

# Рассеяние фононов на квантованных вихрях при квазиустойчивом ламинарном режиме течения сверхтекучего гелия

И.А. Гриценко, Т.А. Дубчак, К.А. Михайленко, С.С. Соколов, Г.А. Шешин

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: sheshin@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 8 февраля 2018 г., опубликована онлайн 27 июня 2018 г.

Проведены экспериментальные исследования коэффициента сопротивления квазиустойчивому ламинарному потоку сверхтекучего He II при колебаниях кварцевого камертона, погруженного в жидкость при температуре 140 мК. В результате анализа различных аддитивных вкладов в значение коэффициента сопротивления установлен вклад от процесса баллистического рассеяния фононов на квантованных вихрях сверхтекучего гелия при малых амплитудах колебаний ножек камертона, который при увеличении амплитуды этих колебаний и количества квантованных вихрей сменяется новым процессом. Показано, что наблюдаемые экспериментальные зависимости коэффициента сопротивления от скорости потока жидкости могут быть объяснены многократным рассеянием фононов, которое ранее в качестве диссипационного механизма не предлагалось. Построена зависимость эффективного сечения процесса многократного рассеяния фононов от скорости колебаний ножек камертона.

Проведено експериментальні дослідження коефіцієнта опору квазістійкому ламинарному потоку надплинного He II при коливаннях кварцевого камертона, зануреного в рідину при температурі 140 мК. У результаті аналізу різних адитивних внесків у значення коефіцієнта опору встановлено внесок від процесу балістичного розсіювання фононів на квантованих вихорах надплинного гелію при малих амплітудах коливань ніжок камертона, який при збільшенні амплітуди цих коливань та кількості квантованих вихорів переміняється новим процесом. Показано, що спостережені експериментальні залежності коефіцієнта опору від швидкості потоку рідини можуть бути пояснено багаторазовим розсіюванням фононів, що раніше в якості дисіпаційного механізму не пропонувалося. Побудовано залежність ефективного перетину процесу багаторазового розсіювання фононів від швидкості коливань ніжок камертона.

PACS: 67.25.dk Вихри и турбулентность;  
67.25.dg Транспорт, гидродинамика и сверхтекучесть;  
67.25.dm Двухжидкостная модель, феноменология.

Ключевые слова: кварцевый камертон, турбулентность в жидком гелии, рассеяние фононов на квантованных вихрях.

## 1. Введение

Процессы баллистического рассеяния тепловых возбуждений на квантованных вихрях в сверхтекучем He II исследовались теоретически как в случае рассеяния ротонов квантованными вихрями при температурах  $T > 0,9$  К [1,2], так и для рассеяния этими вихрями фононов [2,3]. При этом установлено, что сила взаимного трения  $F_{ns}$  между нормальной и сверхтекучей компонентами He II, которое обусловлено рассеянием

фононов на квантованных вихрях, пропорциональна  $v^3$  при  $T < 0,6$  К, где  $v$  — относительная скорость нормальной и сверхтекучей компонент, практически совпадающая со сверхтекучей скоростью ввиду почти полного отсутствия нормальной компоненты в указанном интервале температур. Важной характеристикой рассеяния теплового возбуждения на вихре является сечение этого рассеяния, которое определяется эффективным размером кора квантованного вихря ( $a$ ), который варьируется в пределах от  $5 \text{ \AA}$  до  $20 \text{ \AA}$ .

Одним из удобных способов исследования рассеяния тепловых возбуждений является изучение диссипативных процессов, обусловленных этим рассеянием. Такого рода исследования в последние годы проводятся с использованием новых разнообразных высокочувствительных методов, подробно описанных в [4]. К ним, прежде всего, относится методика колеблющегося тела, погруженного в сверхтекучую жидкость. В качестве колеблющегося тела применяются микросфера [5,6], сеточка [7,8], проволочка [9,10], а последние годы в основном кварцевый камертон [11,12], который имеет ряд преимуществ по сравнению с телами другой геометрической формы. Камертоны изготавливаются серийно, они достаточно прочны, их колебания имеют высокую добротность  $\sim 10^6$ . С помощью кварцевого камертона было исследовано вязкое трение при ламинарном режиме течения He II и показано, что в зависимости от частоты колебаний и размера тела реализуются два случая, если течение сверхтекучей жидкости описывается законами гидродинамики. В одном из них глубина проникновения вязкой волны  $\delta$  намного меньше характерного размера  $R$  колеблющегося тела ( $T > 1$  К). Во втором случае, напротив,  $\delta \geq R$ , что происходит при  $0,7$  К  $< T < 1$  К и частотах колебания камертона  $f$  менее 30 кГц. Эксперименты также проводились в условиях баллистического рассеяния тепловых возбуждений на колеблющихся ножках камертона при  $T < 0,6$  К, когда возможность гидродинамического описания движения жидкости отсутствует [13].

