

Влияние структуры границ ферромагнитных кластеров в антиферромагнитной матрице на их магнитные свойства во внешнем поле

А.А. Кривчиков

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: kryvchikov@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 29 марта 2018 г., после переработки 9 января 2019 г., опубликована онлайн 26 марта 2019 г.

Исследована проблема влияния внешнего поля на магнитные моменты ферромагнитных кластеров, случайно расположенных в тонком цилиндре. Кластеры взаимодействуют между собой магнитодипольно. В случае достаточной пространственной анизотропии такая система может быть описана одномерной моделью Изинга со случайным обменом при наличии эффективного локального поля. Случайное эффективное поле, действующее на кластеры, отражает неоднородность границы раздела между кластерами и антиферромагнетиком. В полях, меньших поля насыщения, основное состояние такой модели представляет собой одномерную последовательность доменов различной длины. В отличие от одномерной модели Изинга в постоянном поле при наличии случайного эффективного поля наблюдается линейная зависимость намагниченности от внешнего поля в области малых полей. Среднее от случайного эффективного поля определяет величину обменного сдвига кривой намагниченности, а дисперсия случайного эффективного поля влияет на ее наклон. Результаты, полученные в рамках данной модели, позволяют, исходя из экспериментальных данных, качественно оценивать свойства границы между подсистемами.

Ключевые слова: случайное поле, одномерная модель Изинга, ферромагнитные кластеры, антиферромагнетик, обменное смещение, неупорядоченные системы.

Введение

В настоящей работе одномерная модель Изинга в случайном поле использована для описания системы ферромагнетик (ФМ)–антиферромагнетик (АФМ). В случае образца, представляющего систему ФМ–АФМ, могут наблюдаться явление обменного смещения намагниченности [1,2] и петли гистерезиса сложной формы [3–5]. Явление обменного смещения кривой намагниченности возникает как следствие взаимодействия магнитных моментов двух подсистем, близких к их границе раздела. Поэтому понимание того, что происходит на границе раздела, является чрезвычайно важным шагом в изучении таких двухкомпонентных магнетиков.

Когда концентрация ФМ фазы в АФМ мала, то могут сформироваться так называемые кластеры — области ФМ, отделенные друг от друга матрицей АФМ. Эти области взаимодействуют друг с другом магнитодипольно. Такое взаимодействие может быть достаточно большим, поскольку в него вносят вклад все

магнитные ионы, находящиеся в объеме кластеров. Также эти ФМ области находятся под существенным влиянием АФМ, с которым они граничат.

Образцы, используемые в экспериментах, приготавливают следующим образом. После нагрева выше критической температуры разупорядочения образец подвергается охлаждению в поле [6]. После выключения поля и окончания охлаждения магнитные моменты антиферромагнетика «замораживаются» в некотором исходном состоянии с ненулевой средней намагниченностью. Взаимодействие между ферромагнетиком и такими «нескомпенсированными» моментами антиферромагнетика обуславливает явление обменного смещения. Эффекту обменного смещения посвящено большое количество экспериментальных работ [1–6]. Теоретическое описание было проведено в работах [7–12]. Этот эффект зависит от структуры границы раздела между ФМ и АФМ. Следует учитывать, что не все спины АФМ могут иметь строгий порядок. Упорядочение моментов АФМ на границе зависит от формы ФМ кластеров, рас-

стояния между ними и геометрии образца, а также от способа приготовления всего образца. Однако поле смещения пропорционально количеству нескомпенсированных спинов АФМ на границе раздела, которые остались в ориентированном по внешнему полю состоянии по окончании охлаждения.

В статьях [13,14] изучалась система неупорядоченных частиц на решетке-матрице. При отсутствии внешних воздействий гамильтониан системы, изучаемой в настоящей работе, математически полностью совпадает с рассмотренным в статье [13]. В работе [12] беспорядок характеризовался параметром разупорядочения. Было изучено основное состояние гамильтониана (1) без внешнего поля и показано, что оно представляет собой набор доменов различной длины. Была получена средняя длина доменов в зависимости от параметра разупорядочения, показано, что нарушение дальнего порядка в такой системе происходит при сколь угодно слабых флуктуациях локального поля от своего среднего значения при нулевой температуре.

