



НОВІ ЗАСОБИ КІБЕРНЕТИКИ, ІНФОРМАТИКИ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ТА СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

В.Н. СТАРКОВ, П.М. ТОМЧУК

УДК 519.64+519.86:53.072

ЗАДАЧИ, МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ В МОДЕЛЯХ ФИЗИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕМЕНТОВ ОПТИЧЕСКИХ КОМПЬЮТЕРОВ

Аннотация. Рассмотрены два варианта задач, возникающих при разработке оптических компьютеров. Первый вариант связан с математическим исследованием проблем оптической бистабильности при многопучковом взаимодействии лазерного излучения в нелинейных средах. Существование оптической бистабильности подтверждено результатами решения краевой задачи для системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. В общем случае нестационарного процесса задача сведена к решению системы двух нелинейных интегральных уравнений относительно комплексных амплитуд интерференционных картин. Исследованию процессов поглощения и рассеяния света наноматериалами посвящен второй вариант задач. В результате получено многомерное интегральное уравнение относительно комплексной амплитуды электрического поля. Принципиально важной особенностью этого уравнения является его сингулярность внутри наночастицы.

Ключевые слова: бистабильность, оптический компьютер, математическая модель, лазерное взаимодействие, интегральное уравнение.

ВВЕДЕНИЕ

Статья посвящена рассмотрению актуальных задач, математических методов и алгоритмов их решения в моделях физических основ элементов оптических компьютеров относительно тенденций развития нового научного направления — оптических вычислений. Цель работы — стимулирование интереса к исследованиям, результатом которых является оптический гистерезис (оптическая бистабильность), а также возможные варианты развития подобных исследований в обозримом будущем.

В последние десятилетия в системах обработки информации прослеживается активный переход от электронных технологий к оптическим. Информационное развитие оптических технологий достигает высокой скорости, проникая в общественное сознание [1–3]. Возникает естественный вопрос, что будет с компьютерами в будущем? Более сорока лет в научных публикациях утверждалось и продолжает утверждаться, что основой компьютеров будущего станут не кремниевые транзисторы, где передача информации осуществляется электронами, а оптические системы, в которых ту же функцию осуществляет поток фотонов. Преимущества использования оптических систем такого рода заключаются в высоком быстродействии, параллельном выполнении операций над большими массивами данных, отсутствии взаимных помех при передаче сигналов по оптическим каналам, защищенности от несанкционированного доступа и т.д. В электронных схемах основным функциональным элементом является транзистор, позволяющий усиливать сигнал, осуществлять переключение, логические операции. Аналогом его в оптических системах обработки и хранения информации (в частности, в оптических компьютерах) явля-

© В.Н. Старков, П.М. Томчук, 2019

ется оптический транзистор (трансфазор) [4, 5]. Предположительно основная память компьютера является также оптической, более конкретно — голографической [6]. Такая память имеет трехмерную природу, и поэтому можно эшелонировать любое количество плоскостей памяти в прямоугольное твердое тело. Принципиальное преимущество заключается в том, что компьютерные чипы, в которых передача информации осуществляется потоком фотонов, потребляют намного меньше энергии.

Британская компания Optalysys, работающая в направлении создания оптических технологических моделей с использованием метода оптокорреляции, в 2014 г. планировала представить потребительский оптический компьютер Optical Solver производительностью 9 петафлопс [7]. В плане энергопотребления расчетные суммарные эксплуатационные расходы для поддержания работоспособного состояния компьютера Optalysys составят \$3500 в год. Это несравнимо с расходами третьего в мире по производительности суперкомпьютера Tianhe-2. При условии эксплуатации Tianhe-2 на максимальных мощностях (33,86 петафлопс) размер ежегодных расходов по электроэнергии составляет \$21 млн. В действительности к 2017 г. для оптических компьютеров не было представлено компонентов, которые имели бы необходимые возможности и при этом были миниатюрными и недорогими в производстве, как электронные транзисторы. Если в настоящее время казалось, что достаточно ясно обстоят дела с парадигмой создания оптического компьютера, то в процессе практической реализации возникают серьезные проблемы технологического характера. Чтобы оптическая логика была конкурентоспособной, необходим принципиальный прорыв в функциональности, энергопотреблении и компактности оптических элементов. Кроме того, требуется разработка технологий весьма точного и массового производства. Очевидно, часто по этим причинам отсутствует информация о компьютере Optical Solver. Развитие элементной базы оптических компьютеров (оптические транзисторы, оптические ключи, устройства для сбора и хранения информации) требует дополнительных фундаментальных научных исследований особенно в области математического моделирования, в области разработки современных методов исследования этих моделей, основанных на результатах экспериментальных исследований.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим конкретную задачу, непосредственно связанную с исследованием и решением проблем оптической бистабильности. Большой интерес к исследованиям по оптической обработке информации проявился еще в 1974–1975 гг. в ответ на успешную экспериментальную демонстрацию гистерезисного отклика оптической системы на лазерное воздействие. Это явление, названное оптической бистабильностью, есть аналог тех гистерезисных явлений, на основе которых работают электронные, ферромагнитные и другие устройства современных компьютеров. Оптическая бистабильность до настоящего времени является актуальной областью современных исследований. Наше внимание к ней обусловлено необходимостью фундаментальных исследований, сконцентрированных на важном с точки зрения физики поведении различных бистабильных систем. Например, функционирование одного варианта оптического транзистора основано на бистабильности нелинейных оптических систем с обратной связью [8]. Благодаря фундаментальным исследованиям прикладные работы могут обеспечить оптимизацию оптических компонентов, уменьшение их размеров, времени переключения и мощности световых потоков, а также работоспособность при комнатных температурах. Исследования проводятся как в направлении совершенствования нелинейных материалов, так и в направлении наиболее эффективных схемных решений. Оптическая бистабильность проявляется по сценарию самоорганизации, когда происходит конкуренция между параметрической дифракцией и интерференцией взаимодействующих волн при обращении волнового фронта в различных оптически нелинейных средах. Наиболее важной и сложной с точки зрения оптической бистабильности проблемой в физике взаимодей-

ствия лазерного излучения с нелинейной средой является задача четырехпучкового взаимодействия в оптически нелинейных средах.

Отметим, что система бистабильна, если она имеет два устойчивых состояния при одних и тех же контролируемых параметрах. Контролируемым параметром является интенсивность света на входе в систему, а два устойчивых состояния соответствуют двум значениям интенсивности света на ее выходе. Рассмотрим бистабильные системы, механизм образования которых обусловлен явлением обращения световых пучков. Любой световой пучок с произвольной структурой лучей имеет своего двойника — «обращенный во времени» пучок, лучи которого следуют по тем же траекториям, но в противоположном направлении. Под обращением волнового фронта понимается автоматическое формирование с помощью различных физических механизмов и схемных решений пучка, соответствующего обращенной во времени картине распространения входного пучка.

