Физика низких температур, 1996, т. 22, № 9, с. 995–1004

Теплопроводность, обусловленная двухкомпонентным газом тепловых возбуждений

И. Н. Адаменко, К. Э. Немченко

Харьковский государственный университет, Украина, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4

Статья поступила в редакцию 22 февраля 1996 г.

Вычислен эффективный коэффициент теплопроводности сплошной среды, содержащей двухкомпонентный газ тепловых возбуждений и рассеиватели. Результат справедлив при любых соотношениях между временами взаимодействий тепловых возбуждений разного типа друг с другом и с рассеивателями. Показано, что эффективный коэффициент теплопроводности, кроме парциальных и потокового, содержит также коэффициент теплопроводности, обусловленный диффузией газа тепловых возбуждений. Из полученных выражений, справедливых при любых законах дисперсии, найдены эффективные коэффициенты теплопроводности, обусловленные тепловыми возбуждениями твердых тел и квантовых жидкостей: продольными и поперечными фононами, фононами и магнонами, фононами и ротонами. Для указанных систем исходя из общих соотношений рассмотрены предельные случаи быстрого и медленного установления равновесия между тепловыми возбуждениями разных типов. Это позволило уточнить результаты, приведенные в литературе, и выяснить область их применимости.

Обчислено ефективний коефіцієнт теплопровідності суцільного середовища із вмістом двокомпонентного газу теплових збуджень та розсіювателів. Результат є справедливим для будь-яких співвідношень між часом взаємодії теплових збуджень різного типу один з одним та з розсіювателями. Показано, що ефективний коефіцієнт теплопровідності, окрім парціальних та потокових, містить також коефіцієнт теплопровідності, який обумовлено дифузією газу теплових збуджень. З отриманих виразів, які справедливі для будь-яких законів дисперсії, знайдено ефективні коефіцієнти теплопровідності, які обумовлені збудженнями твердих тіл та квантових рідин: поздовжніми та поперечними фононами, фононами та магнонами, фононами та ротонами. Для зазначених систем, виходячи із загальних співвідношень, розглянуто граничні випадки швидкого та повільного установлення рівноваги між тепловими збудженнями різних типів. Це дозволило уточнити результати, які наводяться у літературі, та з'ясувати область їх застосування.

Введение

Традиционной задачей физики конденсированного состояния является экспериментальное и теоретическое исследование теплопроводности сплошных сред. В области достаточно низких температур, когда справедлива модель газа слабо взаимодействующих тепловых возбуждений, возможно достаточно полное теоретическое описание этого явления. Сопоставление расчетных значений с наблюдаемыми позволяет получить информацию о кинетических явлениях в таких средах.

Относительно просто вычисляется эффективный коэффициент теплопроводности, обусловленный однокомпонентным газом тепловых возбуждений с конкретным законом дисперсии. Между тем в сплошных средах газ тепловых возбуждений в большинстве случаев многокомпонентный. Например, в твердых телах это — продольные и поперечные фононы, фононы и магноны. Насколько нам известно, содержащиеся в литературе методы определения коэффициента теплопроводности указанных систем в основном приводили либо к суммированию однокомпонентных коэффициентов теплопроводностей, либо к полученной с учетом многокомпонентности формуле однокомпонентного газа, содержащей величины, усредненные по компонентам [1,2]. При этом основное внимание в указанных работах уделялось расчету времен релаксаций, обусловленных взаимодействием тепловых возбуждений друг с другом и с рассеивателями.

Целью настоящей работы является вычисление эффективного коэффициента теплопроводности двухкомпонентного газа тепловых возбуждений с любым законом дисперсии при произвольных соотношениях между временами релаксаций и исследование с помощью полученных общих выражений конкретных физических систем.

1. Решение кинетических уравнений

Рассмотрим стационарное неравновесное состояние сплошной среды, в которой поддерживается

© И. Н. Адаменко, К. Э. Немченко, 1996

заданный градиент температуры. В области низких температур, когда справедлив квазичастичный подход, свойства такой среды определяются функциями распределения f_i тепловых возбуждений.

Будем считать, что существуют два типа тепловых возбуждений и рассеиватели, которые обеспечивают конечность теплового потока при постоянном градиенте температуры. Рассеивателями могут быть границы, точечные дефекты, примеси и т. д.; двухкомпонентным газом тепловых возбуждений — продольные и поперечные фононы, фононы и магноны, фононы и ротоны и т. д. Наличие рассеивателей приводит к несохранению полного импульса двухкомпонентного газа тепловых возбуждений. В связи с чем роль рассеивателей могут выполнять и процессы переброса. Далее под рассеивателями будем подразумевать любые внешние источники, приводящие к несохранению полного импульса тепловых возбуждений.

Функция распределения квазичастиц находится из системы двух стационарных кинетических уравнений

$$\mathrm{v}_i \frac{\partial f_i}{\partial \mathrm{r}} = \sum_{j=1}^{2} J_{ij}(f_i, f_j) + J_{i3}(f_i), \quad i = 1, 2. \qquad (1)$$

Здесь индексы «1» и «2» относятся к тепловым возбуждениям соответственно первого и второго типов; $\mathrm{v}_i = \partial\varepsilon_i/\partial \mathrm{p}_i$ — скорость квазичастицы; $J_{ij}(f_i, f_j)$ — интеграл столкновений тепловых возбуждений, являющийся функционалом от f_i и f_j; $J_{i3}(f_i)$ — интеграл столкновений квазичастиц с рассеивателями.

Решение системы (1) ищем в виде

$$f_i = f_{0i} + \delta f_i \ , \qquad (2)$$

где

$$f_{0i}\left(\frac{\varepsilon_i}{T(z)}\right) \qquad (3)$$

— локально равновесная функция распределения, зависящая от температуры и являющаяся функцией координаты z; δf_i — малая добавка. Последнюю удобно записать в виде

$$\delta f_i = -f_{0i}' g_i \ , \qquad (4)$$

$f_{0i}' = \partial f_{0i}/\partial\varepsilon_i$ — производная по энергии от локально равновесной функции распределения.