В работе [14] изучалось основное состояние системы частиц на неупорядоченной решетке-матрице. Частицы могли занимать в пространстве лишь определенные положения, так называемые «узлы». Случай упорядоченной решетки-матрицы был рассмотрен Хаббардом [15], который нашел основное состояние данной системы. Частицы в этом состоянии расположены периодически и образуют так называемый обобщенный вигнеровский кристалл. Модель, использованная в работе [14], предполагала, что частицы могут отклоняться всего на один узел от положения равновесия. Однако если включить в рассмотрение внешнее поле, то частицы могут переходить на узлы, следующие за соседними, и нарушаются границы применимости такой модели. Для исследования влияния поля необходимо было выбрать другую модель, которая бы соответствовала модели Изинга в случайных внешних полях. Тем не менее работа [14] послужила толчком к представленному исследованию в настоящей статье, которая является логическим ее продолжением. Стало понятно, что в отсутствие внешних воздействий основное состояние представляет собой неупорядоченную структуру. Однако при достаточно большом поле, очевидно, что система приходит к полному упорядочению. Встал вопрос о том, что происходит в промежуточной области при достаточно малых полях. В настоящей работе исследуется вопрос о том, каким образом ведет себя состояние системы в области полей, меньших поля насыщения, и каким образом происходит переход от беспорядка к упорядочению.

Влияние эффективного магнитного поля на намагниченность

Данная система может быть описана в рамках модели Изинга в случайном поле. Как известно, фазовый переход в одномерной модели Изинга в постоянном

поле [16] происходит лишь в одной точке на фазовой диаграмме. Эта точка $T = 0$ и $h = 0$. Зависимость намагниченности от поля в модели Изинга в одномерном случае представляет собой «ступеньку», если $T = 0$. Тем не менее при наличии локальных случайных полей намагниченность ведет себя совершенно иным образом. В этом легко убедиться на простом примере гамильтониана следующего вида:

$$H = \sum J_i (S_i^z S_{i+1}^z) - \sum h_i S_i^z. \quad (1)$$

Здесь S_i^z — переменные Изинга, которые могут принимать значения $+1$ или -1 , обменное взаимодействие J_i и внешнее поле h_i — случайные величины, которые в общем случае имеют ненулевое среднее значение. Знак J_i — произвольный, однако $\langle J \rangle < 0$. Так как далее рассмотрен случай нулевой температуры, здесь и ниже все средние значения являются средними арифметическими, если это специально не оговорено.

Рассмотрим отрезок длиной l , представляющий одномерный набор спинов. Рассчитаем энергию, приходящуюся на эту часть системы в случае, когда на этом отрезке все спины имеют одинаковое направление. В дальнейшем при рассмотрении этой модели будем пользоваться безразмерными величинами. Энергия системы не вырождена относительно инверсии S_i^z , так как энергии подсистемы спинов, направленных вдоль (+) или против (-) поля, имеют разные величины:

$$\varepsilon^\pm = \sum_l (J_i \mp h_i). \quad (2)$$

Здесь сумма берется по отрезку l , т.е. $i \in l$. В нашей модели и обмен J_i , и эффективное внешнее поле h_i являются случайными величинами. Для средних по этим величинам выполняется следующее равенство:

$$\langle \varepsilon^\pm \rangle = \langle J_i \rangle \mp \langle h_i \rangle l. \quad (3)$$

Усреднение проводится по всем возможным реализациям. Внешнее поле h_i может принимать на каждом узле любое значение в следующем диапазоне:

$$h_i \in [h - S_{\text{сфт}}, h + S_{\text{сфт}}]. \quad (4)$$

Амплитуда $S_{\text{сфт}}$ определяет разброс случайной величины h_i . Приставка «сфт» указывает, что эта величина зависит от антиферромагнитного окружения. Таким образом, на каждый спин действует некоторое случайное поле, которое можно представить как сумму внешнего поля $h = \langle h_i \rangle$ и случайной добавки в пределах $[-S_{\text{сфт}}, S_{\text{сфт}}]$.

