Физика низких температур, 1998, т. 24, № 2, с. 132–135

Течение гелия в замкнутой области, обусловленное подогревом при нулевой гравитации: подходы на основе молекулярной кинетики и механики сплошных сред

А. А. Горбунов[1], А. П. Крюков[2], В. И. Полежаев[1], И. Н. Шишкова[2]

[1] *Институт проблем механики РАН, Россия, 117526, г. Москва, пр. Вернадского, 101*
E-mail: polezh@ipmnet.ru

[2] *Московский энергетический институт, Россия, 111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, 14*
E-mail: kryukov@kryos.mpei.ac.ru

Рассматривается течение гелия в замкнутой полости, вызванное внезапным подогревом ее стенок. Численно интегрируются уравнения Больцмана и полные нестационарные уравнения Навье–Стокса с соответствующими граничными условиями. Показана близость результатов расчетов для установившегося течения.

Розглянуто течію гелію в замкненій порожнині, викликане раптовим підогрівом її стінок. Чисельно інтегруються рівняння Больцмана та повні нестаціонарні рівняння Нав'є–Стокса з відповідними граничними умовами. Показано близькість результатів обчислень для стаціонарної течії.

PACS: 67.40.Rp

Введение

Тепло- и массоперенос при низких температурах может осуществляться в условиях, когда температура греющей поверхности значительно отличается от температуры контактирующего с этой поверхностью криоагента. Пример такого рода — пленочное кипение гелия. Реализация этого процесса в сверхтекучем гелии (HeII) происходит при больших значениях тепловых потоков. Температуры нагревателя и HeII различаются при этом на один и даже два порядка. Такие условия создают значительную неравновесность и затрудняют расчет соответствующих процессов переноса.

В настоящей работе изучается теплоперенос в паровой области, ограниченной поверхностями с сильно отличающимися друг от друга температурами. Для исследования может быть использован молекулярно-кинетический метод, основанный на решении уравнения Больцмана, хотя и являющийся довольно трудоемким, но свободный от ограничений по степени неравновесности процессов переноса [1,2]. Вместе с тем в настоящее время развиты методы и математическое обеспечение для задач механики и теплообмена сплошной сжимаемой среды [3]. Эти подходы были в свое время успешно апробированы и протестированы в ряде задач [1–5]. Цель работы состоит главным образом в определении степени соответствия результатов, полученных разными методами, и области их применения для течения гелия в замкнутой полости.

Постановка задачи

Рассмотрим полость, ограниченную двумя параллельными плоскостями, называемыми в дальнейшем стенками полости, заполненную покоящимся газом и находящуюся в невесомости. Обозначим температуру и плотность газа соответственно T_m и ρ_m. Назовем для определенности одну из стенок полости левой, а другую — правой и, полагая стенки твердыми и непроницаемыми, предположим, что начиная с некоторого момента времени при отсутствии объемных источников тепла на левой стенке устанавливается температура $T_l = 4$ K, а на правой — температура $T_r = 2$ K.

В пространстве, содержащем полость, введем систему прямоугольных декартовых координат, начало которой расположено на левой стенке, а, например, ось x направлена к правой стенке полости. Если рассматривается фрагмент полости, дополнительно ограниченный парой параллельных плоскостей, то будем считать, что одна из дополнительных плоскостей, которую назовем нижней стенкой, проходит через ось x, а ось y направлена к другой дополнительной плоскости, которую назовем верхней стенкой. Обозначим расстояние между левой и правой стенками L, а между верхней и нижней стенками — H.

В двумерном случае будем предполагать, что верхняя и нижняя стенки также твердые и непроницаемые и на этих стенках поддерживается линейное распределение температуры.

Далее, считая для простоты, что $L = H$ и $T_r = T_m$, в качестве масштабов плотности и температуры положим соответственно $\rho_m = 0{,}76$ кг/м^3 и $T_m = 2$ K, а в качестве масштаба длины выберем $L = 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ м.

Основные уравнения и методы решения

Молекулярно-кинетический подход

Кинетическое уравнение Больцмана (КУБ) в нестационарной двумерной постановке имеет следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f}{\partial x} + \xi_y \frac{\partial f}{\partial y} = J \; , \qquad (1)$$

где $f = f(\xi, x, y, t)$ — функция распределения молекул по скоростям; ξ — вектор скорости частицы (атома гелия); x и y — координаты соответственно по осям x и y; t — время;

$$J = \int\limits_{\Omega} (f' f_1' - f f_1)\, |\xi - \xi_1|\, b d\Omega$$

обозначает интеграл столкновений. При написании интеграла столкновений используются обозначения из [6].

В результате решения уравнения (1) находится функция распределения молекул по скоростям. Макропараметры (плотность, температура, давление, потоки массы и энергии и т.д.) определяются как моменты функции распределения.

Метод прямого численного решения уравнения Больцмана, используемый в настоящей работе, по мнению авторов, является одним из наиболее строгих. Подробное описание метода дается, например, в [1].

