

УДК 629.7.05

*А.И. Ткаченко*

**СЕЛЕКЦИЯ МАРКЕРОВ ПРИ ПОЛЕТНОЙ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКЕ**

Предлагаются неалгоритмические средства улучшения точности полетной геометрической калибровки.

Полетная геометрическая калибровка (далее — калибровка) здесь рассматривается как процесс уточнения взаимной ориентации бортовой съемочной камеры и звездного датчика в корпусе космического аппарата (КА). Калибровка предназначена для уточнения данных, используемых при координатной привязке наземных объектов по космическим снимкам. Традиционно калибровка включает два этапа: полетный — фотосъемка заданных наземных ориентиров (маркеров) с орбиты КА; и наземный — обработка полученных снимков с использованием стационарного компьютера и соответствующих алгоритмов [1].

В настоящей работе предполагается, что в целях калибровки используется разновидность метода векторного согласования, давно и хорошо известного в теории инерциальной навигации [2, 3]: взаимная ориентация двух координатных базисов определяется по синхронным представлениям некоторых векторов в обоих базисах. Уравнения алгоритма калибровки методом векторного согласования приведены в [4]. Специфика применения метода векторного согласования в рамках калибровки состоит в том, что в качестве измеряемых и рассчитываемых векторов используются направляющие векторы линий визирования наземных маркеров. Зависимость точности калибровки от положений линий визирования относительно оптической оси камеры при съемке, по-видимому, не исследована.

Цель настоящей работы — продемонстрировать факт такой зависимости и показать, как задать направление оптической оси камеры относительно известных маркеров, чтобы повысить точность калибровки.

В публикации [5] исследованы особенности калибровки по наблюдениям известных маркеров, фиксированных в пределах относительно малого участка полигона. Как и следовало ожидать, ошибка идентификации углового положения снимка в его плоскости существенно превышала ошибку идентификации самой плоскости снимка. Результаты такой калибровки не годятся для координатной привязки наземных объектов, далеко отстоящих в момент их съемки от точки пересечения оптической оси камеры с земной поверхностью [6].

Возможны противоположные ситуации, когда маркеры, подлежащие съемке при калибровке, в более или менее значительном числе размещены на достаточно обширном подспутниковом полигоне. По соображениям, раскрываемым ниже, при наземной обработке результатов съемки может оказаться целесообразным учитывать одновременно не все маркеры, запечатленные на снимке, либо учитывать их порознь.

© А.И. ТКАЧЕНКО, 2018

Воспроизведем определения и обозначения из [6]. В некоторой точке  $O$  низкоорбитального КА установлены съемочная камера, звездный датчик и приемная антенна GPS. Введем, как в [6], ортонормированные координатные базисы:  $I$  — геоцентрический инерциальный,  $J$  — связанный с Землей,  $K(k_1, k_2, k_3)$  — связанный с камерой, с базисным вектором  $k_3$ , направленным по оптической оси камеры;  $E(e_1^\circ, e_2^\circ, e_3^\circ)$  — связанный со звездным датчиком, с вектором  $e_3^\circ$ , направленным по оптической оси датчика в сторону звездного неба. Оба последних базиса имеют начало в точке  $O$ . Представления физических векторов в этих базисах отмечаем соответствующим нижним индексом. Совпадение базисов  $E$  и  $K$ , предусматриваемое идеализированным проектным вариантом оптико-электронного комплекса КА, нереально. В действительности обычно имеет место незначительная неопределенность взаимного углового положения этих базисов в корпусе КА, характеризуемая неизвестным вектором малого поворота  $\theta_E = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = \text{const}$  ( $T$  — символ транспонирования). Калибровка сводится к вычислению достаточно точной оценки вектора  $\theta_E$  в виде вектора  $\theta_E^* = [\theta_1^* \ \theta_2^* \ \theta_3^*]^T$  и коррекции по формуле  $C_{EK} \approx [E_3 - \Phi(\theta_E^*)]C_{EK}^*$ , где  $C_{EK}$  — искомая матрица преобразования координат из базиса  $K$  в  $E$ ;  $C_{EK}^*$  — модельная (заданная) аппроксимация упомянутой матрицы;  $\Phi$  — матрица оператора векторного умножения в конкретном базисе;  $E_3$  — единичная  $3 \times 3$ -матрица.