Если число спинов на отрезке l достаточно большое, то разность энергий конфигураций, состоящих из спинов, направленных вдоль поля и против поля, может быть сравнима с энергией образования доменной

стенки ε_{DW} . В этом случае может оказаться энергетически выгодным переворот всех спинов на участке l :

$$hl \sim \varepsilon_{DW}; \quad |h| \ll 1 \quad (5)$$

Таким образом, при малом h система разделена на домены. Обозначим через l^\pm число спинов в домене, направленных вдоль (+) или против (-) поля. Очевидно, что длины доменов различного знака при ненулевом внешнем поле будут также различны. Потому намагниченность можно вычислить по формуле

$$M = \frac{\langle l^+ \rangle - \langle l^- \rangle}{\langle l^+ \rangle + \langle l^- \rangle}. \quad (6)$$

Доменные стенки образуются парами. Средняя энергия образования доменной стенки — это удвоенное среднее значение обмена:

$$\varepsilon_{DW} = -2J = 2M(V_i(r, d)). \quad (7)$$

Чтобы исследовать, как именно система будет разделена на домены, рассмотрим флуктуации энергии и эффективного поля:

$$\delta\varepsilon = \varepsilon^+ - \varepsilon^- = 2\sum h_i. \quad (8)$$

Здесь $\delta\varepsilon$ — также случайная величина, которая может принимать следующие значения:

$$\delta\varepsilon \in [-2IS_{\text{сург}}, 2IS_{\text{сург}}]. \quad (9)$$

Стенка образуется в случае, когда флуктуация энергии настолько большая, что сравнима по величине с энергией образования доменных стенок $\delta\varepsilon \sim \varepsilon_{DW}$. Этот эффект был рассмотрен в статье [14] при отсутствии поля. При наличии поля вероятность образования доменных стенок должна быть отлична от нуля:

$$P\left(\frac{\delta\varepsilon}{D} > 2hl + \varepsilon_{DW}\right) > 0, \quad (10)$$

где D — дисперсия случайной величины $\delta\varepsilon$, P — это вероятность образования доменной стенки. В основном состоянии она равна вероятности того, что энергия флуктуации окажется больше энергии образования доменной стенки. Вид функции P для случая $\langle J \rangle < 0$ будет представлен ниже.

Из этого неравенства можно качественно оценить поведение системы. В случае выполнения условия $P = 0$:

$$\frac{2IS_{\text{сург}}}{D} < 2hl + \varepsilon_{DW}. \quad (11)$$

Если вероятность образования доменных стенок нулевая, все спины будут ориентированы в одном направлении, и система будет представлять собой монодомен. При ненулевой вероятности система разделяется на последовательность доменов различной длины.

Если формально представить себе, что $\varepsilon_{DW} < 0$, то существуют такие узлы, для которых при любом поле неравенство (10) выполняется даже для малых l . Это означает, что на каждом узле образование таких доменных стенок становится выгодным. В этом случае в неравенстве (10) $P = 1$, и при таких параметрах система имеет АФМ порядок. Видно, что в этом случае $l = 1$. Тогда справедливо неравенство

$$-\frac{2S_{\text{сург}}}{D} > 2h + \varepsilon_{DW}. \quad (12)$$

В случае $\varepsilon_{DW} > 0$ распределение доменов, имеющих длину l по энергиям, выглядит следующим образом:

$$P\left(\frac{\delta\varepsilon}{D} > 2hl + \varepsilon_{DW}\right) = \sqrt{\frac{2}{\pi D l}} \int_0^{\varepsilon_{DW} + 2hl} e^{-\frac{y^2}{2Dl}} dy. \quad (13)$$

Это вероятность того, что случайная величина $\delta\varepsilon$, распределенная на интервале (9), превысит энергию образования доменной стенки, что приведет к возникновению доменов. Величина y — энергия образования домена. Таким образом, это интеграл от плотности распределения по энергиям y для системы на участке длиной l . В реальности домены имеют разную длину и распределены по длинам определенным образом с вероятностью $\rho(x)$. Величина $\rho(x)$ — плотность вероятности обнаружения домена длиной x в поле h , если энергия доменной стенки равна ε_{DW} . Величины l и x связаны следующим образом: $l = \langle x \rangle$. Найдем распределение доменов по длинам $\rho(x)$. Для этого произведем замену переменных:

$$\begin{aligned} P\left(\frac{\delta\varepsilon}{D} > 2hl + \varepsilon_{DW}\right) &= \sqrt{\frac{2}{\pi D l}} \int_0^{\varepsilon_{DW} + 2hl} e^{-\frac{y^2}{2Dl}} dy = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \int_{x(y=0)}^{x(y=\varepsilon_{DW} + 2hl)} \rho(x) dx. \end{aligned} \quad (14)$$