С учетом малости отклонения от состояния равновесия из соотношений (1)–(4) получаем систему двух линейных интегральных уравнений для определения g_i:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 v_{1z} \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z} &= \sum_{j=1}^{3} \hat{J}_{1j} g_1(\mathrm{p}_1) + \hat{J}_{12} g_2(\mathrm{p}_2) \ , \\ \varepsilon_2 v_{2z} \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z} &= \sum_{j=1}^{3} \hat{J}_{2j} g_2(\mathrm{p}_2) + \hat{J}_{21} g_1(\mathrm{p}_1) \ , \end{aligned} \qquad (5)$$

где действие линеаризованного оператора столкновений $\hat{J}_{ij}$ на произвольную функцию $\varphi(\mathrm{p}_{i,j})$ определяется конкретным видом интеграла столкновений. Для обычного бинарного интеграла столкновений с плотностью вероятности перехода $w_{ij}(\mathrm{p}_i, \mathrm{p}_j\, symnol|\, \mathrm{p}_i', \mathrm{p}_j')$ имеем при $i \neq j$

$$\hat{J}_{ij}\varphi(\mathrm{p}_{ij}) = \int w_{ij}\left(\mathrm{p}_i, \mathrm{p}_j\,|\,\mathrm{p}_i', \mathrm{p}_j'\right) f_{0j}(\mathrm{p}_j)\left[1 \pm f_{0i}(\mathrm{p}_i)\right]^{-1}\left[1 \pm f_{0i}(\mathrm{p}_i')\right]\left[1 \pm f_{0j}(\mathrm{p}_j')\right] \times$$
$$\times \left[\varphi(\mathrm{p}_{i,j}') - \varphi(\mathrm{p}_{i,j})\right] d\Gamma_j\, d\Gamma_i'\, d\Gamma_j' \ , \qquad (6)$$

при $i = j$

$$\hat{J}_{ii}\varphi(\mathrm{p}_i) = \int w_{ii}\left(\mathrm{p}_i, \mathrm{p}\,|\,\mathrm{p}_i', \mathrm{p}'\right) f_{0i}(\mathrm{p})\left[1 \pm f_{0i}(\mathrm{p}_i)\right]^{-1}\left[1 \pm f_{0i}(\mathrm{p}_j')\right]\left[1 \pm f_{0i}(\mathrm{p})\right] \times$$
$$\times \left[\varphi(\mathrm{p}_i') + \varphi(\mathrm{p}') - \varphi(\mathrm{p}_j) - \varphi(\mathrm{p})\right] d\Gamma\Gamma_i'\, d\Gamma' \ . \qquad (7)$$

Знаки «+» и «−» в (6), (7) относятся соответственно к бозонам и фермионам.

Выражение для операторов столкновений, при которых не сохраняется число тепловых возбуждений, нетрудно получить исходя из соотношений, приведенных в работе [3]. Результаты в [3] позволяют также исследовать общие свойства операторов столкновений.

Систему (5) удобно записать в компактной матричной форме:

$$|\varepsilon v_z\rangle \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z} = \hat{I}|g\rangle \ , \qquad (8)$$

где

$$\hat{I} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{3} \hat{J}_{1j} & \hat{J}_{12} \\ \hat{J}_{21} & \sum_{j=1}^{3} \hat{J}_{2j} \end{pmatrix} \qquad (9)$$

— операторная двухкомпонентная матрица, а

$$|\varepsilon v\rangle = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & v_1 \\ \varepsilon_2 & v_2 \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad |g\rangle = \begin{vmatrix} g_1 \\ g_2 \end{vmatrix} \qquad (10)$$

— двухкомпонентные кет-векторы.

Определим скалярное произведение двухкомпонентных бра-вектора строки $\langle\psi| = \langle\psi_1(\mathbf{p}_1), \psi_2(\mathbf{p}_2)|$ и кет-вектора столбца $|\chi\rangle$ соотношением

$$\langle\psi|\chi\rangle = \sum_{j=1}^{2} {}_1\langle\psi_j|\chi_j\rangle_1 = \sum_{j=1}^{2} (-1) \int \psi_j^* \chi_j f_{0j}' \, d\Gamma_j \, . \qquad (11)$$

Здесь и далее индекс «1» у бра- или кет-вектора обозначает однокомпонентный вектор функции, заключенной в скобках.

Решение уравнения (8) можно найти путем введения полного ортонормированного базиса векторов $|\varphi_\beta\rangle$. Первым из них возьмем вектор $|\varphi_1\rangle$, отвечающий полному импульсу двухкомпонентной системы квазичастиц, вторым — вектор ортогональный первому:

$$|\varphi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \begin{vmatrix} p_{1z} \\ p_{2z} \end{vmatrix} ; \quad |\varphi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{\rho\rho_1\rho_2}} \begin{vmatrix} \rho_2 & p_{1z} \\ -\rho_1 & p_{2z} \end{vmatrix} , \qquad (12)$$

где

$$\rho_i = {}_1\langle p_{iz}|p_{iz}\rangle_1 \qquad (13)$$

— плотность i-й компоненты, а $\rho = \rho_1 + \rho_2$. Третий и четвертый векторы выберем так, чтобы они определяли парциальные теплопроводности [4] тепловых возбуждений соответственно первого и второго типов:

$$|\varphi_3\rangle = {}_1\langle\varphi_{\kappa 1}|\varphi_{\kappa 1}\rangle_1^{-1/2} \begin{vmatrix} \varphi_{\kappa 1} \\ 0 \end{vmatrix} ,$$
$$|\varphi_4\rangle = {}_1\langle\varphi_{\kappa 2}|\varphi_{\kappa 2}\rangle_1^{-1/2} \begin{vmatrix} 0 \\ \varphi_{\kappa 2} \end{vmatrix} , \qquad (14)$$

где

$$\varphi_{\kappa i} = \frac{1}{\sqrt{T}} \left(\varepsilon_i v_{iz} - \frac{S_i T}{\rho_i} p_{iz} \right) , \qquad (15)$$

$$S_i = \frac{1}{T} {}_1\langle\varepsilon_i v_{iz}|p_i\rangle_1 \qquad (16)$$

— парциальная энтропия квазичастиц i-го типа ($i = 1, 2$).

Остальные векторы можно построить, используя стандартную процедуру (см., например, [5,6]) и определение скалярного произведения (11). Все векторы удобно строить так, чтобы отличной от нуля была только одна из компонент, отвечающая тепловым возбуждениям либо первого, либо второго типа, но векторы $|\varphi_1\rangle$ и $|\varphi_2\rangle$ являются исключением. Это связано с тем, что $|\varphi_1\rangle$ позволяет учесть законы сохранения импульсов при столкновениях тепловых возбуждений.