С увеличением амплитуды колебаний камертона происходит переход к турбулентному течению He II. Такой переход происходит по-разному в зависимости от температуры. Так, при  $T > 1$  К турбулентное течение характеризуется квадратичной зависимостью скорости течения  $v$  от прикладываемой силы  $F$  [14], а при  $T < 0,6$  К квадратичная зависимость меняется на кубическую [15].

В работе [16] исследовался так называемый квазиустойчивый ламинарный режим течения в He II, было показано, что диссипативные процессы в этом режиме, по-видимому, определяются силой взаимного трения, обусловленной рассеянием фононов на квантованных вихрях. Зависимость  $v(F)$  при квазиустойчивом ламинарном режиме течения можно описать с помощью уравнения Дуффинга для нелинейного осциллятора, причем нелинейные члены в этом уравнении приводят к кубической зависимости скорости колебания камертона, погруженного в He II, от прикладываемой силы.

Однако в целом диссипативные процессы при квазиустойчивом ламинарном режиме течения и при его трансформации в устойчивое турбулентное течение остаются к настоящему времени малоизученными.

Настоящая работа, которая является продолжением ранее начатых исследований [16], имеет целью детальное изучение процессов рассеяния тепловых возбуж-

дений на квантованных вихрях в сверхтекучем He II при квазиустойчивом ламинарном течении и при переходе к турбулентному режиму течения.

## 2. Первичные экспериментальные данные

Эксперименты проводились с использованием миниатюрного кварцевого камертона, любезно предоставленного нам лабораторией университета Ланкастера. Этот камертон использовали в работе [13] (камертон K28), его резонансная частота в вакууме 24983,72 Гц. Длина ножки камертона  $L$   $1,8 \cdot 10^{-3}$  м, толщина  $M$  и ширина  $N$  ножки были равны 75 и 90 мкм соответственно. Ячейка, методика и последовательность измерений были подробно описаны в работах [13,15–16].

Перед конденсацией He II в измерительную камеру проводили измерения амплитудно-частотных характеристик камертона в вакууме [16]. Наблюдается незначительная нелинейность колебаний камертона, а максимально измеренная скорость ножек колебаний составляла 0,4 м/с.

Экспериментальные данные о зависимости скорости колебания ножек камертона от прикладываемой силы были получены при температуре исследуемого He II 140 мК, ранее частично приведены в [15,16], и подробно показаны на рис. 1.

Как видно на рис. 1, квазиустойчивый ламинарный режим течения при  $v \geq 0,046$  м/с можно разделить на два участка, один из которых хорошо описывается нелинейным уравнением Дуффинга и соответствует за-

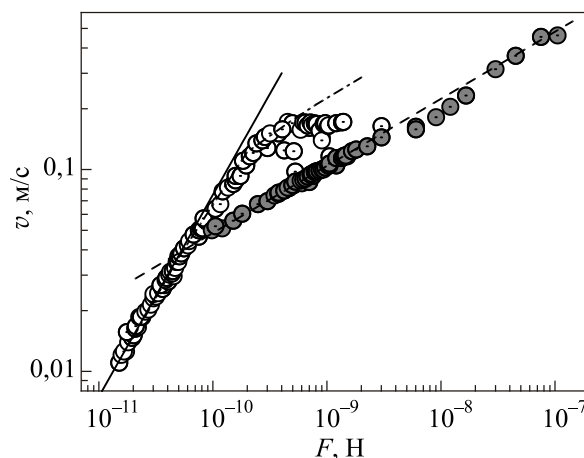


Рис. 1. Зависимости скорости колебания ножек камертона от прикладываемой силы при  $T = 140$  мК. Открытыми точками приведены данные, полученные при ламинарном режиме течения (сплошная линия) при  $v \leq 0,046$  м/с и квазиламинарном режиме течения при  $v \geq 0,046$ , начальный участок которого описан с помощью уравнения Дуффинга [17,18] (штрихпунктирная линия). Серые точки — развитие турбулентное течение, пунктирная линия — кубическая зависимость силы от скорости.