Выразим среднюю энергию образования доменной стенки y через длину домена x :

$$\begin{cases} y = \varepsilon_{DW} + 2hl, & \text{при } x = l, \\ y^2 = \frac{(\varepsilon_{DW})^2 l}{x}, & \text{при } h = 0 \text{ (см. [14])}. \end{cases} \quad (15)$$

Зная эти условия, необходимо найти зависимость $y(x, l)$, в случае $l \gg 1$. Наиболее простая аппроксимирующая функция, удовлетворяющая соотношениям (15), имеет вид

$$y = \frac{\sqrt{l}(\varepsilon_{DW} + 2hx)}{\sqrt{x}}. \quad (16)$$

Так как нас интересует результат при малых h , то можно считать (16) разложением произвольной функции, удовлетворяющей (15), в ряд по h . Отсюда:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{l}}{2\sqrt{x^3}}(2hx - \varepsilon_{DW}). \quad (17)$$

Подставляя выражения (16) и (17) в (14), получим:

$$P(\delta x < l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \int_0^l \rho(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \int_0^l \frac{\varepsilon_{DW} - 2hx}{\sqrt{x^3}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_{DW}^2}{2Dx} + \frac{2\varepsilon_{DW}h}{D} - \frac{2h^2x}{D}\right] dx. \quad (18)$$

Функция $P(\delta x < l)$ является полной вероятностью образования домена длиной δx на участке l при наличии поля h . Ее можно интерпретировать как вероятность обнаружения в системе домена с длиной, меньшей чем l . Распределение $\rho(x)$ представляет собой модификацию распределения Леви, наблюдаемого в случае отсутствия поля [14]:

$$\rho(x) = \frac{\varepsilon_{DW} - 2hx}{\sqrt{x^3}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_{DW}^2}{2Dx} + \frac{2\varepsilon_{DW}h}{D} - \frac{2h^2x}{D}\right]. \quad (19)$$

Данные о том, что система примесей в квазиодномерном случае может иметь подобное распределение описано в литературе [17]. Тут $\rho(x)$ — плотность вероятности обнаружения домена длиной x . Очевидно, что она нормирована и обладает следующим свойством:

$$P(\delta x < \infty) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \int_0^\infty \rho(x) dx = 1. \quad (20)$$

Чтобы рассчитать длины доменов, воспользуемся гармоническим средним:

$$l^+ = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \int_0^\infty \frac{1}{x} \rho(x) dx \right)^{-1}. \quad (21)$$

Отсюда получим:

$$\langle l^\pm \rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x^5}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_{DW}^2}{2Dx} \mp \frac{2\varepsilon_{DW}h}{D} - \frac{2h^2x}{D}\right] (\varepsilon_{DW} \mp 2hx) dx \right)^{-1}. \quad (22)$$

Следует учесть, что разложение (13) хорошо описывает поведение системы лишь при $\langle l^\pm \rangle \gg 1$. Такая ситуация реализуется в случае достаточно малых полей h . Учтя лишь первые слагаемые по h , получим намагниченность в следующем виде:

$$M = \frac{\langle l^+ \rangle - \langle l^- \rangle}{\langle l^+ \rangle + \langle l^- \rangle} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x^5}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_{DW}^2}{2Dx} - \frac{2h^2x}{D}\right] \operatorname{sh}\left(-\frac{2\varepsilon_{DW}h}{D}\right) dx}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x^5}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_{DW}^2}{2Dx} - \frac{2h^2x}{D}\right] \operatorname{ch}\left(-\frac{2\varepsilon_{DW}h}{D}\right) dx} = \operatorname{th}\left(\frac{2\varepsilon_{DW}h}{D}\right). \quad (23)$$

Эта функция описывает зависимость намагниченности от поля для парамагнетика, находящегося в поле h при температуре $T = D$. Ее вид интересен тем, что случайность, вносимая в систему извне, может играть ту же роль, что и температура. Надо отметить, что данное решение будет справедливым только в области малых полей. В больших полях домены одного знака становятся слишком маленькими и перестают описываться распределением (13) и (18).