Пусть  $M$  — один из маркеров, наблюдаемых при калибровке;  $e_K, e_E = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T = C_{EK}e_K, e_J = C_{JE}e_E$  — представления единичного вектора направления  $MO$  в соответствующих базисах; звездочкой отмечаем модельные (вычисленные) значения этих представлений, найденные, как в [7], с использованием камеры, звездного датчика и сообщений GPS;  $C_{JE}$  — матрица преобразования координат из базиса  $E$  в  $J$ ;  $O^\circ$  — точка пересечения оптической оси камеры с поверхностью Земли;  $s_1^\circ, s_2^\circ$  — смещения точки  $M$  относительно  $O^\circ$  соответственно в направлениях базисных векторов  $k_1$  и  $k_2$ ;  $H^\circ$  — расстояние между точками  $O^\circ$  и  $O$ . В довольно обычной ситуации, когда оптическая ось камеры близка к вертикали в точке  $O$ , оказывается  $e_1 \approx s_1^\circ / H^\circ, e_2 \approx s_2^\circ / H^\circ$ . При съемках камерой с узким полем зрения в общем случае  $|s_1^\circ| \ll H^\circ, |s_2^\circ| \ll H^\circ$ . Тогда  $|e_1| \ll 1, |e_2| \ll 1, e_3 \approx 1$ .

Скопируем из [6] приближенное представление  $e_J^* = e_J + G\theta_E$  и уравнение измерений

$$e_J^* - e_J = G\theta_E, \quad (1)$$

где  $G = -C_{JE}\Phi(e_E)$ . Оценка вектора  $\theta_E$  получается как решение системы доступных уравнений (1), например, методом наименьших квадратов.

В рамках упрощенного анализа наблюдаемости вектора  $\theta_E$  по измерениям (1) примем  $C_{JE} \approx E_3$ . Поскольку координата  $\theta_3$  фигурирует в уравнении (1) только с малыми коэффициентами  $e_1, e_2$ , левая часть указанного уравнения может оказаться весьма малой при относительно больших значениях  $\theta_3$ , т.е. эта координата слабо наблюдаема [8]. Теперь рассмотрим это подробнее, пусть для калибровки ис-

пользуется единственный снимок участка-полигона с известными маркерами. Для конкретного маркера найдется скаляр  $a \neq 0$ , такой, что вектор  $\theta_E = \theta_E^x = ae_E$  обращает в нуль правую часть соответствующего уравнения (1). Это означает, что вектор  $\theta_E^x$  — состояние, не вполне наблюдаемое по одному измерению (1). Если все используемые маркеры находятся в пределах относительно малого полигона, то вектор  $\theta_E$  слабо наблюдаем со всеми своими координатами, причем ошибки оценивания его элементов соотносятся приближенно как координаты вектора  $e_E$ .

Для улучшения точности оценивания координаты  $\theta_3$  с помощью алгоритма (1) благоприятны наблюдения маркеров, отстоящих достаточно далеко от точки  $O^\circ$ , т.е. при относительно больших значениях  $|s_1^\circ|$ ,  $|s_2^\circ|$ . Если нужно отобрать для калибровки несколько из совокупности маркеров, представленных на снимке, предпочтительно поддерживать некоторую их конфигурацию, симметричную относительно точки  $O^\circ$ , чтобы обеспечить варьирование знаков коэффициентов при  $\theta_3$  в уравнениях (1), относящихся к разным ориентирам. Этот же прием способствует повышению точности оценивания координат  $\theta_1, \theta_2$  вследствие варьирования знаков коэффициентов при этих координатах в последнем уравнении системы (1). Можно, например, рассчитать геоцентрический радиус-вектор точки  $O^\circ$  как среднее геометрическое геоцентрических радиусов-векторов всех используемых ориентиров.

Моделирование калибровки выполнялось по схеме работ [6, 7]. Предполагалось, что 16 точек возможного местонахождения маркеров находятся в узлах равномерной квадратной сетки на полигоне, имеющем форму квадрата со стороной 20 км. Такая несколько условная конфигурация удобна для выявления зависимости точности калибровки от выбора маркеров, используемых в расчетах. Упомянутые точки пронумерованы, как принято в языке программирования Фортран: сверху вниз в каждом столбце матрицы  $4 \times 4$  с непрерывным продолжением нумерации в следующем столбце. Инерциальный базис  $I$  задавался в виде правого ортогонального геоцентрического трехгранника  $\xi\eta\zeta$  с осью  $\eta$ , направленной по оси вращения Земли через Северный полюс, и осью  $\zeta$ , указывающей на точку весеннего равноденствия. В качестве земного базиса  $J$  принималось фиксированное в теле Земли положение базиса  $I$  за полчаса до съемки. Бортовая камера выполняет единственный снимок полигона в момент, когда КА проходит над ним на высоте 670 км. Случайные ошибки звездного датчика — центрированные гауссовы шумы со среднеквадратическими отклонениями 5, 5 и 12 с дуги [9]. Гауссовым шумам GPS приписывалось вполне реалистичное среднеквадратическое отклонение 3 м [10]. Погрешности считывания координат изображений на чувствительной площадке камеры и ошибки задания координат маркеров в базисе  $J$  вводились как случайные величины, равномерно распределенные соответственно в пределах  $\pm 9 \cdot 10^{-6}$  и  $\pm 1$  м.