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СТАЦИОНАРНОГО ЧЕТЫРЕХПУЧКОВОГО ОБРАЩЕНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

Рассмотрим вначале математическую модель стационарного четырехпучкового обращения волнового фронта световых пучков [9] (рис. 1), которая может быть представлена краевой задачей относительно интенсивностей $I_i(x) \in C^{(1)}(0, a) \cap C[0, a]$ и разности фаз $\Phi(x) \in C^{(1)}(0, a) \cap C[0, a]$ (см. [10]):

$$\begin{aligned} \frac{dI_1(x)}{dx} &= -\frac{dI_3(x)}{dx} = \frac{1}{I_0(x)} [I_1(x)I_3(x) + \mu(x)\cos\Phi(x)], \\ \frac{dI_2(x)}{dx} &= -\frac{dI_4(x)}{dx} = \frac{1}{I_0(x)} [I_2(x)I_4(x) + \mu(x)\cos\Phi(x)], \\ \frac{d\Phi(x)}{dx} &= \frac{1}{2I_0(x)} \left[\frac{1}{I_3(x)} + \frac{1}{I_4(x)} - \frac{1}{I_1(x)} - \frac{1}{I_2(x)} \right] \mu(x)\sin\Phi(x), \quad x \in (0, a), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x = 2x'k_0\Delta\chi/\cos\vartheta$ — безразмерная координата по толщине кристалла, $\Delta\chi$ — амплитуда модуляции показателя преломления диффузионным полем,

$k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число; $\mu(x) \equiv \left(\prod_{i=1}^4 I_i(x) \right)^{1/2}$; $I_0(x) \equiv \sum_{i=1}^4 I_i(x)$ — сум-

марная интенсивность; 2ϑ — угол схождения волн $I_1(x=0)$ и $I_3(x=0)$; $\Phi \equiv \Phi_3 - \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_4$; z — координата по толщине среды.

Нелинейная система обыкновенных дифференциальных уравнений базируется на совместном рассмотрении уравнений Максвелла и уравнений электропереноса-диффузии для электрооптического кристалла.

Решается краевая задача при условии, когда $I_1(x=0) = I_{12}$ — опорная волна; $I_3(x=0) = I_{32}$ — сигнальная волна; $I_2(x=a) = I_{21}$ — встречная опорная волна;

$$I_4(x=a) = I_{41}; \quad \Phi(x=a) = \Phi_0. \quad (2)$$

Принципиальное значение в задаче (1), (2) имеет определение характера зависимости обращенной волны $I_4(x=0)$ от уровня сигнальной волны $I_3(x=0)$. Для нахождения этой зависимости применялись численно-аналитические методы [11].

Математический результат. Получено аналитическое решение задачи (1), (2), что позволяет оперировать точной функциональной зависимостью $I_4(x=0) = f(I_{32})$.

Введем в рассмотрение новую искомую функцию $z(x)$ такую, чтобы выполнялись условия [11, 12]

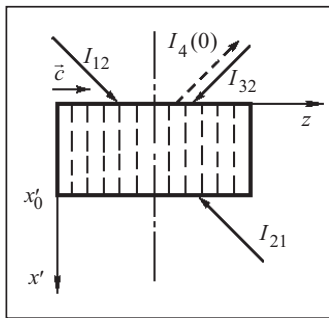


Рис. 1. Схема четырехпучкового лазерного взаимодействия с нелинейной средой

$$\begin{aligned}
I_1(x) &= \alpha \sin^2 \left[\frac{z(x) + \eta}{2} \right], \quad I_2(x) = \beta \cos^2 \frac{z(x)}{2}, \\
I_3(x) &= \alpha \cos^2 \left[\frac{z(x) + \eta}{2} \right], \quad I_4(x) = \beta \sin^2 \frac{z(x)}{2}, \\
\alpha &= I_{12} + I_{32}, \quad \beta = I_{21} + I_{41},
\end{aligned} \tag{3}$$

и получим решение задачи в виде

$$\begin{aligned}
z(x) &= 2 \operatorname{arctg} \left[\operatorname{tg} \left(\frac{z_1 + \theta}{2} \right) \exp \frac{r(x-a)}{2} \right] - \theta, \\
\theta &= \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\alpha \sin \xi}{\alpha \cos \xi - \beta}, \quad r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta \cos \xi},
\end{aligned}$$

$$z_1 = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{I_{41} / I_{21}}, \quad z_2 = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{I_{12} / I_{32}} - \xi,$$

$$[1 + \cos(z_1 + \theta)][1 - \cos(z_2 + \theta)] - e^{-ar} [1 - \cos(z_1 + \theta)][1 + \cos(z_2 + \theta)] = 0. \tag{4}$$

Задача сведена к определению корней ξ трансцендентного уравнения (4). Отметим, что наличие новых функций (3) важно для дальнейшего исследования многопучкового лазерного взаимодействия с нелинейной средой. В процессе решения проблемы аналоги функций (3) дали возможность получения достаточно обзорных и компактных канонических уравнений для математической модели в случае нестационарного четырехпучкового лазерного взаимодействия.

Физический результат. Найден многозначный (S -образный) характер зависимости интенсивности обращенной волны $I_4(0)$ от интенсивности сигнальной волны $I_3(0)$, т.е. выявлен режим оптической бистабильности (рис. 2). Стабильными являются состояния $A-B$ и $C-D$.

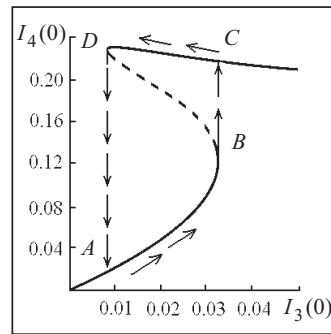


Рис. 2. График зависимости интенсивности обращенной волны $I_4(0)$ от интенсивности сигнальной волны $I_3(0)$

Наличие бистабильных состояний при обращении волнового фронта было подтверждено физическими экспериментами на кристаллах BaTiO_3 [13].

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЧЕТЫРЕХПУЧКОВОГО ЛАЗЕРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ОПТИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ СИСТЕМОЙ ДВУХ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Режим оптической бистабильности в оптически нелинейных средах позволяет создавать новые технологии конструирования и производства различных элементов оптических систем обработки информации. При этом для разработчиков оптических цифровых компьютеров представляют интерес проблемы бистабильных состояний во времени, проблемы устойчивости стационарных состояний. Возникает необходимость исследования нестационарных эффектов при четырехпучковом обращении волнового фронта. Поэтому наиболее важной и сложной проблемой в физике взаимодействия лазерного излучения является задача четырехпучкового взаимодействия в оптически нелинейных средах с локальным нелинейным откликом при учете времени его релаксации. Таким образом, в данной работе нестационарное четырехпучковое взаимодействие исследуется при условии, что изменение нелинейной диэлектрической проницаемости представимо как

$$\delta\varepsilon(r, t) = \eta \int_0^t |E(r, \tau)|^2 \exp[(\tau - t) / T] d\tau. \tag{5}$$

Краевая задача относительно интенсивностей $I_m(z, t) \in C^{(1,0)}((0, a) \times [0, T]) \cap C([0, a] \times [0, T])$ ($m = \overline{1, 4}$) и разностей фаз $\varphi_{13}(z, t), \varphi_{42}(z, t) \in C^{(1,0)}((0, a) \times$

