

О передаче движения между сверхтекучей жидкостью и сверхпроводящим конденсатом

С. И. Шевченко, С. В. Терентьев

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины,
Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail: shevchenko@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 21 января 1998 г.

Рассмотрена задача о передаче движения от сверхтекучей пленки ^4He к электронам сверхпроводящей пленки. Установлены условия, при которых пленка ^4He при своем движении может увлекать электроны. Предложен эксперимент по обнаружению предсказанного эффекта.

Розглянуто задачу про передачу руху від надплинної плівки ^4He до електронів надпровідної плівки. Встановлено умови, за яких плівка ^4He при своєму русі може захоплювати електрони. Запропоновано експеримент по виявленню передбаченого ефекту.

PACS: 67.40.-w, 74.90.+n

Проблема передачи движения от одной сверхтекучей жидкости к другой возникла в связи с обсуждением возможности перехода в сверхтекучее состояние атомов ^3He , растворенных в сверхтекучем ^4He . Первоначально предполагалось [1–3], что одна сверхтекучая жидкость не увлекает при своем движении другую, но затем в работе Андреева и Башкина [4] было показано, что каждое из двух сверхтекучих движений сопровождается переносом обеих компонент раствора. Поскольку до настоящего времени сверхтекучесть атомов ^3He , растворенных в ^4He , еще не обнаружена экспериментально, то и справедливость предсказаний Андреева и Башкина для раствора ^3He – ^4He не может быть пока что проверена.

В настоящем сообщении мы укажем иную возможность обнаружения передачи движения между двумя сверхтекучими жидкостями.

Пусть поверхность сверхпроводящей пленки, толщина которой меньше длины когерентности, покрыта тонкой пленкой сверхтекучего ^4He . Благодаря действию сил Ван-дер-Ваальса слой атомов ^4He , непосредственно примыкающий к поверхности сверхпроводника, перейдет в кристаллическое состояние. Однако толщина этого слоя обычно не превосходит межатомного расстояния. Поэтому взаимодействие атомов ^4He с электронами сверхпроводника не будет

пренебрежимо малым и может привести к передаче движения от одной сверхтекучей жидкости к другой. Для определенности будем рассматривать передачу движения от ^4He к электронам сверхпроводника.

Увлечение электронов движущимися атомами ^4He происходит благодаря флуктуациям плотности в сверхпроводящей и сверхтекучей пленках, нарушающим трансляционную инвариантность системы. Флуктуации плотности в сверхпроводнике имеют существенно различную природу в области низких температур и температур близких к T_c . При низких температурах достаточно учитывать лишь коллективные (плазменные) колебания, частота которых ω в случае тонкой сверхпроводящей пленки (которую можно рассматривать как двумерную) стремится к нулю в пределе малых значений волнового вектора k ($\omega \sim k^{1/2}$). При температурах близких к T_c помимо коллективных мод необходимо также учитывать появление в системе одночастичных возбуждений, обусловленных распариванием куперовских пар. Мы ограничимся рассмотрением низких температур, когда распариванием можно пренебрегать и рассматривать куперовские пары как бозоны с массой $M = 2m$ и зарядом $Q = 2e$, где m и e — масса и заряд электрона соответственно. В результате задачу о передаче

движения от атомов сверхтекучей пленки ${}^4\text{He}$ к электронам сверхпроводника можно при качественном описании заменить задачей об увлечении между нейтральным и заряженным бозе-газами.

Энергию взаимодействия электронов с атомами гелия запишем в виде

$$\int \rho_{\text{He}}(\mathbf{r}_1) V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \rho_{2e}(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (1)$$

Здесь $\rho_{\text{He}}(\mathbf{r})$ — плотность атомов гелия; $\rho_{2e}(\mathbf{r})$ — плотность куперовских пар. Обусловленный поляризацией атомов гелия электронами сверхпроводника потенциал $V(\mathbf{r})$ равняется

$$V(\mathbf{r}) = - \frac{\alpha Q^2}{(d^2 + r^2)^2}, \quad (2)$$

где α — поляризуемость атома ${}^4\text{He}$; d — толщина твердого слоя, отделяющего сверхтекучую пленку от сверхпроводника. Ввиду быстрого спадания потенциала $V(\mathbf{r})$ с ростом r , ниже мы заменим (2) выражением

$$V(\mathbf{r}) = - \frac{\alpha Q^2}{d^4} a^2 \delta(\mathbf{r}) \equiv - U a^2 \delta(\mathbf{r}), \quad (3)$$

здесь a — длина порядка межатомного расстояния; $\delta(\mathbf{r})$ — δ -функция.