Некоторые результаты моделирования калибровки по наблюдениям двух наземных маркеров представлены в табл. 1. Каждая строка таблицы соответствует одной серии, состоящей из 100 вариантов моделирования. Серии различались выбором используемых маркеров и направлением оптической оси камеры. В каждом варианте элементы вектора  $\theta_E$  задавались как нормально распределенные центрированные случайные величины со среднеквадратическими отклонениями  $10'$ . В столбце  $N_M$  табл. 1 указаны номера точек местонахождения использованных маркеров в матрице-сетке. Столбец  $O^\circ$  указывает на номер маркера (узла сетки),

на который наводится оптическая ось камеры при съемке, либо содержит символ С, если оптическая ось камеры проходит через середину отрезка, соединяющего оба маркера. В последующих столбцах табл. 1 показаны статистические

характеристики остаточных ошибок калибровки  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  — математические ожидания  $M_{\theta_1}, M_{\theta_2}, M_{\theta_3}$  и среднеквадратические отклонения  $\sigma_{\theta_1}, \sigma_{\theta_2}, \sigma_{\theta_3}$ , рассчитанные в секундах дуги на основании обработки 100 вариантов серии.

Таблица 1

| $N_M$ | $O^\circ$ | $M_{\theta_1}$ | $M_{\theta_2}$ | $M_{\theta_3}$ | $\sigma_{\theta_1}$ | $\sigma_{\theta_2}$ | $\sigma_{\theta_3}$ |
|-------|-----------|----------------|----------------|----------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1, 16 | С         | 0,1            | - 0,6          | - 3,4          | 3,2                 | 4,4                 | 16,3                |
| 1, 16 | 1         | 0,7            | - 1,1          | - 3,4          | 9,2                 | 9,8                 | 16,3                |
| 6, 11 | С         | 0,1            | - 0,6          | 4,2            | 3,2                 | 4,3                 | 31,8                |
| 6, 11 | 6         | 0,3            | - 0,9          | 4,1            | 5,5                 | 6,2                 | 31,8                |
| 6, 11 | 1         | 0,5            | - 1,2          | 4,1            | 9,3                 | 9,8                 | 31,8                |

Подтверждаются отмеченные выше тенденции: более строгая симметрия выбранных маркеров относительно точки  $O^\circ$  способствует более точному оцениванию параметров  $\theta_1, \theta_2$ , а уменьшение наибольшего расстояния от маркера до точки  $O^\circ$  снижает точность оценки параметра  $\theta_3$ . Близкие по смыслу выводы следуют из результатов моделирования калибровки по наблюдениям четырех маркеров.

Параметры взаимной ориентации камеры и звездного датчика, уточненные в результате калибровки, использовались при моделировании координатной привязки неизвестных наземных объектов в «земном» базисе по методике работы [7]. Задавалось размещение «неизвестных» точечных наземных объектов на участках А и В, имеющих форму квадрата со стороной соответственно 10 и 20 км и лежащих на трассе полета КА. Съемка каждого участка производилась, когда он оказывался в поле зрения камеры. На каждом из участков А и В 16 объектов привязки находятся в узлах равномерной квадратной сетки со стороной ячейки соответственно 3,3 или 6,7 км. Таким образом, значения каждой из координат объектов одного участка в земном базисе образуют  $(4 \times 4)$ -матрицу. Объекты каждого участка пронумерованы, как принято в языке программирования Фортран, по аналогии с изложенными выше пояснениями. Такая конфигурация удобна для демонстрации зависимости ошибок координатной привязки от расположения объектов привязки относительно точки пересечения оптической оси камеры с земной поверхностью. При съемках ось чувствительности камеры наводилась на объект № 7 соответствующего участка, находящийся на пересечении второго столбца и третьей строки матрицы. Характеристики возмущающих факторов — те же, что и при моделировании полетной калибровки.