$\times [0, T]) \cap C([0, a] \times [0, T])$ была сведена в результате теоретических исследований к решению системы интегро-дифференциальных уравнений [14]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_3(z, t)}{\partial z} &= 2\delta\sqrt{I_1 I_3} \int_0^t e^{\tau-t} d\tau \{ \sqrt{I_1 I_3} \sin \varphi^{(13)} + \sqrt{I_2 I_4} \sin \varphi^{(4213)} \}, \\ \frac{\partial I_3(z, t)}{\partial z} + \frac{\partial I_1(z, t)}{\partial z} &= 0, \quad \frac{\partial I_4(z, t)}{\partial z} + \frac{\partial I_2(z, t)}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial I_4(z, t)}{\partial z} &= 2\delta\sqrt{I_2 I_4} \int_0^t e^{\tau-t} d\tau \{ \sqrt{I_2 I_4} \sin \varphi^{(42)} + \sqrt{I_1 I_3} \sin \varphi^{(1342)} \}, \\ \frac{\partial \varphi_{13}(z, t)}{\partial z} &= \frac{\delta(I_3 - I_1)}{\sqrt{I_1 I_3}} \int_0^t e^{\tau-t} d\tau \{ \sqrt{I_1 I_3} \cos \varphi^{(13)} + \sqrt{I_2 I_4} \cos \varphi^{(4213)} \}, \\ \frac{\partial \varphi_{42}(z, t)}{\partial z} &= \frac{\delta(I_4 - I_2)}{\sqrt{I_2 I_4}} \int_0^t e^{\tau-t} d\tau \{ \sqrt{I_2 I_4} \cos \varphi^{(42)} + \sqrt{I_1 I_3} \cos \varphi^{(1342)} \}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\varphi^{(mn)} = \varphi_{mn}(\tau) - \varphi_{mn}(t)$, $\varphi^{(ikmn)} = \varphi_{ik}(\tau) - \varphi_{mn}(t)$, $\varphi_{mn}(t) = \varphi_m(t) - \varphi_n(t)$, $\delta = k_0 \Delta \chi (I_0 \cos \vartheta)^{-1}$, $I_0 = \sum_{i=1}^4 I_i$, $t = t' / \tau_0$, $\Delta \chi$ — светоиндуцированное изменение показателя преломления, t' — время, 2ϑ — угол схождения пучков A_1 и A_3 .
Граничные условия задачи:

$$\begin{aligned} I_{1,3}(z=0, t) &= I_{10,30}(t); \quad I_{2,4}(z=a, t) = I_{21,41}(t); \\ \varphi_{13}(z=0, t) &= \varphi_{13}^{(0)}(t); \quad \varphi_{42}(z=a, t) = \varphi_{42}^{(1)}(t), \end{aligned} \quad (7)$$

где a — толщина кристалла.

Важность решения этой задачи заключается в обнаружении и исследовании эффекта бистабильности, т.е. многозначности обращенной волны с интенсивностью $I_4(z, t)$. Однако назвать представленную математическую модель четырехпучкового взаимодействия в оптически нелинейных средах компактной, обзорной и физически прозрачной можно лишь условно. Целесообразно модифицировать эту модель к более простому виду. Для этого по аналогии с (3) были введены новые искомые функции $u(z, t)$ и $v(z, t)$ такие, что

$$\begin{aligned} I_1(z, t) &= \alpha(t) \cos^2 \frac{u(z, t)}{2}, \quad I_3(z, t) = \alpha(t) \sin^2 \frac{u(z, t)}{2}, \\ I_2(z, t) &= \beta(t) \cos^2 \frac{v(z, t)}{2}, \quad I_4(z, t) = \beta(t) \sin^2 \frac{v(z, t)}{2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\alpha(t) = I_{10}(t) + I_{30}(t)$, $\beta(t) = I_{21}(t) + I_{41}(t)$.

Переход к комплексным функциям

$$w_1(z, t) = \sin u(z, t) \exp[i\varphi_{13}(z, t)], \quad w_2(z, t) = \sin v(z, t) \exp[i\varphi_{42}(z, t)]$$

позволил получить систему двух нелинейных интегральных уравнений [12]:

$$\begin{aligned} w_1(z, t) &= w_{10}(t) - i\delta \int_0^z \int_0^t e^{\tau-t} \sqrt{1 - |w_1(x, t)|^2} [\alpha(\tau)w_1(x, \tau) + \beta(\tau)w_2(x, \tau)] d\tau dx, \\ w_2(z, t) &= w_{21}(t) + i\delta \int_0^a \int_0^t e^{\tau-t} \sqrt{1 - |w_2(x, t)|^2} [\alpha(\tau)w_1(x, \tau) + \beta(\tau)w_2(x, \tau)] d\tau dx. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} w_{10}(t) &= 2\sqrt{I_{10}(t)I_{30}(t)} \exp[i\varphi_{13}^{(0)}(t)] / \alpha(t), \\ w_{21}(t) &= 2\sqrt{I_{21}(t)I_{41}(t)} \exp[i\varphi_{42}^{(1)}(t)] / \beta(t). \end{aligned}$$

Искомые комплексные функции $w_1(z, t)$ и $w_2(z, t)$ с физической точки зрения можно интерпретировать как относительные амплитуды интерференционных картин. Действительно, поскольку $A_m(z, t) = \sqrt{I_m(z, t)} \exp[i\varphi_m(z, t)]$ ($m = 1, 4$) и имеют место соотношения (8), то

$$\begin{aligned} w_1(z, t) &= \sin u(z, t) \exp[i\varphi_{13}(z, t)] = 2A_1(z, t)A_3^*(z, t) / \alpha(t), \\ w_2(z, t) &= \sin v(z, t) \exp[i\varphi_{42}(z, t)] = 2A_2^*(z, t)A_4(z, t) / \beta(t). \end{aligned}$$

Таким образом, математическая модель четырехпучкового взаимодействия в оптически нелинейных средах в виде системы интегро-дифференциальных уравнений (6) с краевыми условиями (7) преобразована в обозримую систему двух нелинейных интегральных уравнений относительно амплитуд интерференционных картин.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДВУХПУЧКОВОГО ЭНЕРГООБМЕНА ПРИ ЗАПИСИ ПРОСВЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ГОЛОГРАММ

Исследование и поиск решения системы двух нелинейных интегральных уравнений (9) представляет сложную задачу. Поэтому возникает потребность начать решение не системы уравнений, а лишь одного из них. Реализация такой попытки вызывает интерес как с физической, так и с математической точки зрения. Это связано с исследованием математической модели нестационарного двухпучкового энергообмена при записи просветных динамических голограмм. В результате исследований был найден ряд способов перекачки энергии между взаимодействующими в нелинейной среде пучками. Одним из способов является нестационарная перекачка энергии в среде с локальным, но инерционным откликом [15]. Интерес к таким исследованиям обусловлен возможностью использования голографического преобразования интенсивности пучков для коррекции волновых фронтов лазерного излучения [14]. Взаимодействие когерентных световых волн, составляющее принципиальную основу динамической голографии, достаточно подробно исследовано многими авторами в приближении заданного поля одной волны. Попытка решения проблемы взаимодействия двух волн при локальном отклике предпринималась в работах [16, 17] и многих других. В этих работах использовались математические модели в виде систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Если изменение нелинейной диэлектрической проницаемости представить в виде (5), то для двух волн, сходящихся под углом 2ϑ , задача Коши определения плавных амплитуд

$$A_m(z, t) = \sqrt{I_m(z, t)} \exp[i\varphi_m(z, t)] \in C^{(1,0)}((0, Z) \times [0, T]) \cap C([0, Z] \times [0, T])$$

и амплитуды решетки диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon(z, t) \in C^{(0,1)}([0, Z] \times [0, T]) \cap C([0, Z] \times [0, T])$ формулируется так [14]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} &= -ik \Delta\varepsilon A_2, \quad \frac{\partial A_2}{\partial z} = -ik \Delta\varepsilon^* A_1, \\ \frac{\partial \Delta\varepsilon}{\partial t} &= \eta A_1 A_2^* - \frac{\Delta\varepsilon}{T}, \quad z, t > 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$A_m(z=0, t) = A_{m0}(t) \in C[0, T], \quad m = 1, 2; \quad \Delta\varepsilon(z, t=0) = \Delta\varepsilon_0(z) \in C[0, Z]. \quad (11)$$

Здесь η — параметр нелинейности; T — время релаксации; $k = 0.5k_0 / \cos \vartheta$; $k_0 = 2\pi / \lambda$ — волновое число; $C^{(0,1)}([0, Z] \times [0, T])$ — пространство функций, непрерывных по переменной $z \in [0, Z]$ и непрерывно дифференцируемых по переменной $t \in (0, T]$; $\Delta\varepsilon^*$ — функция, комплексно-сопряженная с функцией $\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon(z, t)$.