висимости  $F \sim v^3$  [16–18]. На втором участке имеется насыщение, при котором скорость колебаний остается почти постоянной (около 0,17 м/с) и не зависит от возбуждающей силы. Дальнейшее увеличение возбуждающей силы приводит к развитому турбулентному течению.

### 3. Результаты и обсуждение

Как и в работах [13,19], для выяснения роли различных механизмов диссипации при квазиустойчивом ламинарном течении использовался коэффициент сопротивления потоку, который определяется как  $\lambda = F/v$ . Этот коэффициент использовался и в настоящей работе. Полный коэффициент сопротивления, рассчитанный с помощью экспериментальных данных и приведенный на рис. 2, можно записать в виде суммы вкладов от различных механизмов диссипации:

$$\lambda = \lambda_q + \lambda_{ph} + \lambda_v, \quad (1)$$

где  $\lambda_q$  — вклад, связанный с диссипативным затуханием колебаний в самом камертоне и зависящий от упругих свойств его материала,  $\lambda_{ph} = \rho_n c S_0$  — коэффициент сопротивления, определяющийся баллистическим рассеянием фононов на колеблющихся ножках камертона ( $\rho_n$  — плотность нормальной компоненты He II,  $c$  — скорость первого звука и  $S_0 = M \cdot H$  — площадь сечения ножки камертона) [13,19],  $\lambda_v$  — коэффициент сопротивления, обусловленный рассеянием фононов на квантованных вихрях, т.е. плотностью рассеивающихся фононов, плотностью вихрей и эффективным сечением рассеяния. Значения  $\lambda_q$  и  $\lambda_{ph}$  не зависят от скорости колебаний, а  $\lambda_v$  в квазиустойчивом ламинарном режиме зависит от скорости колебаний по-разному при различных температурах в зависимости от механизма диссипации в гидродинамическом режиме и режиме баллистического рассеяния. Удобство ис-

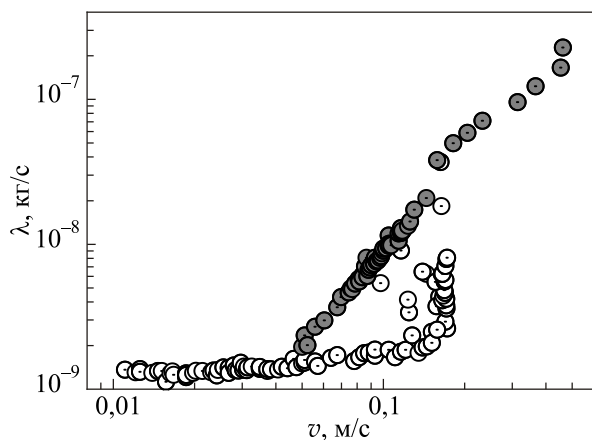


Рис. 2. Зависимость коэффициента сопротивления от скорости колебания камертона. Используемые обозначения те же, что на рис. 1.

пользования коэффициента сопротивления потоку заключается не только в том, что его величина определяется суммой вкладов различных механизмов диссипации, но и в том, что при температуре эксперимента мы находимся в условиях баллистического рассеяния, при котором диссипация энергии пропорциональна эффективному сечению рассеяния, тогда как среднее число тепловых возбуждений при заданной температуре фиксировано. Таким образом, сравнивая коэффициенты сопротивления потоку He II, относящиеся к разным диссипативным процессам, можно судить о величине эффективного сечения рассеяния, при котором этот процесс происходит, по сравнению с данными для процесса, где это сечение известно. Так, сравним  $\lambda_{ph}$  с  $\lambda_v$  при квазиустойчивом ламинарном режиме течения, найдя их отношение, которое будет равно отношению эффективных сечений рассеяния, откуда можно оценить эффективное сечение рассеяния, входящее в  $\lambda_v$ . Для этого используем выражение

$$S_{\text{eff}} = \left( \frac{\lambda - \lambda_q}{\lambda_{ph}} - 1 \right) S_0. \quad (2)$$

Данное выражение получено в предположении, что  $\lambda_v$  пропорционально числу фононов (которое, в свою очередь, пропорционально  $\rho_n$ ), а также их скорости  $c$ . Эффективное сечение рассеяния является с точностью до численного множителя суммарным эффективным сечением рассеяния отдельных квантованных вихрей, на которых рассеиваются фононы.