По результатам 100 вариантов моделирования формировались показатели  $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$  — оценки среднеквадратических отклонений ошибок привязки координат объектов в земном базисе J. В табл. 2 показаны упомянутые характеристики при моделировании координатной привязки по 12 снимкам каждого из участков А и В с использованием результатов полетной калибровки, соответствующих первой строке табл. 1. При интервале между моментами экспонирования 7 с угол тангажа КА изменялся в процессе съемок от 20 до - 25 °. В последних столбцах табл. 2 («Участок А» и «Участок В») представлены в матричной форме характеристики, поименованные в соответствующей ячейке первого столбца. Видно, как с увеличением расстояния от точки 7 до объекта координатной привязки снижается точность привязки. Особенно это заметно для большего участка В. Это хорошо

согласуется с формулой (7) из [6], приближенно характеризующей зависимость ошибок координатной привязки от параметров  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, s_1^0, s_2^0$  и высоты орбиты.

Таблица 2

| $\sigma_{xyz}$ | Участок А           | Участок В           |
|----------------|---------------------|---------------------|
| $\sigma_x$     | 19,9 18,9 17,4 16,7 | 41,2 36,6 27,9 23,7 |
|                | 17,7 17,0 15,9 15,5 | 30,7 26,4 18,6 15,6 |
|                | 15,0 14,6 14,7 14,8 | 13,9 12,9 15,9 19,2 |
|                | 14,6 14,6 14,9 15,5 | 14,3 16,9 24,2 28,5 |
| $\sigma_y$     | 17,1 15,6 18,1 21,7 | 14,2 15,4 18,9 21,3 |
|                | 16,7 15,2 18,5 22,4 | 13,9 14,6 17,8 20,1 |
|                | 16,0 15,4 19,4 23,5 | 14,2 14,1 16,2 18,1 |
|                | 15,8 15,4 20,0 24,1 | 14,7 14,2 15,3 16,8 |
| $\sigma_z$     | 17,4 18,6 21,5 22,9 | 14,0 18,9 36,9 47,1 |
|                | 14,1 15,1 17,5 18,7 | 13,9 16,0 32,7 42,7 |
|                | 12,6 12,4 12,5 12,9 | 18,1 13,8 24,8 34,3 |
|                | 14,9 14,0 12,8 12,5 | 21,3 14,9 21,2 30,1 |

Таблица 3

| Строка | $\sigma_{\theta_1}$ | $\sigma_{\theta_2}$ | $\sigma_{\theta_3}$ |
|--------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1      | 6,0                 | 5,1                 | 48,0                |
| 2      | 11,1                | 10,3                | 17,2                |
| 3      | 7,6                 | 6,6                 | 16,3                |
| 4      | 6,0                 | 5,1                 | 17,4                |

Правила действий с векторами малых поворотов дают возможность компоновать вектор корректирующей поправки  $\theta_E^*$  из элементов, полученных с использованием разных благоприятных комбинаций маркеров. Демонстрацию этого приема можно найти в табл. 3. Все представленные здесь результаты получены при расположении точки  $O^0$  посередине между маркерами 12 и 15. В строке 1 табл. 3 приведены характеристики точности калибровки, рассчитанные с использованием этих же двух маркеров. В соответствии со сделанными выше выводами параметры  $\theta_1, \theta_2$  оценены с достаточной точностью, в то время как точность оценки параметра  $\theta_3$  невысока. Результаты из строки 2 табл. 3 получены по наблюдениям маркеров 1 и 16. Здесь, в соответствии с теми же выводами, точность оценивания координаты  $\theta_3$  приема, а точность оценки координат  $\theta_1, \theta_2$  неудовлетворительна. Строка 3 табл. 3 получена при совместном использовании маркеров 1, 12, 15, 16. Сочетание двух названных выше пар маркеров не приносит наилучшей точности калибровки. Строка 4 табл. 3 сформирована путем объединения в составе корректирующего вектора  $\theta_E^*$  элементов  $\theta_1^*, \theta_2^*$ , полученных, как в строке 1, и элемента  $\theta_3^*$ , найденного, как в случае строки 2. Такая комбинация более благоприятна для точности калибровки в целом, чем условия трех первых строк табл. 3.