Используя закон сохранения $|A_1(z, t)|^2 + |A_2(z, t)|^2 = I_0(t)$, где $I_0(t)$ — входная интенсивность, проведем замену неизвестных функций по следующим фор-

мулам [12]:

$$\begin{aligned} A_1(z, t) &= \sqrt{I_0(t)} \sin[u(z, t)/2] \exp[i\varphi_1(z, t)], \\ A_2(z, t) &= \sqrt{I_0(t)} \cos[u(z, t)/2] \exp[i\varphi_2(z, t)], \\ w(z, t) &= 2A_1(z, t)A_2^*(z, t)/I_0(t) = \sin u(z, t) \exp[i\varphi(z, t)], \\ \varphi(z, t) &= \varphi_1(z, t) - \varphi_2(z, t). \end{aligned} \quad (12)$$

Введение функции $w(z, t)$, связанной с амплитудой интерференционной картины $A_1(z, t)A_2^*(z, t)$ соотношением (12), дает возможность свести задачу (10), (11) к нелинейному интегральному уравнению Вольтерры

$$w(z, t) = -ik\eta \int_0^z \int_0^t I_0(\tau) \sqrt{1 - |w(x, t)|^2} w(x, \tau) \exp[(\tau - t)/T] d\tau dx + w_0(t), \quad (13)$$

где $w_0(t) = w(z=0, t) = 2A_{10}(t)A_{20}^*(t)/I_0(t)$.

Решение уравнения (13) $w(z, t)$ позволяет определить разность фаз $\varphi(z, t)$, интенсивности $I_m(z, t) = |A_m(z, t)|^2$ и амплитуду решетки диэлектрической проницаемости

$$\begin{aligned} |w(z, t)|^2 &= \frac{4I_1(z, t)I_2(z, t)}{[I_1(z, t) + I_2(z, t)]^2}, \quad I_1(z, t) + I_2(z, t) = I_0(t), \\ \varphi(z, t) &= -i \ln \frac{w(z, t)I_0(t)}{2\sqrt{I_1(z, t)I_2(z, t)}}, \quad \Delta\varepsilon(z, t) = \frac{1}{2} \eta \int_0^t I_0(\tau) w(z, \tau) \exp[(\tau - t)/T] d\tau. \end{aligned}$$

Полученная математическая модель (13) нестационарного энергообмена между двумя взаимодействующими волнами в локально нелинейной среде имеет два основных аспекта. Физический аспект состоит в том, что интегральное уравнение записано относительно функции, которая идентифицирует амплитуду интерференционной картины. Это можно наблюдать, исследовать и регистрировать непосредственно в процессе физического эксперимента. Значение математического содержания модели заключается не только в компактности и обозримости уравнения (13), но и в возможности построения эффективного сплайн-итерационного алгоритма решения нелинейного интегрального уравнения Вольтерры (13). Важно также отметить, что несмотря на разные формы представления исходных систем дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений (10), (6), полученных путем теоретических физических исследований, математическое содержание итоговых интегральных уравнений (13) и (9) является полностью адекватным. Имеется в виду следующий важный факт — уравнение (13) является частным случаем системы уравнений (9). Действительно, если считать, что в первом уравнении системы (9) $\beta(t) \equiv 0$ ($I_{21}(t) \equiv 0$, $I_{41}(t) \equiv 0$), то оно с точностью до обозначений совпадает с уравнением (13). Из этого следует, что обе независимые цепочки рассуждений, допущений, предположений, преобразований, выкладок и т.п. от уравнений Максвелла и материальных уравнений до уравнений (10) и (6), а затем и до уравнений (13) и (9), оказались верными. Таким образом, компактная система двух нелинейных интегральных уравнений относительно амплитуд интерференционных картин $w_1(z, t)$ и $w_2(z, t)$ является основой для решения проблемы четырехлучкового взаимодействия в оптически нелинейных средах с локальным нелинейным откликом при учете времени его релаксации. Следует заметить, что наличие потребительского оптического компьютера Optical Solver с мощной системой математического обеспечения позволило бы быстро и качественно исследовать и решить полученную систему уравнений. Некоторые результаты вычислительных экспериментов с решением уравнения (13), полученные на базе имеющихся компьютерных возможностей, весьма убедительны.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРЫ

Решение нелинейного интегрального уравнения (13) в явном виде не представляется возможным. Поэтому для теоретического обоснования численного метода решения этого уравнения рассмотрим подобное, но более простое интегральное уравнение

$$u(z, t) = u_0(t) - \alpha \int_0^z \int_0^t \sqrt{1-u^2(x, \tau)} u(x, \tau) \exp[(\tau-t)/T] d\tau dx, \quad (14)$$

где $u(z, t)$ — вещественная функция действительных переменных z и t , $\alpha > 0$.

Решение уравнения (14) находим на шаре радиуса ρ , т.е.

$$|u(z, t)| \leq \rho = 1 - \Delta; \quad 0 < \Delta < 1.$$

Запишем исследуемое уравнение в виде

$$u(z, t) = u_0(t) - \alpha \int_0^z \int_0^t f(u) \exp[(\tau-t)/T] d\tau dx,$$

где $f(u) = u\sqrt{1-u^2}$, причем $|f(u)| \leq \frac{1}{2}$, $|f'(u)| = \left| \frac{1-2u^2}{\sqrt{1-u^2}} \right| \leq \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \leq \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} = L$.

В соответствии с теоремой о конечном приращении имеем $f(u_2) - f(u_1) = f'(u)(u_2 - u_1)$, отсюда условие Липшица по u принимает вид

$$|f(u_2) - f(u_1)| \leq L |u_2 - u_1|. \quad (15)$$

С учетом (15) можно сформулировать достаточные условия, при которых в уравнении $\psi = Bu$ оператор B , определяемый выражением

$$Bu \equiv u_0(t) - \alpha \int_0^z \int_0^t f(u) \exp[(\tau-t)/T] d\tau dx,$$

является сжимающим. Действительно,

$$\begin{aligned} |Bu_1 - Bu_2| &= \left| \alpha \int_0^z \int_0^t [f(u_1) - f(u_2)] \exp[(\tau-t)/T] d\tau dx \right| \leq \\ &\leq \alpha \int_0^z \int_0^t |f(u_1) - f(u_2)| \exp[(\tau-t)/T] d\tau dx \leq \alpha z L T \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \right) \max_{z,t} |u_1(z, t) - u_2(z, t)|. \end{aligned}$$

Теорема 1. Если выполняется неравенство

$$\alpha z L T [1 - \exp(-t/T)] < 1,$$

то оператор B является сжимающим и последовательные приближения $u_n = B u_{n-1}$ ($n=1, 2, \dots$) при любом начальном элементе $|u_0| \leq \rho$ сходятся к единственному решению u^* уравнения (14).