При формулировании граничных условий считается, что на стенках полости осуществляется полная энергетическая аккомодация молекул, а их отражение происходит диффузно. Таким образом, функция распределения отраженных частиц — полумаксвеллиан с нулевой скоростью переноса. Плотность этого распределения находится из условия непротекания, т.е. из условия равенства налетающего и отраженного потоков массы. В качестве потенциала межмолекулярного взаимодействия принимается потенциал упругих шаров.

Подход на основе механики сплошных сред

Движение газа будем описывать системой уравнений динамики вязкого газа, состоящей из уравнений движения Навье–Стокса, уравнения баланса энергии и уравнения неразрывности, считая, что уравнение состояния газа определяется формулой Клапейрона (см., например, [7]).

Рассматривая для простоты одномерный случай, запишем при надлежащем выборе масштабов размерных переменных и соответствующей нормировке безразмерную систему уравнений динамики вязкого газа следующим образом:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + L_c(U) \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\mathrm{Re}_c} L_w(U) \frac{\partial U}{\partial x} + {}$$
$$+ \frac{1}{\mathrm{Re}_c^2} L_d(U) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \; , \qquad (2)$$

где t — время; U — вектор искомых переменных, компонентами которого являются скорость и нормированные натуральные логарифмы безразмерных величин плотности и температуры; матрица $L_c(U)$ определяет конвективные производные; матрица $L_w(U)$ задает волновые и диссипативные свойства; матрица $L_d(U)$ характеризует диффузию; Re_c — число Рейнольдса для скорости звука.

Начальные условия и граничные условия для скорости и температуры понятны из постановки задачи, значения плотности на границе определяются из уравнения неразрывности.

Система уравнений (2) решается численно с помощью метода, основанного на конечно-

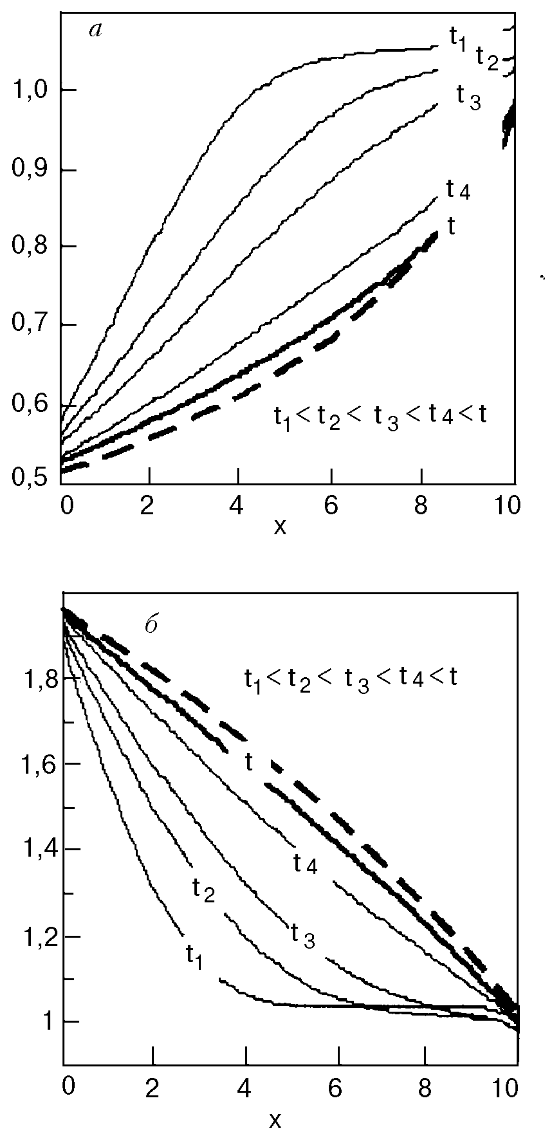

Рис. 1. Изменение во времени t профилей плотности (*а*) и температуры (*б*) для пленки толщиной $10L$ при $H >> L$: прямое численное решение КУБ (——); моментный метод решения КУБ (– – –).

разностной аппроксимации этой системы (см. [3,5]).

Обсуждение результатов

Результаты решения одномерных задач для установившегося течения показывают, что зависимости плотности и температуры от координаты, полученные с помощью молекулярной кинетики и подхода на основе механики сплошной среды, близки друг к другу.

Наряду с изучением задач с непроницаемыми границами раздела фаз молекулярно-кинетический подход позволяет исследовать течения при наличии испарения–конденсации. Пример решения такого рода представлен на рис.

