}^1)p_k^0},\ j=\overline{t+1,n}.$$

Значения всех равновесных характеристик зависят от выбора вспомогательного вектора параметров γ, а ограничения (15) позволяют задать его компоненты так, чтобы выявить состояния равновесия, при которых субъекты экономической системы смогут обеспечить себе полное потребление, по крайней мере, минимального приемлемого для них набора товаров.

Заключение

Проведенное исследование способствует выяснению значения перераспределения капитала в достижении экономической системой состояний равновесия с заданными характеристиками. Одной из причин появления перераспределения капитала в экономической системе может быть инвестиционная деятельность ее субъектов. Знание равновесных значений объемов перераспределения капитала необходимо для оценки возможности возвращения затраченных инвесторами ресурсов. Информация о реакции экономической системы на действие этого фактора позволяет использовать его как инструмент реализации желаемого сценария. Действительно, на основании ранее полученных результатов из условий равновесия (1), (2) следует, что, задав соответствующим образом стратегию налогообложения и объемы перераспределения капитала, можно достичь нужного состояния равновесия. Предложенная схема определения равновесных характеристик дает ответ, как получить требуемые значения указанных величин.

Особенности моделирования экономики в данном исследовании состоят в выборе описания потребительских предпочтений матрицей вида

$$\left\| c_{kj}(p)\,\tilde{f}_k^{0}(D) \right\|_{k=1,\ j=1}^{n,\quad l}$$

и предположении о знании зависимости от аргумента функций $\{\tilde{f}_i^{\,0}\}_{i=1}^{n}$ и их обратных отображений $\{\tilde{f}_i^{-1}\}_{i=1}^{n}$. Тогда как в [4] учитывалось, что формирование потребительских предпочтений зависит только от цен товаров, а в [3] — только от перераспределения капитала. Применение схемы определения равновесных характеристик позволит выявить те состояния экономической системы, которые обеспечат ее субъектам приемлемые условия функционирования. Модель для описания экономической системы адаптирована для исследования реальных экономик, информация о которых задается статистическими данными системы национальных счетов [9]. Моделирование изменения коэффициентов потребления [10] может предоставить информацию об оптимальном распределении инвестиций в экономической системе, способствующем реализации предпочтительных сценариев для экономики.

А.П. Махорт

ПРО СТАНИ РІВНОВАГИ ВІДКРИТОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ З ДОДАТКОВИМ ПЕРЕРОЗПОДІЛОМ КАПІТАЛУ

З'ясовано умови досягнення економічною системою станів рівноваги із заданими властивостями. Суб'єкти економічної системи є ненасичуваними споживачами товарів. Серед виробників товарів є монополісти. Модель економіки враховує оподаткування прибутків. Споживчі уподобання суб'єктів економічної системи залежать від цін на товари і обсягів додаткового перерозподілу капіталу між виробниками. Наведено алгоритм розв'язання рівнянь рівноваги.

A.Ph. Makhort

ON EQUILIBRIUM STATES OF AN OPEN ECONOMY WITH AN ADDITIONAL REDISTRIBUTION OF THE CAPITAL

There are conditions of an achievement of economy equilibrium states with defined properties. Subjects of the economy are insatiable consumers. The economy contains monopolies. The economy model takes into account a taxation of the profit. The consumers interests depend on prices of goods and values of the additional redistribution of the capital between the economy subjects. There is an algorithm of a solution of the equilibrium equations.

1. *Гончар М.С.* Фондовий ринок, економічний ріст. — Київ : Обереги, 2001. — 826 с.
2. *Debreu G.* Existence of competitive equilibrium // Handbook of Mathematical Economic / ed. by K.J. Arrow and M.D. Intriligator. — Amsterdam : North-Holland Publishing Company, 1982. — **2**. — P. 698–742.
3. *Махорт А.Ф.* О влиянии монополистов и финансовых обязательств на равновесие в открытой экономической системе // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2017. — № 2 — С. 122–133.
4. *Махорт А.Ф.* О влиянии зависимости структуры потребления товаров от цены на равновесие в экономической системе // Кибернетика и системный анализ. — 2015 — № 2. — С. 52–61.
5. *Magill M., Quinzii M.* Theory of incomplete markets. — Cambridge MIT Press, 2002. — **1.** — 558 p.
6. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. — М. : Наука, 1966. — 576 с.
7. *Махорт А.Ф.* Равновесие в экономической системе с разными типами стратегий поведения потребителей // Проблемы управления и информатики. — 2009. — № 1. — С.107–117.
8. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. — М. : Наука, 1977. — 442 с.
9. *Гончар Н.С., Жохин А.С., Козырский В.Г., Махорт А.Ф.* Европейские стандарты украинской экономики и пути их достижения // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2009. — № 5. — С. 106–129.
10. *Махорт А.Ф.* О влиянии потребительских предпочтений на равновесие в открытой экономической системе // Кибернетика и системный анализ. — 2016. — № 4. — С. 11–28.

Получено 03.05.2017
После доработки 02.11.2017