При выполнении вычислительного эксперимента использовались следующие значения: волновое число $k = 6 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$, интенсивность света $I_0 = 5 \cdot 10^7 \text{ Вт/см}^2$, параметр нелинейности $\eta = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2 / \text{Вт}$, время релаксации $T = 10^{-6} \text{ с}$, $\rho = k\eta I_0 = 180 \text{ см}^{-1}$, $z \in [0, 0.2] \text{ см}$, $t \in [0, 1.386 \cdot 10^{-6}] \text{ с}$.

Разработан алгоритм численного решения нелинейного интегрального уравнения (13) в области $(z, s) \in ([0, 2] \times [0, 180])$, когда

$$w_0(t) = \begin{cases} 0.6, & t \in [0, T], \\ 0, & t \in (T, \infty). \end{cases}$$

Эти данные соответствуют такому распределению интенсивностей в начальный момент времени: $I_{10}(z, t=0) = 0.1I_0$, $I_{20}(z, t=0) = 0.9I_0$. При построении алгоритма используются обозначения:

$$v(z, t) = w(z, t) - w_0(t); \quad s = \rho t;$$

$$u(z, s) = \int_0^s v(z, \xi) \exp[(\xi - s) / (\rho T)] d\xi; \quad u_0(s) = \int_0^s w_0(\xi) \exp[(\xi - s) / (\rho T)] d\xi.$$

Конструкция предложенного в работе алгоритма численного решения нелинейного интегрального уравнения (13) в области $(z, s) \in ([0, 0.2] \times [0, 180])$ может быть представлена в виде итерационной последовательности:

$$v_0(z, s) = \tilde{v}_0(z, s) \equiv 0,$$

$$v_{m+1}(z, s) = -i \int_0^z (u_0(s) + \tilde{u}_m(x, s)) \sqrt{1 - |w_0(s) + \tilde{v}_m(x, s)|^2} dx,$$

$$\tilde{u}_m(z, s) = \int_0^s \tilde{v}_m(z, \xi) \exp[(\xi - s) / (\rho T)] d\xi,$$

$$\tilde{v}_{m+1}(z, s) = 0.5 \cdot (v_{m+1}(z, s) + v_m(z, s)), \quad m = 0, 1, \dots, \quad (16)$$

при условии, что $|w_0(s) + \tilde{v}_m(x, s)| < 1 - \Delta$, где Δ — малая величина ($0 < \Delta < 1$). Сходимость итерационного процесса контролировалась вычислением значений $\|\tilde{v}_{m+1}(z_0, s) - \tilde{v}_m(z_0, s)\|$ (z_0 — толщина кристалла). Представим результаты программной реализации алгоритма (16). Так, на рис. 3 изображены кривые изменения во времени относительных интенсивностей $I_m(z_0, t) / I_0$ ($m = 1, 2$) для различных толщин кристалла ($z_0 = 0.12$ и $z_0 = 0.15$). Из графиков следует, что с увеличением толщины кристалла время полной перекачки энергии уменьшается.

На рис. 4 графически изображена поверхность, описываемая функцией $I_1(z, t) / I_0 = \sin^2 \left[\frac{1}{2} (\arcsin |w(z, t)|) \right]$ и реконструированная с помощью алгоритма (16). Следует отметить четко наблюдаемую границу достижения этой функцией значений, близких к зоне полной перекачки энергии.

Основной результат выполненного вычислительного эксперимента можно сформулировать в виде следующего положения. Время полного энергообмена на двух лазерных пучков в средах с локальным нелинейным откликом с учетом времени его релаксации и глубина нелинейной среды, в которой произошел полный энергообмен, связаны обратно пропорциональной зависимостью, т.е. $(5.13051 \cdot 10^7 t_0 - 0.0426429) = (z_0 - 0.0155161)^{-1}$.

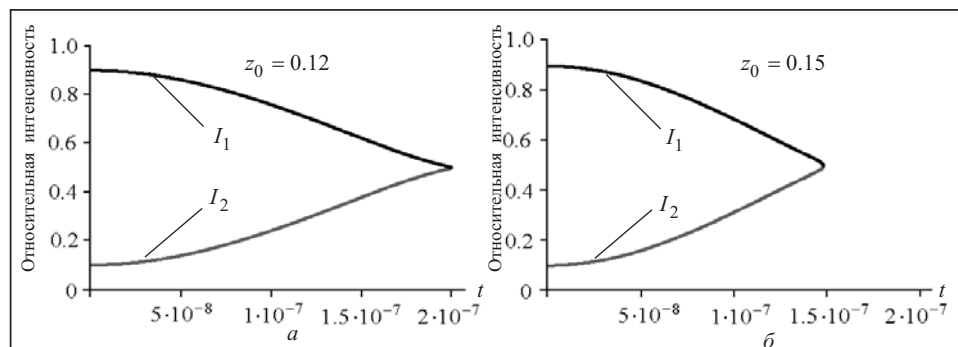


Рис. 3. Кривые изменения во времени относительных интенсивностей $I_m(z_0, t) / I_0$ ($m = 1, 2$) для толщины кристалла $z_0 = 0.12$ (а) и толщины кристалла $z_0 = 0.15$ (б)

В этом выводе и в общей проблеме четырехпучкового взаимодействия в оптически нелинейных средах с локальным нелинейным откликом говорилось о таких природных средах, как, например, кристаллы титаната бария $BaTiO_3$, кристаллы ниобата лития $LiNbO_3$ и танталата лития $LiTaO_3$. Оптические свойства этих кристаллов хорошо изучены и давно используются.

МНОГОМЕРНОЕ СИНГУЛЯРНОЕ ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ — МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ПОГЛОЩЕНИЯ И РАССЕЯНИЯ СВЕТА МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ НАНОКЛАСТЕРАМИ

При искусственном изменении структуры материалов на наноуровне модифицированный объект получает новые оптические свойства, которые отсутствуют у природных объектов. К таким искусственно построенным материалам с новыми свойствами относятся метаматериалы и наноматериалы. Метаматериал — композиционный материал, свойства которого зависят не столько от свойств составляющих его элементов, сколько от искусственно созданной периодической структуры из макроскопических элементов, обладающих произвольными размерами и формой. Искусственная периодическая структура модифицирует диэлектрическую и магнитную проницаемости исходного материала. Метаматериалы обладают уникальными электрофизическими, радиофизическими и оптическими свойствами, отсутствующими в природных материалах. Например, созданы оптические метаматериалы с экстремально высокими или низкими значениями диэлектрической и магнитной проницаемости, с отрицательным и нулевым показателем преломления, а также перестраиваемые, активные, нелинейные, высокоанизотропные и другие метаматериалы [18].