При малых амплитудах колебаний камертона плотность квантованных вихрей мала. Можно, тем не менее, ожидать, что акт рассеяния фонона на квантованном вихре произойдет хотя бы раз на длине свободного пробега теплового возбуждения. Но по мере роста плотности вихрей возникает ситуация, когда плотность вихрей велика настолько, что фононы будут рассеиваться на них многократно, и длина их пробега между актами рассеяния будет намного меньше длины свободного пробега для предела малой плотности вихрей. Для оценки возможности перехода между режимами рассеяния фононов с малой (баллистическое рассеяние) и большой (многократное рассеяние) плотностями вихрей сравним  $S_{\text{eff}}$  с максимально возможным сечением рассеяния в пределе малой плотности  $S_{\text{max}}$ , которое определяется характерными размерами емкости, в которой находится камертон,  $S_{\text{max}} \approx D \cdot L$ , где  $D$  — диаметр цилиндрической ячейки, а  $L$  — длина камертона. Можно считать, что переход между режимами рассеяния происходит в условиях, когда  $S_{\text{eff}}/S_{\text{max}} \sim 1$ . Отношение  $S_{\text{eff}}/S_{\text{max}}$  в зависимости от амплитуды скорости колебаний камертона приведено на рис. 3. Видно, что линия  $S_{\text{eff}}/S_{\text{max}} = 1$  пересекает экспериментальные данные для квазиламинарного режима течения (открытые точки) как раз в области скоростей,

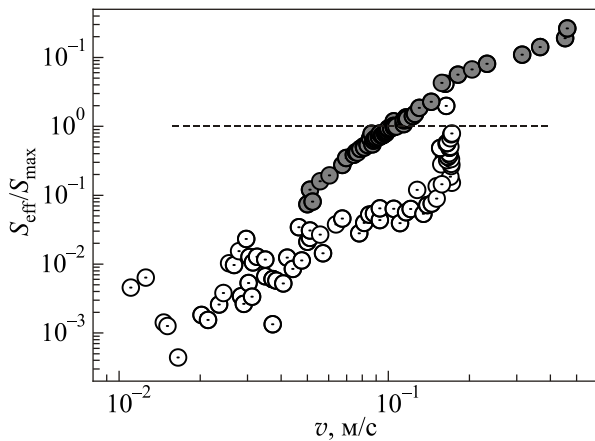


Рис. 3. Отношение эффективной площади сечения рассеяния к площади сечения емкости, в которой расположен камертон. Основные обозначения для экспериментальных данных те же, что и на предыдущих рисунках. Пунктирная линия соответствует условию  $(S_{\text{eff}}/S_{\text{max}}) = 1$ .

которые соответствуют участку насыщения на рис. 1. В реальных условиях эксперимента переход от баллистического режима рассеяния фононов на квантованных вихрях к многократному рассеянию может быть заметно «размыт» вследствие того, что процесс рассеяния носит вероятностный характер и, кроме того, плотность квантованных вихрей может быть распределена неравномерно, причем наибольшая плотность будет вблизи камертона.

Таким образом, область, где скорость перестает зависеть от прикладываемой силы (см. рис. 1) может относиться к диссипативному процессу, обусловленному многократным рассеянием фононов на квантованных вихрях.

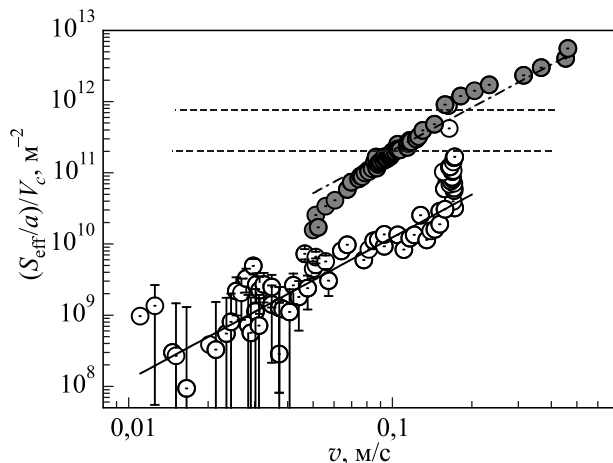


Рис. 4. Зависимость общей длины квантованных вихрей в единице объема от скорости колебаний камертона. Пунктирными линиями показаны расчеты для двух предельных значений размера кора квантованного вихря: верхняя линия для 5 Å и нижняя 20 Å. Используемые обозначения те же, что на рис. 1.