Во втором порядке теории возмущений добавка к энергии, связанная со взаимодействием (1), равна (S — площадь системы)

$$\Delta \mathcal{E} = - U^2 a^4 S^2 \times \sum_{n, m} \sum_{\mathbf{k}} \langle 0 | \hat{\rho}_{\text{He}}(\mathbf{k}) n \rangle \langle n | \hat{\rho}_{\text{He}}(-\mathbf{k}) | 0 \rangle \frac{\langle 0 | \hat{\rho}_{2e}(-\mathbf{k}) m \rangle \langle m | \hat{\rho}_{2e}(\mathbf{k}) | 0 \rangle}{E_{\text{He}}^n + E_{2e}^m - E_{\text{He}}^0 - E_{2e}^0}. \quad (4)$$

В случае бозе-газа оператор плотности $\hat{\rho}(\mathbf{k})$ связан с операторами рождения $\hat{b}^+(\mathbf{k})$ и уничтожения $\hat{b}(\mathbf{k})$ элементарного возбуждения соотношением

$$\hat{\rho}(\mathbf{k}) = \left(\frac{\varepsilon(k)n}{E(k)S} \right)^{1/2} (\hat{b}(\mathbf{k}) + \hat{b}^+(-\mathbf{k})), \quad (5)$$

здесь $\varepsilon(k) = \hbar^2 k^2 / 2M$, а $E(k)$ — энергия элементарного возбуждения. Для нейтрального бозе-газа $E(k)$ совпадает с боголюбовским спектром. Для заряженного бозе-газа

$$E(k) = \left[\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2M} \right)^2 + \frac{2\pi Q^2 n_s \hbar^2 k}{M} \right]^{1/2}, \quad (6)$$

где $n_s \equiv \langle \rho_{2e} \rangle$ — равновесная плотность электронов в сверхпроводнике. При написании (6) предполагалось, что бозе-газ покоится. При движении бозе-газа со скоростью \mathbf{v}_s к выражению (6) следует добавить $\hbar \mathbf{k} \mathbf{v}_s$.

В дальнейшем нас будет интересовать лишь добавка к энергии \mathcal{E} из (4), связанная с движением как целого атомов в пленке ${}^4\text{He}$ и электронов в сверхпроводящей пленке. С помощью (4), (5) нетрудно найти, что эта добавка равняется

$$\delta \mathcal{E} = - U^2 a^4 \sum_{\mathbf{k}} \frac{\varepsilon_1(k) n_{\text{He}}}{E_1(k)} \frac{\varepsilon_2(k) n_s}{E_2(k)} \frac{[\mathbf{k}(\mathbf{v}_{s1} - \mathbf{v}_{s2})]^2}{[E_1(k) + E_2(k)]^3}. \quad (7)$$

Здесь $n_{\text{He}} \equiv \langle \rho_{\text{He}} \rangle$ — равновесная плотность атомов гелия в сверхтекучей пленке, индексами «1» и «2» отмечены величины, относящиеся к пленке ${}^4\text{He}$ и к сверхпроводящей пленке соответственно. Видно, что добавка $\delta \mathcal{E}$ зависит от скорости $\mathbf{v}_s \equiv \mathbf{v}_{s1} - \mathbf{v}_{s2}$ движения атомов ${}^4\text{He}$ относительно электронов и обращается в нуль вместе с \mathbf{v}_s .