Наноматериалы — материалы, созданные с использованием наночастиц и/или посредством нанотехнологий и обладающие уникальными свойствами, которые зависят как от присутствия этих наночастиц в материале, так и от их размеров и формы. Как правило, размеры наночастиц в наноматериалах лежат в интервале от 1 до 100 нм. Исследование процессов поглощения и рассеяния света малыми частицами имеет длительную историю [19, 20]. Интерес к таким объектам (в виде малых частиц) вызван тем, что их оптические и эмиссионные свойства существенно отличаются от аналогичных свойств соответствующих массивных материалов. В частности, в металлических наночастицах возникают так называемые плазменные резонансы. Они связаны с коллективными колебаниями электронов проводимости относительно решетки нанокластеров. Количество плазменных резонансов, их частоты и декременты зависят от формы наночастиц (в случае сферической формы имеет место один плазменный резонанс, при сфероидальной форме — их два и в эллипсообразных формах — три плазменных резонанса). При облучении металлических кластеров лазерными импульсами возбуждаются плазменные резонансы и, как следствие, возникают высокие локальные электрические поля у поверхности кластера и возможным становится разогрев электронов в зоне проводимости. Электроны становятся «горячими». Это приводит к появлению нелинейных оптических эффектов. Благодаря своим уникальным оптическим и эмиссионным свойствам металлические нанокластеры (МН) и их ансамбли находят широкое применение в науке и технике. В частности, МН наносят на поверхности материала с целью изменения его отражательной способности. Эти наноструктуры используют для оптической записи информации, а также в биосенсорике и геномике [21].

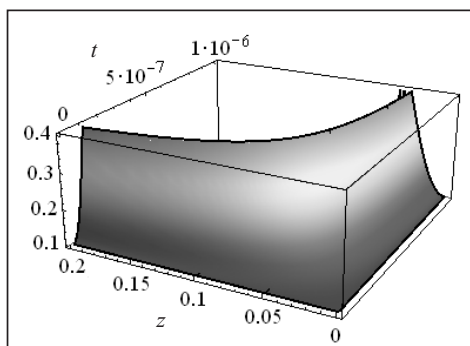


Рис. 4. Графическое изображение поверхности функции $\frac{I_1(z, t)}{I_0} = \sin^2 \left[\frac{1}{2} (\arcsin |w(z, t)|) \right]$

В общем случае координатную зависимость компонент волны как внутри МН, так и вне частицы можно найти методом численно-аналитического решения интегральных соотношений на базе уравнений Максвелла с учетом реальной связи тока с полем, поскольку при таком подходе нет необходимости удовлетворять граничным условиям для компонент поля. Получение количественных результатов представляет сложную математическую задачу. Если задана диэлектрическая матрица с диэлектрической проницаемостью $\epsilon(\omega)$ и в такую матрицу инкорпорирована металлическая наночастица, в которой внешние поля индуцируют плотность электрического заряда ρ и плотность тока \vec{j} , то уравнения Максвелла, описывающие такую систему в изображении Фурье, имеют вид

$$\text{rot } \vec{E}(\vec{r}, \omega) = ik_0 \vec{B}(\vec{r}, \omega), \quad \text{div } \vec{B}(\vec{r}, \omega) = 0, \quad (17)$$

$$\epsilon(\omega) \text{div } \vec{E}(\vec{r}, \omega) = 4\pi\rho(\vec{r}, \omega), \quad \text{rot } \vec{B}(\vec{r}, \omega) = -ik_0 \epsilon(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega) + \frac{4\pi}{c} \vec{j}(\vec{r}, \omega).$$

Здесь $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ — вектор напряженности электрического поля, $\vec{B}(\vec{r}, \omega)$ — вектор магнитной индукции, c — скорость света, $k_0 = \omega / c$.

Плотность заряда и плотность тока выразим через вектор плотности поляризации:

$$\rho(\vec{r}, \omega) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}(\vec{r}, \omega), \quad (18)$$

$$\vec{j}(\vec{r}, \omega) = -i\omega \vec{P}(\vec{r}, \omega). \quad (19)$$

Дифференциальные уравнения (17) с учетом соотношений (18), (19) можно свести к интегральным уравнениям [21]. В частности, для электрической составляющей электромагнитной волны имеем уравнение

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \vec{E}_0(\vec{r}, \omega) + \int \hat{S}_0(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \vec{P}(\vec{r}', \omega) d\vec{r}'. \quad (20)$$

В случае эллиптической формы наночастицы проводимость становится тензорной величиной при условии, что длина свободного пробега электрона больше размера частицы [22, 23]. В интегральном соотношении (20) $\vec{E}_0(\vec{r}, \omega)$ — вектор электрического поля внешней волны (поле при условии отсутствия наночастицы), а $\hat{S}_0(\vec{r}, \vec{r}', \omega)$ — тензор восприимчивости:

$$\hat{S}_0(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \{-k^2 T_1(\vec{r}_d) - ikT_2(\vec{r}_d) + T_3(\vec{r}_d)\} \frac{e^{ik\vec{r}_d}}{\epsilon(\omega)}, \quad (21)$$

где $T_i(\vec{r}_d)$ — диадные тензоры:

$$T_1(\vec{r}_d) = r_d^{-3} \{\vec{r}_d \otimes \vec{r}_d - Ir_d^2\}, \quad T_2(\vec{r}_d) = r_d^{-4} \{3\vec{r}_d \otimes \vec{r}_d - Ir_d^2\},$$

$$T_3(\vec{r}_d) = r_d^{-5} \{3\vec{r}_d \otimes \vec{r}_d - Ir_d^2\}, \quad k^2 = k_0^2 \epsilon(\omega); \quad \vec{r}_d = \vec{r} - \vec{r}'.$$

В работах [22, 23] была установлена связь плотности тока с индуцирующим его полем:

$$\vec{j}(\vec{r}, \omega) = \Sigma(\vec{E})(\vec{r}, \omega), \quad (22)$$

где $\Sigma(\vec{E}) \equiv -2e^2 \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \int d^3v \tilde{v} f'_0(\epsilon) \int_0^{t_0} d\tau e^{-\tilde{v}\tau} \vec{E}(\vec{r}' - \tilde{v}\tau, \omega)$ — линейный интегральный оператор.

Таким образом, в этих работах закон Ома для малых кластеров разнообразной формы (сферической, сфероидальной и эллипсообразной) представлен в операторном виде при условии, что длина свободного пробега электрона больше размера частицы. Операторное представление закона Ома имеет принципиальное значение. Это объясняется тем, что для случая сферических форм МН наиболее общей, последовательной и широко применяемой теорией поглощения и рассеяния света считалась теория, развитая Ми [24]. Однако теория Ми, как и теории подавляющего большинства авторов этой тематики, основана на допущении, что

вектор плотности тока $\vec{j}(\vec{r}, \omega)$ связан с вектором внутреннего электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ соотношением $\vec{j}(\vec{r}, \omega) = \sigma(\omega)\vec{E}(\vec{r}, \omega)$, где $\sigma(\omega)$ — электронная проводимость металлического кластера.

На сфероидальную и эллипсообразную формы такое функциональное представление закона Ома не распространяется. Таким образом, соотношения (19), (20) и (22) позволяют свести задачу определения координатной зависимости компонент волны как внутри МН, так и вне частицы к анализу и решению интегрального уравнения относительно комплексного вектора напряженности электрического поля [25]:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \vec{E}_0(\vec{r}, \omega) - ig \int d^3\vec{r}' \hat{S}_0(\vec{r}, \vec{r}') \int d^3v \vec{v} f'_0(\epsilon) \int_0^{t_0} d\tau e^{-\tilde{\nu}\tau} \vec{E}(\vec{r}' - \vec{v}\tau, \omega). \quad (23)$$

Отметим, что внутри МН интегральное уравнение (23) является сингулярным в силу (21).