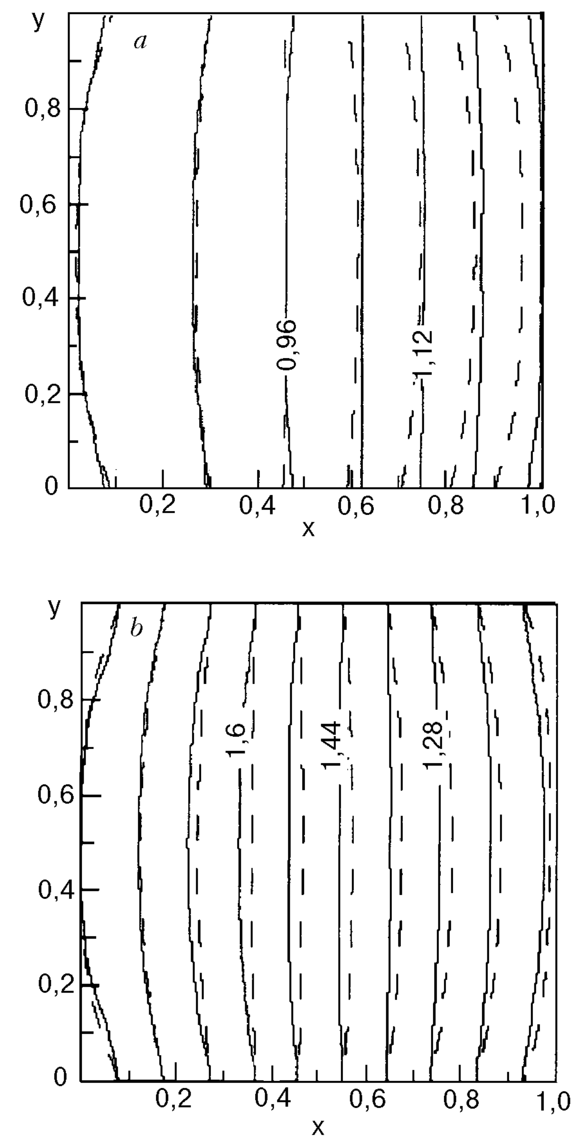

Рис. 2. Изолинии плотности (*а*) и температуры (*б*) для установившегося течения: молекулярно-кинетический подход (——); подход на основе механики сплошной среды (– – –).

1 для задачи, в которой правая стенка является межфазной поверхностью сверхтекучий гелий — пар.

На рис. 2 представлены изолинии полей температуры (рис. 2,*а*) и плотности (рис. 2,*б*) газа при установившемся течении в исследуемой полости для двумерных задач. Сплошные линии соответствуют молекулярно-кинетическому подходу, штриховые линии — подходу на основе механики сплошной среды. Видно, что использовавшиеся методы дают практически совпадающие результаты.

Сравнение результатов решения одномерных и двумерных задач показывает, что при исследовании внутренних областей рассматриваемых течений может успешно применяться как молекулярно-кинетический метод, так и уравнения сплошной среды, несмотря на малые размеры этих областей. Причем для решения уравнений сплошной среды используются граничные условия, полученные молекулярно-кинетическими методами, в частности значения скачков температуры на межфазных поверхостях.

В качестве выводов представленной работы авторы считают возможным предложить следующие рекомендации по расчету теплопереноса в газообразном гелии в условиях сильной неравновесности.

1. На начальном этапе решения задачи величины скачков температуры на межфазных поверхностях должны быть определены с помощью молекулярно-кинетического метода. При этом для малых и умеренных значений тепловых потоков нет необходимости в получении новых кинетических решений, а можно воспользоваться известными апробированными соотношениями (см, например, [8]).

2. Внутренняя область течения с хорошей точностью может быть успешно исследована методами механики сплошных сред.

3. С ростом неравновесности область актуальности кинетического подхода возрастает. Таким образом, при больших тепловых потоках, которые реализуются, например, при кипении сверхтекучего гелия, расчет без кинетических решений может привести к значительным ошибкам. Некоторые задачи, например об испарении—конденсации, не могут быть корректно поставлены вне молекулярно-кинетического подхода.

Работа выполнялась в рамках проекта РФФИ N 97-01-00124 и проекта ТМ-16 контракта NAS 15-10110 между НАСА и РКА.

1. В. В. Аристов, Ф. Г. Черемисин, *Прямое численное решение кинетического уравнения Больцмана*, ВЦ РАН, Москва (1992).
2. В. В. Аристов, А. П. Крюков, Ф. Г. Черемисин, И. Н. Шишкова, *ЖВМ и МФ* **30**, 1093 (1991).
3. В. И. Полежаев, *Изв. АН СССР, МЖГ* N2 103 (1967).
4. A. P. Kryukov and I. N. Shishkova, *Book of Abstracts. 20th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics*, Beijing, China, 19–23 August (1996).
5. А. А. Горбунов, *Изв. РАН, МЖГ* N3, Семинары (1997).
6. М. Н. Коган, *Динамика разреженного газа*, Наука, Москва (1967).
7. Л. Г. Лойцянский, *Механика жидкости и газа*, Наука, Москва (1987).
8. Т. М. Муратова, Д. А. Лабунцов, *ТВТ* **7**, 959 (1969).

Helium flows in the enclosure caused by heating under zero gravity: approaches based on the molecular kinetics and the mechanics of continua

A. A. Gorbunov, A. P. Kryukov, V. I. Polezhaev, and I. N. Shishkova

A helium flow in the enclosure caused by a sudden heating of the enclosure walls is considered. The Boltzmann equation and the non-stationary Navier—Stokes equations with corresponding boundary conditions are numerically integrated. The calculation results for a steady flow are shown to be close.