При малых полях зависимость намагниченности от поля имеет следующий вид:

$$M(h \rightarrow 0) \approx \frac{4\varepsilon_{DW}h}{D} - \frac{1}{4} \left(\frac{4\varepsilon_{DW}h}{D} \right)^3. \quad (24)$$

Так как нами найдена намагниченность при $T = 0$, а для одномерных систем это критическая температура, то

мы также вычислили критический показатель δ для данной модели. Критический индекс по определению можно вычислить из следующего выражения [16]:

$$M(T = T_c, h \rightarrow 0) \sim h^{1/\delta}. \quad (25)$$

В случае ФМ системы $\delta = 1$, критический показатель является целым числом. Гипотеза подобия (скейлинга) дает следующее выражение для коррелятора $G(k)$ в обратном пространстве для малых волновых чисел k :

$$G(k) = \sum_m \langle S_m - \langle S \rangle \rangle \langle S_1 - \langle S \rangle \rangle e^{ikm} \sim k^{-2+\eta}. \quad (26)$$

Определение индекса η следующее:

$$\eta = 2 - d \frac{\delta - 1}{\delta + 1}. \quad (27)$$

В этой формуле $d = 1$ — размерность пространства. Таким образом, получаем:

$$G(k) = \text{const.} \quad (28)$$

В отсутствие поля гипотеза подобия указывает на то, что корреляционная функция не зависит в данной системе от волновых чисел. Это значит, что корреляция между флуктуациями спинов на больших расстояниях между ними не меняется. А это, в свою очередь, означает лишь две возможности: либо состояние, когда система представляет собой монодомен, чего не наблюдается, либо $G(k) = 0$ и дальний порядок отсутствует. Это подтверждает результат, полученный в [13]. Выше была рассмотрена модель, описывающая одномерную цепочку в случайном поле и со случайным обменом. В следующем параграфе результаты, полученные в рамках данной модели, применены для описания реальной системы.

Система ферромагнетик–антиферромагнетик

Рассмотрим теперь случай одного ФМ кластера, помещенного в АФМ матрицу. Как отмечалось выше, после охлаждения образца некоторое число спинов АФМ оказывается замороженным вдоль поля. Образуется так называемая «нескомпенсированная граница», которая имеет намагниченность m . В то же время ФМ кластер характеризуется намагниченностью M . Если не интересоваться внутренней магнитной структурой ФМ кластеров, то такую систему можно описать простым одночастичным гамильтонианом:

$$H = J_b m M + h M = M(J_b m + h). \quad (29)$$

Здесь через J_b обозначено взаимодействие через границу АФМ с ФМ. Видно, что спин кластера находится в эффективном поле, которое является суммой внешнего поля и величины $J_b m$, которая в этом случае определяет поле обменного смещения. Поэтому, зная поле обменного смещения и обмен, можно легко вычислить намагниченность нескомпенсированной границы.

Такая, казалось бы, совсем простая модель позволяет количественно определить число нескомпенсированных спинов на границе одного ФМ кластера по кривой намагниченности. Однако, так как охлаждение — это кинетический эффект, то кроме нескомпенсированных участков на границе раздела подсистем могут быть и скомпенсированные участки и даже участки обратной намагниченности.

Рассмотрим теперь случай очень большого числа кластеров, расположенных вдоль одной оси. Кластеры взаимодействуют друг с другом магнитодипольно:

$$H_{\text{int}} = \sum_{i,j} \frac{(\mathbf{M}_i \mathbf{M}_j) r_{ij}^2 - 3(\mathbf{M}_i \mathbf{r}_{ij})(\mathbf{M}_j \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5}. \quad (30)$$

Здесь индексами i, j обозначены различные кластеры, \mathbf{r}_{ij} — радиус-вектор, проведенный от одного кластера к другому. Представим себе случай, когда пространственная ось расположения кластеров совпадает с магнитной. Для простоты будем считать, что кластеры одинаковы по объему. Если магнитный момент кластера \mathbf{M}_i может иметь всего два направления, и рассматривается только приближение ближайших соседей, то энергию взаимодействия можно записать в виде

$$H_{\text{int}} = \sum_i (\mathbf{M}_i \mathbf{M}_{i+1}) \frac{1}{(r_i - r_{i+1})^3} = \sum_i J_d (\mathbf{M}_i \mathbf{M}_{i+1}), \quad (31)$$