Согласно этим законам,

$$|\hat{J}_{11} p_{1z}\rangle_1 \equiv \hat{J}_{11}|p_{1z}\rangle_1 = 0 \, ; \quad \hat{J}_{22}|p_{2z}\rangle_1 = 0 \, ; \qquad (17)$$

$$\hat{J}_{12}|p_{1z} + p_{2z}\rangle_1 = \hat{J}_{12}|p_{1z}\rangle_1 + \hat{J}_{12}|p_{2z}\rangle_2 = 0 \, . \qquad (18)$$

В итоге вектор

$$\hat{I}|\varphi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \begin{vmatrix} \hat{J}_{13} & p_{1z} \\ \hat{J}_{23} & p_{2z} \end{vmatrix} \qquad (19)$$

определяется только столкновениями тепловых возбуждений с рассеивателями.

Векторы, входящие в исходное уравнение (8), представим в виде ряда по полной ортонормированной системе векторов $|\varphi_\beta\rangle$:

$$|g\rangle = \sum_{\beta=1}^{\infty} g_\beta |\varphi_\beta\rangle \, ; \quad |\varepsilon v_z\rangle = \sum_{\alpha=1}^{4} a_\alpha |\varphi_\alpha\rangle \, . \qquad (20)$$

Здесь

$$a_1 = \frac{ST}{\sqrt{\rho}} \, ; \quad a_2 = \left(\frac{S_1 T}{\rho_1} - \frac{S_2 T}{\rho_2} \right) \left(\frac{\rho_1 \rho_2}{\rho} \right)^{1/2} ;$$
$$S = S_1 + S_2 \, ; \qquad (21)$$
$$a_3 = \sqrt{T \, {}_1\langle\varphi_{\kappa 1}|\varphi_{\kappa 1}\rangle_1} \, ; \quad a_4 = \sqrt{T \, {}_1\langle\varphi_{\kappa 2}|\varphi_{\kappa 2}\rangle_1} \, ,$$

а коэффициенты g_β, согласно (8), определяются выражениями

$$g_\beta = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \sum_{\alpha=1}^{4} (\hat{I}^{-1})_{\beta\alpha} a_\alpha \, , \qquad (22)$$

$(\hat{I}^{-1})_{\beta\alpha}$ — элементы матрицы, обратной исходной

$$I_{\beta\beta'} = \langle\varphi_\beta| \hat{I} |\varphi_{\beta'}\rangle \, . \qquad (23)$$

Соотношения (20)–(23) дают решение исходной системы кинетических уравнений (8).

2. Эффективный коэффициент теплопроводности

Плотность потока тепла Q_z, обусловленная тепловыми возбуждениями первого и второго типов, дается выражением

$$Q_z = \sum_{j=1}^{2} \int \varepsilon_j v_{jz} f_j \, d\Gamma_j \ . \tag{24}$$

Используя определение (11) и соотношения (2)–(4), выражение (24) можно записать в виде

$$Q_z = \langle \varepsilon v_z | g \rangle \ . \tag{25}$$

Эффективный коэффициент теплопроводности определяется равенством

$$Q_z = -\kappa_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z} \ . \tag{26}$$

Из соотношений (20), (22), (25) и (26) имеем

$$\kappa_{\text{eff}} = -\frac{1}{T} \sum_{\alpha,\alpha'=1}^{4} a_\alpha (\hat{I}^{-1})_{\alpha\alpha'} a_{\alpha'} \ . \tag{27}$$

Задача свелась к вычислению элементов матрицы, обратной (23). При $\beta, \beta' = 1, 2$ из выражений (9), (12), (19), (23) получим

$$I_{11} = -\frac{\rho_1}{\rho} \tau_{13}^{-1} - \frac{\rho_2}{\rho} \tau_{23}^{-1} \ ;$$
$$I_{12} = I_{21} = -\frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{\rho} \left(\tau_{13}^{-1} - \tau_{23}^{-1} \right) \tag{28}$$

$$I_{22} = -\left(\frac{\rho_2}{\rho} \tau_{13}^{-1} + \frac{\rho_1}{\rho} \tau_{23}^{-1} + \tau_{12}^{-1} + \tau_{21}^{-1} \right) \equiv -\tau_\kappa^{-1} \ , \tag{29}$$

где

$$\tau_{i3}^{-1} = -\rho_i^{-1} \, {}_1\langle p_{iz} | \hat{J}_{i3} | p_{iz} \rangle_1 \tag{30}$$

— частота столкновений тепловых возбуждений i-го типа ($i = 1, 2$) с рассеивателями, а

$$\tau_{ij}^{-1} = -\rho_i^{-1} \, {}_1\langle p_{iz} | \hat{J}_{ij} | p_{iz} \rangle_1 \tag{31}$$

— частота столкновений i-го теплового возбуждения с j-м ($i, j = 1, 2$ при $i \neq j$). Из закона сохранения импульса (18) и определений (6), (11), (31) следует

$$\tau_{12}^{-1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \tau_{21}^{-1} \ . \tag{32}$$

В τ-приближении, когда операторы $\hat{J}_{12}$, $\hat{J}_{21}$, $\hat{J}_{13}$, $\hat{J}_{23}$ заменяются соответствующими числами, в выбранном базисе ортогональных векторов имеем

$$I_{\alpha\beta} = I_{\beta\alpha} = 0 \text{ при } \alpha = 1, 2 \text{ и } \beta > 2 \ . \tag{33}$$

Соотношение (33) является удовлетворительной аппроксимацией при слабой зависимости от импульса плотности вероятности перехода. В этом случае коэффициент эффективной теплопроводности (27) можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\kappa_{\text{eff}} = \kappa_{F,D} + \kappa_{1,2} \ , \tag{34}$$

где

$$\kappa_{F,D} = -\frac{1}{T} \sum_{\alpha,\alpha'=1}^{2} a_\alpha (\hat{I}^{-1})_{\alpha\alpha'} a_{\alpha'} \tag{35}$$

— коэффициент теплопроводности, обусловленный, как будет показано ниже, потоком и диффузией квазичастиц, а

$$\kappa_{1,2} = -\frac{1}{T} \sum_{\alpha,\alpha'=3}^{4} a_\alpha (\hat{I}^{-1})_{\alpha\alpha'} a_{\alpha'} \tag{36}$$

— сумма парциальных теплопроводностей тепловых возбуждений первого и второго типов.