В работе [25] выполнена серия вычислительных экспериментов с целью демонстрации состоятельности математической модели общей теории поглощения и рассеяния света металлическими нанокластерами в виде интегрального уравнения (23). Для достижения этой цели необходимо было решить несколько проблем, главную из которых можно сформулировать как выбор метода решения интегрального уравнения (23). Отметим, что основной особенностью этого уравнения является сингулярность интегрального оператора внутри области, занимаемой наночастицей. Общей математической теории вычисления многомерного сингулярного интеграла (аналога главному значению одномерного сингулярного интеграла) до настоящего времени не существует. Фактически при численной реализации задачи решается система шести интегральных уравнений относительно действительных и мнимых координатных проекций вектора напряженности электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$. Отсюда следует вывод, что решение уравнения (23) возможно лишь одним из приближенных методов. В качестве первого варианта выбран подход, когда за начальное приближение для электрического поля внутри наночастицы принято дипольное приближение. Это позволило получить достаточно компактные выражения для вектора напряженности электрического поля в первом приближении и для плотности вектора поляризации как для эллипсообразных, так и сферических наночастиц. Разумеется, такой выбор обуславливает появление погрешности метода решения, возможно, значительной по величине. Принципиальной особенностью алгоритма, реализующего предложенный метод решения интегрального уравнения, является необходимость вычисления многомерных (двух- и трехмерных) интегралов от осциллирующих функций общего вида (рис. 5). В качестве основного инструмента интегрирования может быть использован аппарат кубатурных формул на основе аппроксимационных бикубических сплайнов [12]. При интерпретации результатов вычислительного эксперимента использовано сопоставление полученных данных с имеющимися представлениями теоретического и экспериментального характера.

В качестве метода приближенного решения интегрального уравнения (23) в [25] выбран подход, при котором за начальное выражение вектора напряженности электрического поля внутри сферической наночастицы принимается

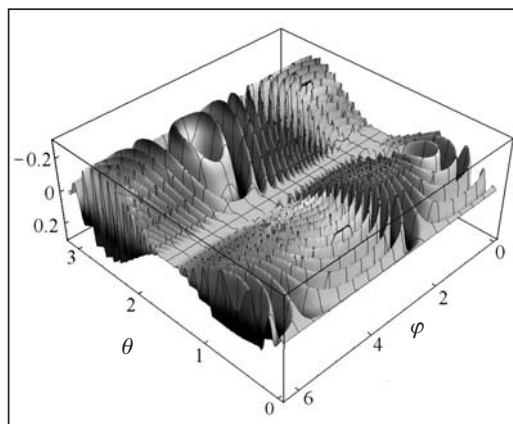


Рис. 5. Графическое представление подынтегральной функции в формуле (24) для $P_z^{(1)}(\vec{r}, \omega)$

$$\vec{E}^{(1)}(\vec{r}, \omega) = \frac{3\vec{E}_0 \exp(-i\vec{k}\vec{r})}{2 + \varepsilon_M(\omega) / \varepsilon(\omega)}$$

при условии, что пространственная зависимость вектора внешнего поля имеет вид

$$\vec{E}_0(\vec{r}, \omega) = \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\vec{r}},$$

где \vec{E}_0 — постоянный вектор, направленный вдоль оси Oz , а соотношение диэлектрических проницаемостей определяется выражением

$$\frac{\varepsilon_M(\omega)}{\varepsilon(\omega)} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \mathbf{v}^2} + i \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \mathbf{v}^2} \frac{\mathbf{v}}{\omega},$$

$\omega_p^2 = 4\pi n_0 e^2 / m$ — плазменная частота; \mathbf{v} — феноменологический параметр, характеризующий частоту столкновений электронов в объеме наночастицы.

Используя выражение для вектора напряженности электрического поля $\vec{E}^{(1)}(\vec{r}, \omega)$, получаем вектор поляризации:

$$\vec{P}^{(1)}(\vec{r}, \omega) = i \frac{9\omega_p^2}{16\pi^2 \omega} \frac{\exp(-i\vec{k}\vec{r})}{[2 + \varepsilon_M(\omega) / \varepsilon(\omega)]} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin \theta \vec{u}_0 (\vec{u}_0 \vec{E}_0) \frac{1 - \exp[-(\tilde{\mathbf{v}} + i\vec{k}\vec{v}_F)t_0]}{\tilde{\mathbf{v}} + i\vec{k}\vec{v}_F}.$$

Если вектор \vec{E}_0 направлен вдоль оси Oz , то проекцию вектора поляризации можно записать в виде

$$P_z^{(1)}(\vec{r}, \omega) = i \frac{9\omega_p^2 E_0}{16\pi^2 \omega} [2 + \varepsilon_M(\omega) / \varepsilon(\omega)]^{-1} \exp(-i\vec{k}\vec{r}) \times \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin \theta \cos^2 \theta \frac{1 - \exp[-(\tilde{\mathbf{v}} + i\vec{k}\vec{v}_F)t_0]}{\tilde{\mathbf{v}} + i\vec{k}\vec{v}_F}, \quad (24)$$

где $x \equiv r/a = 0.5$; $\omega = 10^{16} \text{ c}^{-1}$; $\gamma = \pi/4$; $\psi = \pi/4$.

В качестве иллюстрации на рис. 6 приведены угловые зависимости и зависимости от радиуса действительной части проекции плотности вектора дипольного момента на ось Oz в случае сферической наночастицы.

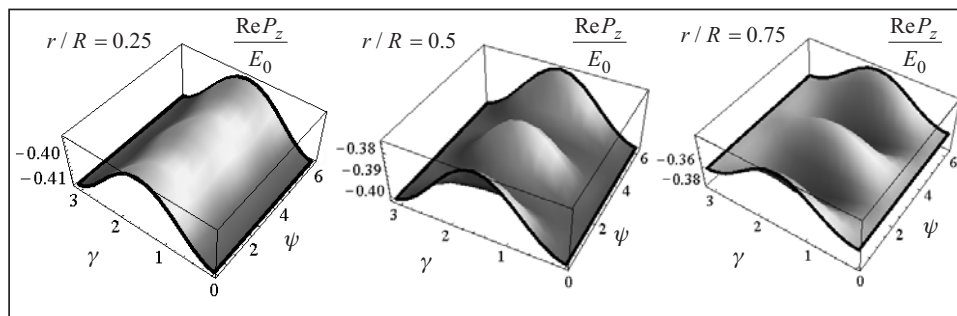


Рис. 6. Действительная часть $\text{Re} P_z / E_0$ проекции плотности вектора дипольного момента на ось Oz в зависимости от отношения r/R

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение проблемы компактности оптических элементов находится в прямой связи с проведением фундаментальных научных исследований в области физической оптики с целью получения математических моделей лазерного взаимодействия с различными материалами (включая наноматериалы), в области вычислительной математики и вычислительной физики с целью разработки оптимальных методов