#### 4. Зависимость плотности квантованных вихрей от скорости колебаний

Используя полученные оценки для суммарной эффективной площади рассеяния тепловых возбуждений на квантованных вихрях, можно оценить общую длину вихрей в единице объема. Для этого воспользуемся теоретическими оценками, согласно которым, как уже отмечалось во Введении, эффективный размер кора вихря  $a$  варьируется от 5 до 20 Å [1–3]. Общую длину вихрей в единице объема можно записать в виде  $(S_{\text{eff}}/a)/V_{\text{He}}$ , где  $V_{\text{He}} = \pi D^2 L/4$  — объем исследуемого He II. Расчет зависимости общей длины квантованных вихрей в единице объема от скорости колебаний камертона приведен на рис. 4, где пунктирными линиями приведены два предельных случая расчета при размере кора квантованных вихрей 5 Å и 20 Å. Сплошная и штрихпунктирные линии на рисунке — аппроксимации данных по точкам для квазиустойчивого ламинарного и турбулентного режимов течения соответственно. Для обеих аппроксимаций использована зависимость  $(S_{\text{eff}}/a)/V_{\text{He}} = (v/\kappa)^2$ , где  $\kappa = 9 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  для квазиустойчивого ламинарного и  $\kappa = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  для турбулентного режима течения. Используемое выражение следует сравнить с полученным в работе Вайнена [20] в условиях баланса скорости образования и распада клубка вихрей, в котором роль  $\kappa$  играет квант циркуляции, равный  $0,98 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ , что для турбулентного режима примерно в два раза отличается от экспериментального значения  $\kappa$  (для квазиустойчивого ламинарного режима отличие по величине составляет примерно порядок). Резкий подъем данных, показанных на рис. 4 открытыми точками, может быть связан с резким увеличением плотности вихрей, обусловленным излучением вихревых колец. Следует также отметить, что приведенные оценки длины вихрей в единице объема по порядку величины совпадают с результатами, приведенными в работе [21]. Для объяснения различия экспериментальных и теоретических значений  $\kappa$  необходимы дальнейшие исследования.

#### 5. Заключение

Проанализирован вклад различных диссипативных процессов, сопровождающих квазиустойчивый ламинарный режим течения He II. На основании полученных экспериментальных зависимостей коэффициента сопротивления потоку от скорости течения сделан вывод, что при малых амплитудах колебаний камертона, погруженного в жидкость и возбуждающего ее потоки, диссипативные процессы определяются баллистическим рассеянием тепловых возбуждений на квантованных вихрях. При увеличении амплитуды колебаний, по всей видимости, происходит переход к многократному рассеянию фононов на вихрях. Сделаны оценки эффективного сечения при таком рассеянии. Заметим, что

ранее в качестве источника диссипации энергии потока He II многократное рассеяние фононов на квантованных вихрях не предлагалось.

Авторы выражают признательность лаборатории университета Ланкастера, любезно предоставившей миниатюрные кварцевые камертоны, используемые в наших экспериментах, а также Э.Я. Рудаковскому, К.Э. Немченко и А.С. Ковалеву за дискуссии в ходе выполнения работы и обсуждения ее результатов. Работа частично поддержана проектом научно-исследовательских работ молодых ученых НАН Украины № 2/Н-2017.

1. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *ЖЭТФ* **33**, 535 (1957) [*Sov. Phys. JETP* **6**, 418 (1958)].
2. Э.Б. Сонин, *ЖЭТФ* **69**, 921 (1975) [*Sov. Phys. JETP* **42**, 469 (1976)].
3. С.В. Иорданский, *ЖЭТФ* **49**, 225 (1965) [*Sov. Phys. JETP* **22**, 160 (1966)].
4. *Progress in Low Temperature Physics*, M. Tsubota and W.P. Halperin (eds.) (2009), vol. 16, p. 1.
5. J. Luzuriaga, *J. Low Temp. Phys.* **138**, 267 (1997).
6. M. Niemetz, H. Kerscher, and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* **124**, 163 (2001).
7. M.I. Morrell and M. Suhraoui, *J. Phys. E* **13**, 350 (1980).
8. H.A. Nichol, L. Skrbek, P.C. Hendry, and P.V.E. McClintock, *arXiv:cond-mat/0309245v2* [cond-mat.stat-mech] 21 Jan 2004.
9. S.N. Fisher, A.J. Hale, A.M. Guénault, and G.R. Pickett, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 244 (2001).
10. H. Yano, A. Handa, H. Nakagawa, K. Obara, O. Ishikawa, T. Hata, and M. Nakagawa, *J. Low Temp. Phys.* **138**, 561 (2005).
11. D.I. Bradley, M.J. Fear, S.N. Fisher, A.M. Guénault, R.P. Haley, C.R. Lawson, P.V.E. McClintock, G.R. Pickett, R. Schanen, V. Tsepelin, and L.A. Wheatland, *J. Low Temp. Phys.* **156**, 116 (2009).
12. I.R. Blaauwgeers, M. Blažková, M. Človečko, V.B. Eltsov, R. de Graaf, J. Hosio, M. Krusius, D. Schmoranzer, W. Schoepe, L. Skrbek, P. Skyba, R.E. Solntsev, and D.E. Zmeev, *J. Low Temp. Phys.* **146**, 537 (2007).
13. И.А. Гриценко, К.А. Клокол, С.С. Соколов, Г.А. Шешин, *ФНТ* **42**, 28 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 21 (2016)].
14. M. Blažková, D. Schmoranzer, and L. Skrbek, *Phys. Rev. E* **75**, 025302 R (2007).
15. И.А. Гриценко, К.А. Клокол, С.С. Соколов, Г.А. Шешин, *ФНТ* **42**, 215 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 163 (2016)].
16. И.А. Гриценко, Т.А. Дубчак, К.А. Михайленко, С.С. Соколов, Г.А. Шешин, *ФНТ* **44**, 46 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, 36 (2018)].

17. В.В. Астахов, С.А. Коблянский, А.В. Шабунин, *Осциллятор Дуффинга, Учебное пособие для студентов вузов*, Изд.-во Саратовского университета (2007) [http://chaos.sgu.ru/inno\\_project/2007/1283/OscDuff-Finish-vers.pdf](http://chaos.sgu.ru/inno_project/2007/1283/OscDuff-Finish-vers.pdf).
18. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1988).
19. M. Niemetz, H. Kerscher, and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* **135**, 447 (2004).
20. W.F. Vinen, *Proc. R. Soc. Lond. A* **242**, 493 (1957).
21. M.J. Jackson, O. Kolosov, D. Schmoranzer, L. Skrbek, V. Tsepelin, and A.J. Woods, *J. Low Temp. Phys.* **183**, 208 (2016).

### Scattering of phonons on quantized vortices under a quasi-stable laminar flow regime of superfluid helium

I.A. Grytsenko, T.A. Dubchak, K.A. Mikhailenko, S.S. Sokolov, and G.A. Sheshin

Experimental studies are carried out of the resistance coefficient in a quasi-stable laminar flow of superfluid He II under vibrations of a quartz tuning fork immersed in a liquid at a temperature of 140 mK. As a result of the analysis of various additive contributions to the value of the resistance coefficient, a contribution is established from the process of ballistic phonon scattering on quantized vortices of superfluid helium at small oscillation amplitudes of the tuning fork legs, which, with an increase in the amplitude of these oscillations and the number of quantized vortices, is replaced by a new process. It is shown that the observed experimental dependences of the resistance coefficient on the fluid flow velocity can be explained if this process consists in multiple phonon scattering, which was not previously proposed as a dissipation mechanism. The dependence of the effective cross section of the multiple scattering process on the velocity of oscillation of the tuning fork legs is constructed.

PACS: 67.25.dk Vortices and turbulence;  
 67.25.dg Transport, hydrodynamics, and superflow;  
 67.25.dm Two-fluid model; phenomenology.

Keywords: quartz tuning fork, turbulence in liquid helium, scattering of phonons by quantized vortices.