Из соотношения (35) с учетом (33) получим

$$\kappa_{F,D} = -\frac{1}{T} \frac{a_1^2 I_{22} - 2 a_1 a_2 I_{12} + a_2^2 I_{11}}{I_{11} I_{22} - I_{12}^2} \ . \tag{37}$$

В выражении (37) выделим потоковую часть κ_F, которая стремится к бесконечности, когда частоты столкновений тепловых возбуждений с рассеивателями τ_{13}^{-1} и τ_{23}^{-1} стремятся к нулю:

$$\kappa_{F,D} = \kappa_F + \kappa_D \ , \tag{38}$$

где

$$\kappa_F = -\frac{(a_1 I_{22} - a_2 I_{12})^2}{T I_{22} (I_{11} I_{22} - I_{12}^2)} \ ; \ \kappa_D = -\frac{a_2^2}{T I_{22}} \ . \tag{39}$$

Подставляя (28), (29) в (39), получаем потоковый коэффициент теплопроводности

$$\kappa_F = \frac{S^2 T}{\rho} \Lambda_\tau \tau_\kappa \tag{40}$$

и диффузионный коэффициент теплопроводности

$$\kappa_D = \frac{1}{T} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho} \left(\frac{S_1 T}{\rho_1} - \frac{S_2 T}{\rho_2} \right)^2 \tau_\kappa \ . \tag{41}$$

Здесь τ_κ дается соотношением (29), а

$$A_\tau = \left(\frac{S_1}{S}\tau_{23}^{-1} + \frac{S_2}{S}\tau_{13}^{-1} + \tau_{12}^{-1} + \tau_{21}^{-1}\right)^2 \times$$

$$\times \left(\tau_{13}^{-1}\tau_{23}^{-1} + \tau_{12}^{-1}\tau_{23}^{-1} + \tau_{21}^{-1}\tau_{13}^{-1}\right)^{-1}.$$

Явное выражение для $\kappa_{1,2}$ нетрудно получить, если при обращении матрицы $I_{\beta\beta'}$ ограничимся только векторами (12) и (14). Тогда из равенства (36) с учетом (33) имеем

$$\kappa_{1,2} = \kappa_1 + \kappa_2 \ . \tag{42}$$

Здесь

$$\kappa_i = \widetilde{\kappa}_i \frac{1 + \sqrt{\widetilde{\kappa}_j \widetilde{\kappa}_i^{-1}\tau_1\tau_2}\ I_{34}}{1 - \tau_1\tau_2 I_{34}^2} \tag{43}$$

— парциальная теплопроводность квазичастиц i-го типа $i, j = 1, 2;\ i \neq j$;

$$\widetilde{\kappa}_i = {}_1\langle\varphi_{\kappa i}\,|\varphi_{\kappa i}\rangle_1\,\tau_i \tag{44}$$

— диагональная часть парциальной теплопроводности;

$$-\tau_i^{-1} = I_{i+2,i+2} =$$

$$= -\sum_{j=1}^{3} {}_1\langle\varphi_{\kappa i}\,|\varphi_{\kappa i}\rangle_1^{-1}\ {}_1\langle\varphi_{\kappa_i}\,|\hat{J}_{ij}\,|\varphi_{\kappa i}\rangle_1 \tag{45}$$

— сумма характерных для теплопроводности частот столкновений теплового возбуждения i с другими тепловыми возбуждениями и рассеивателями;

$$I_{34} = I_{43} =$$

$$= \left({}_1\langle\varphi_{\kappa 1}\,|\varphi_{\kappa 1}\rangle_1\ {}_1\langle\varphi_{\kappa 2}|\varphi_{\kappa 2}\rangle_1\right)^{-1/2}\ {}_1\langle\varphi_{\kappa 1}\,|\hat{J}_{12}|\varphi_{\kappa 2}\rangle_1 \tag{46}$$

— «недиагональная» частота столкновений тепловых возбуждений первого и второго типов между собой.

3. Потоковый, диффузионный и парциальные коэффициенты теплопроводности в предельных случаях

Согласно соотношениям (34), (38) и (43), эффективный коэффициент теплопроводности двухкомпонентной системы тепловых возбуждений при наличии рассеивателей можно записать в виде

$$\kappa_{\text{eff}} = \kappa_F + \kappa_D + \kappa_1 + \kappa_2 \ , \tag{47}$$

где потоковый коэффициент теплопроводности κ_F дается соотношением (40), диффузионный κ_D — (41), а парциальные κ_i $(i = 1, 2)$ — (43). Рассмотрим различные предельные случаи для каждого из приведенных в (47) слагаемых и обсудим их физический смысл.

Для однокомпонентного газа тепловых возбуждений ($S_2 = 0, \rho_2 = 0$) из выражения (40) следует

$$\kappa_F^{(1)} = \frac{S_1^2 T}{\rho_1}\tau_{13} \ . \tag{48}$$

Для фононов с линейным законом дисперсии

$$\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_{\text{ph}} = v_{\text{ph}} p \tag{49}$$

соотношение (48) дает хорошо известный результат:

$$\kappa_F^{(\text{ph})} = \frac{1}{3} C_{\text{ph}} v_{\text{ph}}^2 \tau_{\text{ph}3} \ , \tag{50}$$

где $C_{\text{ph}} = 3S_{\text{ph}}$ — теплоемкость фононного газа. Выражение (50) обычно получается по аналогии с моделью газа Лоренца. При этом газом легких частиц считаются фононы, а тяжелых — неподвижные рассеиватели, которыми могут быть границы образца, дефекты, примеси и т.д.

Результат (40) обобщает выражение (50) на случай двухкомпонентной взаимодействующей системы квазичастиц с произвольным законом дисперсии и дает часть коэффициента теплопроводности, обусловленную не диссипацией, а потоком тепловых возбуждений. Последний стремится к бесконечности, когда частоты столкновений тепловых возбуждений с рассеивателями τ_{13}^{-1} и τ_{23}^{-1} стремятся к нулю. Такая ситуация соответствует известному факту о невозможности создания стационарного градиента температуры в газе тепловых возбуждений в отсутствие рассеивателей, которые ограничивают конвективное движение квазичастиц.