Вычисления в (7) существенно упрощаются, если учесть, что масса атома гелия M_{He} почти на три порядка превосходит массу пары $M = 2m$. В результате при $n_{\text{He}} \approx n_s$ оказывается, что при всех существенных k выполняется неравенство $E_1(k) \ll E_2(k)$. С учетом этого обстоятельства получаем из (7)

$$\delta \mathcal{E} = - \frac{2U^2 a^4 n_{\text{He}} n_s M^3}{\pi \hbar^4} \left(\frac{\hbar^2}{8\pi Q^2 M n_s} \right)^{2/3} \times \frac{2\pi\sqrt{3}}{9} (\mathbf{v}_{s1} - \mathbf{v}_{s2})^2. \quad (8)$$

Здесь и ниже площадь системы считаем равной единице.

Выражение (8) дает не всю добавку к энергии системы, связанную с неравными нулю скоростями \mathbf{v}_{s1} и \mathbf{v}_{s2} , а лишь ту ее часть, которая обусловлена взаимодействием электронов с атомами гелия. К выражению (8) следует еще добавить кинетические энергии атомов гелия и электронов

$$\frac{n_{\text{He}} M_{\text{He}} v_{s1}^2}{2} + \frac{n_s M v_{s2}^2}{2}. \quad (9)$$

Продифференцировав сумму выражений (8) и (9) по \mathbf{v}_{s2} и приравняв результат нулю, найдем уравнение, определяющее скорость \mathbf{v}_{s2} при заданной скорости \mathbf{v}_{s1} . Полученное после

дифференцирования выражение, умноженное на Q/M в точности совпадает с выражением для электрического тока, который индуцирует в сверхпроводящей пленке поток атомов гелия в сверхтекучей пленке. Таким образом, мы, казалось бы, приходим к заключению, что движение частиц одной сверхтекучей жидкости не передается частицам другой сверхтекучей жидкости. Однако это заключение является ошибочным.

Чтобы найти источник ошибки, учтем, что в общем случае ток в сверхпроводящей пленке равен

$$\mathbf{J}_{s2} = \frac{Q}{M} \left[n_s \left(\hbar \nabla \varphi - \frac{Q}{c} \mathbf{A} \right) + \frac{\partial \delta \mathcal{E}}{\partial \mathbf{v}_{s2}} \right], \quad (10)$$

здесь φ — фаза параметра порядка, а \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля, порождаемого током \mathbf{J}_{s2} . Следует различать два случая: концы сверхпроводящей пленки разомкнуты; сверхпроводящая пленка образует замкнутую цепь.

В первом случае $\nabla \varphi$ может принимать произвольное значение и между концами сверхпроводящей пленки установится такая разность фаз, что ток \mathbf{J}_{s2} будет равен нулю. В этом случае атомы сверхтекучей пленки ${}^4\text{He}$ при своем движении действительно не увлекают электроны в сверхпроводящей пленке.

В

о
в
т
о
р
о
м
с
л
у
ч
а
е
н
е
о
б
х
о

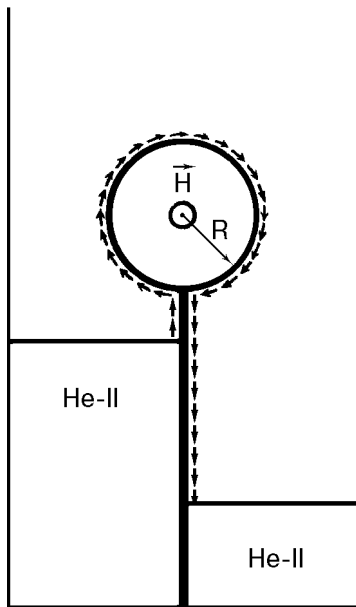


Рис. 1. Схематическое изображение эксперимента по обнаружению увлечения сверхтекучим гелием сверхпроводящих электронов. Стрелками показано течение пленки He-II по поверхности сверхпроводящего цилиндра и стенке, разделяющей сосуда с гелием.