исследования этих моделей. Примером можно считать полученный в работе строго обоснованный факт оптической бистабильности в системе четырехпучкового лазерного взаимодействия с оптически нелинейной средой. Из этого следует принципиальной важности вывод — светом можно управлять с помощью света, что дает исследователям, конструкторам, технологам необходимый инструмент для разработки, проектирования и производства требуемых элементов оптических компьютеров. Примеры математических задач, сформулированных в виде систем нелинейных интегральных уравнений, а также многомерных сингулярных интегральных уравнений, являются дополнительным серьезным аргументом в пользу утверждения о необходимости проведения фундаментальных научных исследований. Однако эти задачи и их численное решение в простейших вариантах указывают на необходимость привлечения значительных вычислительных мощностей таких, например, какими будут обладать оптические компьютеры ближайшего будущего.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Оптическая обработка информации. Под ред. Д. Кейсесента. Москва: Мир, 1980. 350 с.
2. Исихара С. Оптические компьютеры: Новая эра науки. Москва: Наука, 1992. 96 с.
3. IBM создала оптический процессор. URL: <http://www.cybersecurity.ru/it/145951.html>.
4. Белов П.А., Беспалов В.Г., Васильев В.Н., Козлов С.А., Павлов А.В., Симовский К.Р., Шполянский Ю.А. Оптические процессоры: достижения и новые идеи. *Проблемы когерентной и нелинейной оптики*. СПб.: ИТМО, 2006. 266 с.
5. Колесниченко Д.Н. Оптические процессоры от и до. *Хакер Спец*. 2006. № 55. С. 13–25.
6. Корешев С.Н. Голограммные оптические элементы и устройства. СПб.: ИТМО, 2008. 134 с.
7. Startup with optical solver supercomputer targets 17 exaFLOPS by 2020. URL: <https://www.nextbigfuture.com/2014/08/startup-with-optical-solver.html>.
8. Гиббс Х. Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света. Москва: Мир, 1988. 520 с.
9. Кухтарев Н.В., Одулов С.Г. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии в средах с нелокальной нелинейностью. *Письма в ЖЭТФ*. 1979. Т. 30, № 1. С. 6–11.
10. Кухтарев Н.В., Старков В.Н. Оптическая бистабильность при обращении волнового фронта световых пучков в электрооптических кристаллах с диффузионной нелинейностью. *Письма в журн. техн. физики*. 1981. Т. 7, № 11. С. 692–695.
11. Старков В.Н. О многозначности решения задачи обращения волнового фронта лазерных пучков в электрооптических кристаллах. *Вычислит. математика*. 1982. № 2. С. 41–42.
12. Старков В.Н. Конструктивные методы вычислительной физики в задачах интерпретации. Київ: Наук. думка, 2002. 264 с.
13. White J.O., Cronin-Golomb M., Fisher B. Coherent oscillation by self-induced gratings in the photorefractive crystals BaTiO₃. *Applied Phys. Letters*. 1982. Vol. 40, N 6. P. 450–452.
14. Кухтарев Н.В. Самосогласованная теория объемной динамической голографии: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Ин-т физики АН УССР. Киев, 1983. 30 с.
15. Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Одулов С.Г., Соскин М.С. Динамическая самодифракция когерентных световых пучков. *УФН*. 1979. Т. 129, № 1. С. 113–137.
16. Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Семенец Т.И. Кинетика динамической самодифракции световых пучков в объемных средах с локальным откликом. *Квантовая электроника*. 1981. Т. 8, № 1. С. 217–220.
17. Зельдович Б.Я., Лернер П.Б., Немкова Е.А. Нестационарный энергообмен двух попутных когерентных волн в нелинейной среде. *Квантовая электроника*. 1987. Т. 14, № 12. С. 2502–2508.
18. Метаматериалы и структурно организованные среды для оптоэлектроники, СВЧ-техники и нанофотоники. Отв. редакторы Шабанов В.Ф., Зырянов В.Я. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2013. 368 с.
19. Климов В.В. Наноплазмоника. Москва: Наука, 2010. 480 с.
20. Венгер С.Ф., Гончаренко А.В., Дмитрук М.Л. Оптика малых частинок і дисперсних середовищ. Київ: Наук. думка, 1999. 348 с.
21. Fedorovich R.D., Naumovets A.G., Tomchuk P.M. Electron and light emission from island metal films and generation of hot electrons in nanoparticles. *Physics Reports*. 2000. Vol. 328, N 2–3. P. 73–179.
22. Tomchuk P.M., Tomchuk B.P. Optical absorption of small metal particles. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1997. Vol. 112, N 2 (8). P. 661–678.

23. Tomchuk P.M., Grigorchuk N.I. Shape and size effects on the energy absorption by small metallic particles. *Phys. Rev. B*. 2006. Vol. 73, Iss. 15. 155423. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.73.155423>
24. Mie G. Beiträge zur Optik trüber Medien. *Ann. d. Physik*. 1908. Vol. 25. P. 377–445.
25. Томчук П.М., Старков В.М., Бутенко Д.В. Інтегральні рівняння в загальній теорії поглинання і розсіяння світла металевими нанокластерами. *Укр. фіз. журн.* 2017. Т. 62, № 8. С. 701–712.

Надійшла до редакції 19.04.2018

В.М. Старков, П.М. Томчук

ЗАДАЧІ, МЕТОДИ І АЛГОРИТМИ В МОДЕЛЯХ ФІЗИЧНИХ ОСНОВ ЕЛЕМЕНТІВ ОПТИЧНИХ КОМП'ЮТЕРІВ

Анотація. Розглянуто два варіанти задач, що виникають під час розроблення оптичних комп'ютерів. Перший варіант пов'язаний з математичним дослідженням проблем оптичної бістабільності для багатопучкової лазерної взаємодії в нелінійних середовищах. Існування оптичної бістабільності підтверджують результати розв'язання крайової задачі для системи нелінійних звичайних диференціальних рівнянь. У загальному випадку нестационарного процесу задачу зведено до розв'язання системи двох нелінійних інтегральних рівнянь відносно комплексних амплітуд інтерференційних картин. Процеси поглинання і розсіяння світла матеріалами досліджено в другому варіанті задач. У результаті одержано багатовимірне інтегральне рівняння відносно комплексної амплітуди електричного поля. Принципово важливою властивістю рівняння є його сингулярність всередині наночастинки.

Ключові слова: бістабільність, оптичний комп'ютер, математична модель, лазерна взаємодія, інтегральне рівняння.

V.N. Starkov, P.M. Tomchuk

**PROBLEMS, METHODS, AND ALGORITHMS
IN THE MODELS OF PHYSICAL FUNDAMENTALS
OF THE ELEMENTS OF OPTICAL COMPUTERS**

Abstract. The paper considers two variants of problems that arise in the development of optical computers. The first variant is related to the mathematical analysis of optical bistability in case of multibeam interaction of laser radiation in nonlinear media. The presence of this phenomenon follows from the solution of the boundary-value problem for a system of nonlinear ordinary differential equations. In the general case of an arbitrary nonstationary process, the problem reduces to solving a system of two nonlinear integral equations with respect to complex amplitudes describing interference patterns. The other region of our study concerns absorption and scattering of light by nanomaterials. As the result, a multidimensional integral equation with respect to the complex amplitude of electric field was derived. A very important property of this equation is its singularity inside the nanoparticle.

Keywords: bistability, optical computer, mathematical model, laser interaction, integral equation.

Старков Вячеслав Николаевич,

доктор физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник Института физики НАН Украины, Киев,
e-mail: vjachnikstar@gmail.com.

Томчук Петр Михайлович,

чл.-кор. НАН Украины, доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий отделом Института физики НАН Украины, Киев, e-mail: ptomchuk@iop.kiev.ua.