Согласно результатам работы [7], соотношение (41) дает коэффициент теплопроводности, обусловленный диффузией в газе квазичастиц. Для κ_D характерны все особенности диффузионного движения. В частности, равенство нулю полного импульса двухкомпонентной системы квазичастиц. При этом полный поток энергии оказывается отличным от нуля за счет разных законов дисперсий тепловых возбуждений первого и второго типов. Выражение, стоящее в скобках правой части равенства (41), является разностью квадратов характерных скоростей тепловых возбуждений, которая обращается в нуль при одинаковых законах дисперсии. Множитель $\rho_1\rho_2$ в (41) обеспечивает от-

сутствие диффузионного потока тепла в однокомпонентной системе тепловых возбуждений.

Соотношения (40) и (41) существенно упрощаются в предельных случаях быстрого и медленного установления равновесия между тепловыми возбуждениями первого и второго типов. Так, при $\tau_{12} \to 0$ из соотношения (40) получаем

$$\kappa_F\big|_{\tau_{12}\to 0} = \frac{S^2T}{\rho}\left(\frac{\rho_1}{\rho}\tau_{13}^{-1} + \frac{\rho_2}{\rho}\tau_{23}^{-1}\right)^{-1}. \quad (51)$$

В этом случае, согласно (51), коэффициент потоковой теплопроводности не зависит от взаимодействия между тепловыми возбуждениями и определяется суммой частот (с весовыми множителями ρ_i/ρ) столкновений тепловых возбуждений с рассеивателями.

В отличие от (51) коэффициент κ_D при $\tau_{12} \to 0$, как и всякий диффузионный процесс, определяется минимальным временем релаксации и, согласно (41), равен

$$\kappa_D\big|_{\tau_{12}\to 0} = \frac{\rho_1\rho_2^2}{\rho^2 T}\left(\frac{S_1T}{\rho_1} - \frac{S_2T}{\rho_2}\right)^2\tau_{12}. \quad (52)$$

В пределе $\tau_{12} \to \infty$, когда взаимодействие между тепловыми возбуждениями разного типа отсутствует, из (40) и (41) соответственно получаем

$$\kappa_F\big|_{\tau_{12}\to\infty} = \frac{S^2T}{\rho}\left(\frac{S_1}{S}\tau_{13} + \frac{S_2}{S}\tau_{23}\right)^2\left(\frac{\rho_1}{\rho}\tau_{13} + \frac{\rho_2}{\rho}\tau_{23}\right)^{-1}, \quad (53)$$

$$\kappa_D\big|_{\tau_{12}\to\infty} = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho T}\left(\frac{S_1T}{\rho_1} - \frac{S_2T}{\rho_2}\right)^2\left(\frac{\rho_1}{\rho}\tau_{13}^{-1} + \frac{\rho_2}{\rho}\tau_{23}^{-1}\right)^{-1}. \quad (54)$$

В этом случае потоковая и диффузионная теплопроводности имеют одинаковую природу, поскольку определяются только столкновениями с рассеивателями. В связи с этим рассмотрим коэффициент теплопроводности (33), который равен сумме выражений (53) и (54):

$$\kappa_{F,D}\big|_{\tau_{12}\to\infty} = \frac{S_1^2T}{\rho_1}\tau_{13} + \frac{S_2^2T}{\rho_2}\tau_{23} = \kappa_F^{(1)} + \kappa_F^{(2)}. \quad (55)$$

В итоге соотношение (47) с учетом (55) и (42) можно записать в виде

$$\kappa_{\text{eff}}\big|_{\tau_{12}\to\infty} = \kappa_{\text{eff}}^{(1)} + \kappa_{\text{eff}}^{(2)}, \quad (56)$$

где

$$\kappa_{\text{eff}}^{(i)} = \kappa_F^{(i)} + \kappa_i\big|_{\tau_{12}\to\infty} \quad (57)$$

— эффективный коэффициент теплопроводности, обусловленный однокомпонентным газом тепловых возбуждений i при наличии рассеивателей. Выражения (55) и (56) имеют простой физический смысл, когда взаимодействие между тепловыми возбуждениями разного типа отсутствует, поток тепла (26) равен сумме двух независимых потоков за счет тепловых возбуждений соответственно первого и второго типов.

При $\tau_{13} \to \infty$ и конечных значениях τ_{23} и τ_{12}, согласно (40) и (41), потоковая часть коэффициента теплопроводности

$$\kappa_F\big|_{\tau_{13}\to\infty} = \frac{S^2T}{\rho}\left(\frac{S_1}{S}\tau_{12} + \frac{\rho}{\rho_2}\tau_{23}\right)^2\left(\frac{\rho_1}{\rho}\tau_{12} + \frac{\rho}{\rho_2}\tau_{23}\right)^{-1} \quad (58)$$

определяется суммой времен с соответствующими весовыми множителями, а

$$\kappa_D\big|_{\tau_{13}\to\infty} = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho T}\left(\frac{S_1T}{\rho_1} - \frac{S_2T}{\rho_2}\right)^2\left(\frac{\rho}{\rho_2}\tau_{12}^{-1} + \frac{\rho_1}{\rho}\tau_{23}^{-1}\right)^{-1} \quad (59)$$

— суммой частот. При этом

$$\kappa_{F,D}\big|_{\tau_{13}\to\infty} = \frac{S_1^2T}{\rho_1}\tau_{12} + \frac{S^2T}{\rho_2}\tau_{23}. \quad (60)$$

Если $\tau_{13} = \tau_{23}$, то, согласно (40),

$$\kappa_F\big|_{\tau_{13}=\tau_{23}} = \frac{S^2T}{\rho}\tau_{13} \quad (61)$$

и двухкомпонентная система квазичастиц за счет потока переносит тепло как однокомпонентная. Для диффузионного коэффициента теплопроводности из (41) тогда имеем

$$\kappa_D\big|_{\tau_{13}=\tau_{23}} = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho T}\left(\frac{S_1T}{\rho_1} - \frac{S_2T}{\rho_2}\right)^2\left(\tau_{13}^{-1} + \frac{\rho}{\rho_2}\tau_{12}^{-1}\right)^{-1}. \quad (62)$$

В выражении (43) для парциальной теплопроводности в приближении Кихары [5] следует оставить только диагональные элементы матрицы (23) и считать $I_{34} = 0$. В этом случае парциальная теплопроводность дается соотношением (44), которое является общей записью результатов, приводимых в литературе для парциальных теплопроводностей квазичастиц с различными законами дисперсий.