у

учитывать, что для замкнутой цепи фаза φ удовлетворяет условию $\oint \nabla \varphi dl = 2\pi n$, где n — целое число. В результате ток \mathbf{J}_{s2} будет равен нулю лишь при дискретных значениях скорости \mathbf{v}_{s1} . В частности, при малых скоростях v_{s1} энергетически выгодно, чтобы фаза φ равнялась нулю. Ток \mathbf{J}_{s2} при этом будет отличен от нуля. Чтобы найти ток \mathbf{J}_{s2} , например в случае, когда сверхпроводящая пленка представляет собой полый цилиндр радиусом R (см. рис. 1), следует решить уравнение Максвелла $\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{J}/c$, считая, что $\mathbf{J} = -(Q^2 n_s / Mc) \mathbf{A} + (Q/M) (\partial \delta \mathcal{E} / \partial \mathbf{v}_{s2})$. В результате нетрудно показать, что

$$\mathbf{J}_{s2} = \frac{Q}{M} \frac{1}{1 + \gamma} \frac{\partial \delta \mathcal{E}}{\partial \mathbf{v}_{s2}}, \quad (11)$$

где $\gamma = 2\pi n_s Q^2 R / Mc^2$.

По-видимому, простейший способ обнаружить появление тока в сверхпроводящей пленке состоит в измерении создаваемого током магнитного потока. Этот магнитный поток равен

$$\Phi \equiv H \pi R^2 = \frac{4\pi}{c} \frac{\pi R^2}{1 + \gamma} \frac{Q}{M} \left| \frac{\partial \delta \mathcal{E}}{\partial \mathbf{v}_{s2}} \right|. \quad (12)$$

При $\gamma \gg 1$ отсюда следует

$$\Phi = \frac{4\sqrt{3}}{27\pi} \left(\frac{U}{\hbar^2 / Ma^2} \right)^2 \frac{2\pi R}{\hbar} M v_{s1} n_{\text{He}} \left(\frac{\hbar^2}{8\pi Q^2 M n_s} \right)^{2/3} \Phi_0, \quad (13)$$

здесь $\Phi_0 = hc/2e$ — квант магнитного потока.

Чтобы оценить величину Φ , учтем, что поляризуемость атома гелия $\alpha = 2 \cdot 10^{-25} \text{ см}^3$. Тогда, принимая $a = d = 5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$, $R = 1 \text{ см}$, $n_{\text{He}} = 10^{15} \text{ см}^{-2}$ и $M = 2 \cdot 10^{-27} \text{ г}$, нетрудно показать, что при $v_{s1} = 10 \text{ см/с}$ поток $\Phi \approx 2\pi \cdot 10^{-4} \Phi_0$. Эта величина находится в пределах чувствительности современных СКВИДов. (См., например, [5]).

Таким образом, мы показали, что одна сверхтекучая жидкость может увлекать при своем движении другую. При этом поток сверхтекучей компоненты в пленке ${}^4\text{He}$ приводит к появлению тока в сверхпроводящей пленке лишь в случае, когда сверхпроводящая пленка образует замкнутую цепь. Наличие тока в сверхпроводящей пленке может быть обнаружено, в частности, путем измерения создаваемого током магнитного потока.

1. И. М. Халатников, *ЖЭТФ* **32**, 653 (1957); *Письма в ЖЭТФ* **17**, 534 (1973).
2. Z. M. Galasiewicz, *Phys. Lett.* **43A**, 149 (1973); *Phys. Cond. Matter.* **18**, 141, (1974); *ibid* **18**, 155 (1974).

-
3. В. П. Минеев, *ЖЭТФ* **67**, 683 (1974).
 4. А. Ф. Андреев, Е. П. Башкин, *ЖЭТФ* **69**, 319 (1975).
 5. R. C. Black, F. C. Wellstood, E. Dantsker, A. H. Miklich, D. T. Nemeth, D. Koelle, F. Ludwig, and J. Clarke, *Appl. Phys. Lett.* **66**, 99 (1995).

On momentum transfer between superfluid liquid and superconducting condensate

S. I. Shevchenko and S. V. Terentjev

The problem of momentum transfer from a superfluid ^4He film to electrons of a superconducting layer is considered. The conditions are determined under which the electrons are carried along by the ^4He film. An experiment for detecting the predicted phenomenon is proposed.