На модельном примере покажем, как отмеченный выше благоприятный эффект чередования знаков коэффициентов при  $\theta_1, \theta_2$  в уравнениях (1) позволяет успешно выполнить полетную калибровку по наблюдениям единственного известного маркера. При моделировании калибровки задавалось, как в предыдущем примере, размещение 16 точек в квадрате со стороной 20 км. Единственный ориентир помещался в точку 6. Для калибровки использовались четыре снимка участка с интервалом между снимками 7 с. В табл. 4 представлены результаты двух серий моделирования по 100 вариантов в каждой. В первой серии при каждом из четырех экспонирований оптическая ось камеры наводилась на точку 1, во второй — поочередно на точки 1 и 16 при тех же четырех экспонированиях. Результаты этих серий выведены соответственно в первую и вторую строки табл. 4. Заметно, как варьирование местонахождения точки  $O^0$ , предусмотренное во второй серии моделирования, улучшает точность полетной калибровки по сравнению с результатами первой серии. Последний столбец табл. 4, содержащий значение  $Cn$  — число

обусловленности матрицы коэффициентов нормальных уравнений метода наименьших квадратов относительно  $\theta_E$ , объясняет полученный эффект.

Таблица 4

| $O^\circ$ | $M_{01}$ | $M_{02}$ | $M_{03}$ | $\sigma_{01}$ | $\sigma_{02}$ | $\sigma_{03}$ | $C_n$            |
|-----------|----------|----------|----------|---------------|---------------|---------------|------------------|
| 1         | 28,4     | 32,0     | - 3103,9 | 199,1         | 196,5         | 18288         | $1,4 \cdot 10^8$ |
| 1, 16     | - 0,5    | - 0,3    | - 8,8    | 4,5           | 4,8           | 75,0          | $1,7 \cdot 10^3$ |

В общем случае при съемках известных маркеров целенаправленное наведение оптической оси камеры и комбинирование элементов вектора корректирующей поправки  $\theta_E^*$  с учетом высказанных соображений должны способствовать повышению точности калибровки по всем трем координатам вектора  $\theta_E$ . Такая калибровка обеспечивает хорошую точность координатной привязки неизвестных наземных объектов по их изображениям на космических снимках.

*О.И. Ткаченко*

### СЕЛЕКЦІЯ МАРКЕРІВ ПРИ ПОЛЬОТНОМУ ГЕОМЕТРИЧНОМУ КАЛІБРУВАННІ

Пропонуються неалгоритмічні засоби поліпшення точності польотного геометричного калібрування.

*A.I. Tkachenko*

### A SELECTION OF THE MARKERS IN THE IN-FLIGHT GEOMETRIC CALIBRATION

Non-algorithmic means of accuracy improvement of the in-flight geometric calibration are proposed.

1. *Multi-Angle Imaging Spectro Radiometer (MISR). Level 1. In-flight geometric calibration algorithm theoretical basis.* — JPL, California Institute of Technology, 1999. — [http://eospsoc.gsfc.nasa.gov/ftp\\_ATBD/REVIEW/MISR/atbd-misr-04.pdf](http://eospsoc.gsfc.nasa.gov/ftp_ATBD/REVIEW/MISR/atbd-misr-04.pdf)
2. *Липтон А.* Выставка инерциальных систем на подвижном основании. — М. : Наука, 1971. — 167 с.
3. *Парусников Н.А., Морозов В.М., Борзов В.И.* Задача коррекции в инерциальной навигации. — М. : Изд-во МГУ, 1982. — 174 с.
4. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Параметрическая юстировка комплекса «камера и звездный датчик», установленного на низкоорбитальном космическом аппарате // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2012. — № 2. — С. 153–165.
5. *Лебедев Д.В.* О привязке космических снимков по орбитальным данным // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2016. — № 6. — С. 120–132.
6. *Ткаченко А.И.* Координатная привязка наземных объектов по неточным космическим снимкам // Там же. — 2016. — № 4. — С. 116–123.
7. *Ткаченко А.И.* О координатной привязке наземных объектов по космическим снимкам // Космічна наука і технологія. — 2015. — **21**, № 2. — С. 65–72.
8. *Rotapenko Ye.M.* Simplified linear-system restorability and controllability criteria and their application in robotics // J. of Automation and Information Sciences. — 1996. — **27**, N 5&6. — P. 146–151.
9. *Семейство звездных датчиков БОКЗ.* — <http://iki.cosmos.ru/innov/rus/bokz20.htm>

10. *Точность* ГЛОНАСС повысят в два раза до конца текущего года. — <http://izvestia.ru/news/585537>

*Получено 20.03.2017  
После доработки 02.11.2017*