Как известно, парциальная теплопроводность дает вклад в диссипативный коэффициент теплопроводности, который входит в уравнение гидродинамики, в то время как потоковая часть κ_F (40) определяет конвективную теплопроводность. Что же касается коэффициента диффузионной теплопроводности (41), то κ_D может давать вклад как в конвективную, так и в диссипативную части. Так, когда тепловые возбуждения разного типа не взаимодействуют, κ_D, как это следует из (55), входит в конвективную теплопроводность, а в сверхтекучих растворах изотопов гелия, где рассеивателем является подвижный газ примесных возбуждений (примесоны), согласно [7,8], κ_D определяет коэффициент диссипативной теплопроводности.

Подробнее этот вопрос обсуждается в последнем разделе настоящей статьи, где рассмотрены конкретные квазичастичные системы.

4. Тепловые возбуждения с линейным и квадратичным законами дисперсии

В твердых телах газом тепловых возбуждений могут быть продольные (l) и поперечные (t) фононы с линейным законом дисперсии:

$$\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_l = v_l p\,; \quad \varepsilon_2 \equiv \varepsilon_t = v_t p\,. \tag{63}$$

Здесь в целях упрощения будем считать поперечные фононы с разной поляризацией единым газом.

При линейном законе дисперсии, согласно (15),

$$\varphi_{\kappa 1} \equiv \varphi_{\kappa l} = 0\,; \quad \varphi_{\kappa 2} \equiv \varphi_{\kappa t} = 0\,.$$

Из соотношений (42)–(44) получим

$$\kappa_l = 0\,, \quad \kappa_t = 0\,. \tag{64}$$

В итоге эффективный коэффициент теплопроводности (47) двухкомпонентного фононного газа содержит только сумму потокового κ_F и диффузионного κ_D коэффициентов:

$$\kappa_{\text{eff}} = \kappa_F + \kappa_D\,. \tag{65}$$

Для однокомпонентного ($\varphi_2 = 0$, $S_2 = 0$) газа фононов, согласно (41), $\kappa_D = 0$, а (40) дает известный результат (50). Для двухкомпонентного газа продольных и поперечных фононов из (40) получаем потоковый коэффициент теплопроводности

$$\kappa_F = \frac{1}{3} C_V v_t^2 \frac{1+\zeta^3}{1+\zeta^5} A_\tau \tau_\kappa\,, \tag{66}$$

а из (41) — диффузионный коэффициент теплопроводности

$$\kappa_D = \frac{1}{3} C_V v_t^2 \frac{\zeta(1-\zeta^2)^2}{(1+\zeta^3)(1+\zeta^5)} \tau_\kappa\,. \tag{67}$$

Здесь $C_V = C_l + C_t$ — суммарная теплоемкость фононного газа, $\zeta = v_t/v_l$,

$$A_\tau = \frac{\left\{\tau_{l3}^{-1} + \tau_{t3}^{-1}\zeta^3 + \tau_{lt}^{-1}(1+\zeta^5)(1+\zeta^3)\right\}^2}{\left\{\tau_{l3}^{-1}\tau_{t3}^{-1} + \tau_{lt}^{-1}(\tau_{t3}^{-1} + \zeta^5\tau_{l3}^{-1})\right\}(1+\zeta^3)^2}\,, \tag{68}$$

индекс «3» относится к рассеивателям,

$$\tau_\kappa = \left(1+\zeta^5\right)\left\{\tau_{l3}^{-1} + \tau_{t3}^{-1}\zeta^5 + \tau_{lt}^{-1}\left(1+\zeta^5\right)^2\right\}^{-1}. \tag{69}$$

Уместно заметить, что времена взаимодействия необходимо уточнять, если определяющие их выражения (30), (31) содержат неинтегрируемые функции. Возникающая при этом расходимость, как правило, имеет природу особенностей длинноволновых продольных фононов Померанчука [9]. В этом случае существует ряд способов устранения расходимостей [10–14].

При $\zeta \le 1/\sqrt{2}$ вклад κ_D в эффективную теплопроводность определяется конкуренцией множителей в произведении $\zeta(1-\zeta^2)^2$, которое максимально, когда $\zeta = 1/\sqrt{5}$. Если $\zeta \to 0$, из выражений (47), (66) и (67) имеем

$$\kappa_{\text{eff}}\big|_{\zeta\to 0} = \kappa_F\big|_{\zeta\to 0} + \kappa_D\big|_{\zeta\to 0}\,, \tag{70}$$

где

$$\kappa_F\big|_{\zeta\to 0} = \frac{1}{3} C_l v_t^2 \tau_{l3}\,; \qquad \kappa_D\big|_{\zeta\to 0} = \frac{1}{3} C_l v_l^2 \left(\tau_{l3}^{-1} + \tau_{lt}^{-1}\right)^{-1}. \tag{71}$$

Согласно (70), (71), в этом пределе вклад в эффективную теплопроводность продольных и поперечных фононов имеет аддитивный характер.

Аналогичный результат получается в случае, когда взаимодействием между продольными и по-

перечными фононами можно пренебречь. Тогда из (55) и (56) имеем

$$\kappa_{\text{eff}}\big|_{\tau_{lt}\to\infty} = \frac{1}{3} C_l v_l^2 \tau_{l3} + \frac{1}{3} C_t v_t^2 \tau_{t3} \ . \qquad (72)$$

Подчеркнем, что аналогичными являются только суммы (70) и (72), в то время как слагаемые $\kappa_F|_{\zeta\to 0}$ и $\kappa_D|_{\zeta\to 0}$ существенно отличаются от $\kappa_F|_{\tau_{lt}\to\infty}$ и $\kappa_D|_{\tau_{lt}\to\infty}$. Это следует из сопоставления (71) с (53) и (54).

Аддитивный коэффициент теплопроводности, обусловленный продольными и поперечными фононами, был получен в ряде работ (см., например, [15,16]) за счет того, что в кинетических уравнениях опускались недиагональные слагаемые. Законность такой процедуры обсуждалась, в частности, в [17]. Такое приближение фактически сводится к тому, что в правых частях уравнений исходной системы (5) опускаются последние слагаемые. В итоге оба кинетические уравнения оказываются независимыми, и полный поток тепла (24) равен сумме потоков за счет продольных и поперечных фононов.

При $\tau_{lt} \to 0$, когда равновесие между продольными и поперечными фононами наступает быстро, соотношения (51) и (52) дают

$$\kappa_F\big|_{\tau_{lt}\to 0} = \frac{1}{3} C_V v_t^2 \left(1 + \zeta^3\right) \left(\tau_{l3}^{-1}\zeta^5 + \tau_{t3}^{-1}\right)^{-1}, \qquad (73)$$

$$\kappa_D\big|_{\tau_{lt}\to 0} = \frac{1}{3} C_V v_t^2 \frac{\zeta(1-\zeta^2)^2}{(1+\zeta^3)(1+\zeta^5)^2} \tau_{lt} \ . \qquad (74)$$

Из последнего выражения можно получить формулу, приведенную в [6]. Результат работы [18] в пределе быстрого установления равновесия в фононной системе сводится к соотношению (73). Кроме того, следует отметить, что результат работы [18] (см. также [19,20]) в обратном предельном случае отсутствия равновесия внутри фононной системы совпадает с (72). Однако в общем случае приведенный в [18] результат отличается от (65)–(67), что вызвано издержками τ-приближения, используемого в [18]. При этом в [18] отсутствовало разделение κ_{eff} на потоковый и диффузионный коэффициенты теплопроводности и не проводилось обсуждение физического смысла полученного результата.

Численные оценки выражений (66) и (67) показывают, что вклад κ_D в эффективную теплопроводность двухкомпонентной фононной системы, как правило, меньше вклада κ_F. Однако диссипативная теплопроводность, входящая в уравнение фононной гидродинамики, определяется в силу (64) только κ_D. Поэтому следует говорить о малом вкладе κ_D в потоковую часть коэффициента теплопроводности, которая в основном определяется κ_F. Между тем в этом случае учет κ_D позволяет получить правильное аналитическое аддитивное выражение (72), имеющее наглядный физический смысл. Не говоря уже о ситуации (74), где κ_D — единственный диссипативный коэффициент теплопроводности двухкомпонентной фононной системы. Из сказанного вытекает, что κ_D играет важную роль для квазичастиц с линейным законом дисперсии.

В изотропном ферромагнетике двухкомпонентным газом тепловых возбуждений могут быть фононы (ph) с линейным законом дисперсии (49) и магноны (s) с квадратичным законом дисперсии

$$\varepsilon_s = \Delta_s + \Theta_c (ap)^2 \ , \qquad (75)$$

где Δ_s — энергия активации магнонов; a — постоянная решетки; Θ_c — характерная температура, близкая к температуре Кюри.

Эффективный коэффициент теплопроводности фонон-магнонной системы определяется выражением

$$\kappa_{\text{eff}} = \kappa_F + \kappa_D + \kappa_s \ . \qquad (76)$$

Здесь потоковый, диффузионный и парциальный коэффициенты теплопроводности даются соответственно соотношениями (40, (41) и (44), в которых следует индекс «1» заменить на ph, а «2» — на s. В итоге имеем

$$\kappa_F = \frac{(S_{\text{ph}} + S_s)^2 T}{\rho_{\text{ph}} + \rho_s} A_\tau \tau_\kappa \ , \qquad (77)$$

$$\kappa_D = \frac{\rho_{\text{ph}}\rho_s}{\rho_{\text{ph}} + \rho_s} \frac{1}{T} \left(v_{\text{ph}}^2 - 2a^2\Theta_c\Delta_s\right)^2 \tau_\kappa \ , \qquad (78)$$

$$\kappa_s = 5T\Theta_c a^2 n_s \tau_s \ , \qquad (79)$$

где

$$n_s = \int f_s \, d\Gamma \qquad (80)$$

— число магнонов в единице объема. Плотность и энтропия, содержащиеся в (77), (78), находятся по общим формулам (13) и (16), которые дают известные выражения (см., например, [21]).

Из соотношения (79) можно получить результат работы [6]. При быстром установлении равнове-

сия между фононной и магнонной системами из выражения (51) можно получить формулу, приведенную в [1,2,6], где система кинетических уравнений (1) решалась в нулевом приближении по малому τ_{phs}. Коэффициент диффузионной теплопроводности в [1,2,6] не был получен, поскольку, согласно (52), он содержит малое τ_{phs}.

Квазичастицами сверхтекучих растворов ^{3}He–^{4}He, как известно [22], являются фононы (ph) с линейным законом дисперсии, ротоны (r) с энергией

$$\varepsilon_r = \Delta_r + \frac{(p - p_r)^2}{2\mu} \qquad (81)$$

и примесоны (d) (примесные возбуждения, обусловленные атомами ^{3}He в растворе), у которых закон дисперсии

$$\varepsilon_d = \Delta_d + \frac{p^2}{2m_d}\ , \qquad (82)$$

где Δ_r, p_r, μ и Δ_d, m_d — параметры соответственно ротонного и примесонного спектров.

Здесь рассеивателями являются подвижные примесоны, которые, в отличие от неподвижных рассеивателей твердого тела, имеют парциальный коэффициент теплопроводности. Для эффективного коэффициента теплопроводности раствора имеем

$$\kappa_{\text{eff}} = \kappa_r + \kappa_d + \kappa_D + \kappa_F\ . \qquad (83)$$

Здесь парциальные ротонная κ_r и примесонная κ_d теплопроводности вычисляются исходя из соотношения (44), а κ_D и κ_F даются соответственно выражениями (41) и (40), в которых следует считать $1 \to \text{ph}$, $2 \to r$, $3 \to d$. Полученные таким образом явные выражения для κ_r, κ_d и κ_D приведены в работах [4,7]. В последней подробно обсуждается физический смысл коэффициента κ_D.

В (83) сумма первых трех слагаемых дает диссипативный коэффициент теплопроводности κ, который входит в феноменологические уравнения гидродинамики [23] сверхтекучих растворов ^{3}He–^{4}He. Таким образом, при подвижных рассеивателях (примесонах) κ_D вносит вклад только в диссипативную теплопроводность раствора, который здесь в широкой области температур и концентраций оказывается определяющим.

Подвижность примесонов и требование равенства нулю их полного потока в стационарных условиях позволяет записать потоковый коэффициент теплопроводности (40), обусловленный движением фононов и ротонов сквозь газ примесонов, в терминах диссипативных коэффициентов примесонов. Для этого следует воспользоваться формулами для коэффициентов диффузии D и термодиффузии Dk_T из [8]. В итоге (83) можно представить в виде

$$\kappa_{\text{eff}} = \kappa + \frac{D}{n_3}\left\{\left(S_t + n_3\right) - \frac{n_3}{c}\,k_T\right\}^2, \qquad (84)$$

где $\kappa = \kappa_r + \kappa_d + \kappa_D$ — диссипативный коэффициент теплопроводности; $S_t = S_{\text{ph}} + S_r$ — энтропия газа тепловых возбуждений; n_3 — число примесонов в единице объема раствора; c — весовая концентрация раствора.

Соотношение (84) было получено в [23] с помощью феноменологических уравнений гидродинамики и являлось исходным при определении коэффициента диффузии из результатов экспериментов в [24,25], где в стационарных условиях измерялась разность температуры, возникающая в растворе при пропускании известного теплового потока.

В области температур $T \geq 0{,}7$ K, когда $\rho_r >> \rho_{\text{ph}}$, соотношения (40), (41) позволяют привести (83) к виду

$$\kappa_{\text{eff}} = \kappa_r + \kappa_d + \frac{S_r^2 T}{\rho_r}\,\tau_{rd} + \frac{S_{\text{ph}}^2 T}{\rho_{\text{ph}}}\left(\tau_{\text{ph}r}^{-1} + \tau_{\text{ph}d}^{-1}\right)^{-1}. \qquad (85)$$

Запись (85) удобна для сравнения с экспериментом и выделения вкладов различных процессов.

Заключение

Вычислен эффективный коэффициент теплопроводности κ_{eff}, обусловленный двухкомпонентным газом тепловых возбуждений с произвольным законом дисперсии. Показано, что κ_{eff} можно представить в виде суммы (47) потокового κ_F (40), диффузионного κ_D (41) и парциальных κ_i (42) коэффициентов теплопроводности.

Исходя из общих выражений (40) и (41) рассмотрены предельные случаи быстрого (51), (52) и медленного (53)–(56) установления равновесия между тепловыми возбуждениями разных типов; отсутствия взаимодействия тепловых возбуждений первого типа с рассеивателями (58)–(60); одинаковых частот столкновений тепловых возбуждений с рассеивателями (61), (62).

Из общих выражений (40)–(42) получены коэффициенты эффективной теплопроводности различных сплошных сред, квазичастицами которых являются продольные и поперечные фононы (64)–(67),

фононы и магноны (77)–(79), фононы и ротоны (83)–(85). Для указанных систем рассмотрены различные предельные случаи, что позволило уточнить области применимости результатов, приведенных в литературе.

Показано, что в отличие от конвективной κ_F и диссипативной κ_i частей коэффициента теплопроводности диффузионный коэффициент κ_D может давать вклад как в конвективную (55), так и в диссипативную (74), (83) части.

1. В. М. Могилевский, А. Ф. Чудновский, *Теплопроводность полупроводников*, Наука, Москва (1972).
2. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
3. Б. Т. Гейликман, *Исследования по физике низких температур*, Атомиздат, Москва (1979).
4. И. Н. Адаменко, К. Э. Немченко, В. И. Цыганок, *ЖЭТФ* **96**, 1286 (1988).
5. Дж. Ферцигер, Г. Капер, *Математическая теория процессов переноса в газах*, Мир, Москва (1976).
6. А. И. Ахиезер, В. Ф. Алексин, В. Д. Ходусов, *ФНТ* **21**, 3 (1995).
7. И. Н. Адаменко, К. Э. Немченко, *ФНТ* **21**, 498 (1995).
8. I. N. Adamenko, K. E. Nemchenko, and V. I. Tsyganok, *J. Low Temp. Phys.* **81**, 233 (1990).
9. И. Я. Померанчук, *ЖЭТФ* **12**, 419 (1942).
10. J. Callaway, *Phys. Rev.* **113**, 1046 (1959).
11. H. J. Maris, *Philos. Mag.* **9**, 901 (1964).
12. S. Simons, *Proc. Roy. Soc.* **84**, 749 (1964).
13. R. A. Guyer and J. A. Krumhansl, *Phys. Rev.* **148**, 766 (1966).
14. И. Н. Адаменко, В. И. Цыганок, *ЖЭТФ* **87**, 865 (1984).
15. M. C. Holland, *Phys. Rev.* **132**, 2461 (1963).
16. C. M. Bhandari and G. S. Verma, *Phys. Rev.* **6A**, A2101 (1965).
17. Б. Т. Гейликман, *ФНТ* **2**, 350 (1976).
18. J. E. Parrot, *Phys. Status Solidi* **B48**, K159 (1977).
19. K. C. Sood and M. K. Roy, *J. Phys.: Condens. Mat.* **5**, 301 (1993).
20. K. C. Sood and M. K. Roy, *J. Phys.: Condens. Mat.* **5**, L245 (1993).
21. А. И. Ахиезер, В. Ф. Алексин, В. Д. Ходусов, *ФНТ* **20**, 199 (1994).
22. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, *ДАН СССР* **59**, 669 (1948).
23. И. М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, Москва (1971).
24. Т. П. Птуха, *ЖЭТФ* **40**, 1583 (1961).
25. J. Tuttle, F. Zhong, and H. Meyer, *J. Low Temp. Phys.* **82**, 15 (1991).

Thermal conductivity caused by two-component gas of thermal excitations

I. N. Adamenko and K. E. Nemchenko

The effective coefficient of thermal conductivity of condensed matter containing two-component gas of thermal excitations and scattering centres was calculated. The result obtained is also true for any relations between interaction rates of different type thermal excitations and scattering centres. The effective coefficient of thermal conductivity is shown to involve not only the partial and flow terms but also the term associated with diffusion of the gas of thermal excitations. From the expressions obtained, which are valid at any dispersion laws, the effective coefficients of thermal conductivity due to thermal excitations of solids and quantum liquids (longitudinal and transverse phonons, phonons and magnons, phonons and rotons. Based on general relations, the limiting cased of setting up an equilibrium between thermal excitations of different types in a fast or slow manner have been considered for the above systems, that permits to refine the results given in literature and to define the field of their applications.