где через $J_d = 1/(r_i - r_{i+1})^3$ обозначена величина магнитодипольного взаимодействия между соседними кластерами. В этом случае кластеры отличаются друг от друга только количеством спинов нескомпенсированной границы АФМ, с которым они граничат. Тогда гамильтониан можно записать в виде

$$H = \sum J_b m_i M_i + J_d M_i M_{i+1} + h M_i. \quad (32)$$

Здесь m_i — намагниченность границы АФМ вблизи кластера с индексом i . Эта величина равна разности магнитных моментов вдоль оси n_+ , и против оси n_- , вдоль границы раздела. Если рассмотреть такие «нескомпенсированные» участки, то намагниченность равна:

$$m_i = n_{i+} - n_{i-} = (N_{i+} - N_{i-}) m_0. \quad (33)$$

Здесь m_0 — момент АФМ иона, N_+ — количество моментов в «нескомпенсированном» участке вдоль оси, а

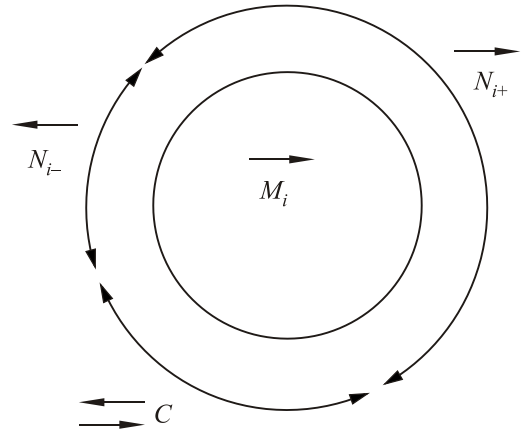


Рис. 1. Схематическое изображение кластера с номером i и граница его раздела с АФМ. Намагниченность этого кластера — M_i . Граница раздела представляет собой области спинов АФМ, в которых соседние спины могут быть направлены либо по полю, либо против поля или быть в скомпенсированном состоянии. N_{i+} — длина участка на границе раздела со спинами АФМ, развернутыми вдоль поля. N_{i-} и C — длины отрицательно намагниченного участка и участка с нулевой намагниченностью.

N_- — против оси. Введем также величину C — длину «скомпенсированного» участка, на котором спины находятся в АФМ порядке, см. рис. 1. В терминах этих величин m_i^2 выражается так:

$$m_i^2 = (n_{i+} + n_{i-})^2 = (N_{i+} + N_{i-} + C_i)^2 m_0^2 = N_i^2 m_0^2. \quad (34)$$

Таким образом, видно, что величина $\sqrt{\langle m_i^2 \rangle} / m_0$ является средним количеством ионов АФМ на границе раздела с ФМ. Переменная m_i представляет собой случайную величину со средним $\langle m \rangle$ и дисперсией $D = \langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2$. Определить $\langle m \rangle$ можно по величине обменного сдвига:

$$\langle m \rangle = \frac{h_{\text{shift}}}{\mu J_b}, \quad (35)$$

где μ — магнитный момент ионов АФМ, h_{shift} — величина поля смещения. Величина $\langle m^2 \rangle$ вычисляется из соотношения

$$\langle m^2 \rangle = D + \langle m \rangle^2. \quad (36)$$

Зная все эти величины, рассчитаем, какое количество спинов в среднем является нескомпенсированным по отношению к числу всех спинов на границе:

$$k = \frac{\sqrt{\langle m^2 \rangle}}{\sqrt{\langle m \rangle^2}} = \left\langle \frac{N_{i+} - N_{i-}}{N_i} \right\rangle. \quad (37)$$

Для наглядности рассмотрим простой пример. Во-первых, считаем кластеры одинаковыми и обладающими намагниченностью M и границей с АФМ с N связями. Также будем считать, что величина N_{i+} распределена равномерно на интервале $[0..N]$, а $N_{i-} = 0$. Это предположение равносильно тому, что перебирая различные кластеры, можно встретить нескомпенсированную границу лишь из спинов со знаком (+), причем абсолютно равновероятно отыскать нескомпенсированные участки как для маленькой длины, так и для большой. В этом случае длина нескомпенсированной границы

$$C_{i+} = N - N_{i+}. \quad (38)$$

В таком простом случае можно сразу вычислить величины $\langle m \rangle$ и $\langle m^2 \rangle$:

$$\langle m \rangle = N/2. \quad (39)$$

$$\langle m^2 \rangle = N^2. \quad (40)$$

Отсюда следует соотношение

$$k = 1/2. \quad (41)$$

Вернемся к рассмотрению системы (32). Если считать анизотропию достаточно большой — такой, что магнитные моменты принимают лишь два значения, то можно ввести безразмерные переменные Изинга:

$$S_i = \frac{M_i}{|M_i|}. \quad (42)$$

Эти переменные могут принимать всего два значения: -1 и $+1$. Тогда гамильтониан (32) сводится к рассмотренному в формуле (1), с учетом замены:

$$h_i = M_i (J_b m_i + h), \quad (43)$$

$$J_i = J_d |M_i| |M_{i+1}|. \quad (44)$$

Из формулы (24) следует, что в малых полях дисперсия задает наклон кривой намагниченности. Таким образом, зная отношение $\Delta M / \Delta h$, находим дисперсию случайных величин:

$$D \approx \frac{4\epsilon \Delta h}{\Delta M}. \quad (45)$$

В реальных соединениях возможен наклон намагничивания по совершенно иным причинам, не связанным со случайностью. Однако здесь рассмотрена лишь простая модель, поясняющая, как неоднородность границы влияет на наклон кривой в одномерном случае. Поэтому чтобы учитывать другие эффекты, приводящие к наклону кривой, необходимо сравнивать результаты для систем с различной геометрией. На рис. 2 приведена зависимость намагниченности от поля для системы ФМ кластеров, находящихся в АФМ окружении. В формулу (45) входит безразмерная энергия, ко-

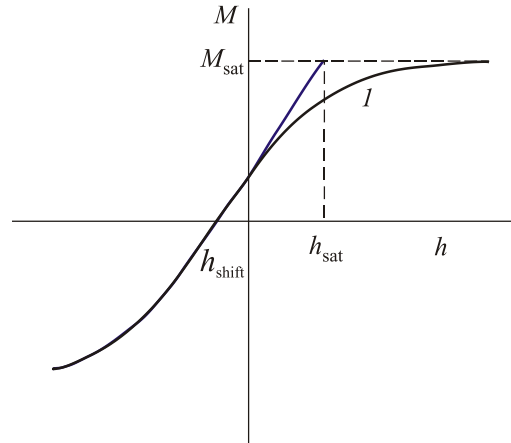


Рис. 2. Зависимость намагниченности от внешнего поля для модели Изинга при наличии случайных локальных полей, когда длины доменов достаточно велики (I). Данная зависимость может описывать квазиодномерную систему ФМ кластеров, находящихся в окружении АФМ, M_{sat} — намагниченность насыщения такой системы, h_{shift} — величина обменного смещения. В области малых полей намагниченность имеет линейный участок. Прямая линия представляет собой зависимость $M(h)$, которая наблюдается при малых полях, аналитически продолженную до поля насыщения. Величиной h_{sat} обозначено поле, при котором эта линия достигает намагниченности насыщения.

тору необходимо затратить на увеличение намагниченности системы на величину ΔM , приложив поле Δh . Определим ее по наклону кривой намагничивания в области малых полей. Она имеет следующий вид:

$$\varepsilon = \frac{2\langle J_i \rangle M_{\text{sat}}}{h_{\text{sat}} + h_{\text{shift}}}, \quad (46)$$

где величина h_{sat} соответствует полю насыщения для ФМ, а M_{sat} соответствует намагниченности насыщения, см. рис. 2. Величина h_{shift} определяется из соотношения (35). Соотношение $\Delta h/\Delta M$ задает угол наклона кривой намагничивания в области малых полей. Определим этот угол, продлив линейную зависимость на графике (рис. 2) до пересечения с M_{sat} . Величины Δh и ΔM , входящие в соотношение (45), должны быть безразмерными. Тогда в области малых полей Δh задается следующим образом:

$$\Delta h = \frac{h - h_{\text{shift}}}{h_{\text{sat}} + h_{\text{shift}}}. \quad (47)$$

Величина ΔM определяется как

$$\Delta M = \frac{M}{M_{\text{sat}}}. \quad (48)$$

Здесь h и M — это поле и намагниченность соответственно. Эти величины должны быть измерены в области, где наблюдается линейный ход кривой $M(h)$. Подставив (35) и (36) в (37), получим:

$$k = \frac{h_{\text{shift}}}{\mu J_b} \frac{1}{\sqrt{D + \left(\frac{h_{\text{shift}}}{\mu J_b}\right)^2}}. \quad (49)$$

С учетом (45)–(48) приходим к следующему соотношению:

$$k = \frac{1}{\sqrt{\frac{8\mu^2 J_b^2 M_{\text{sat}} \langle J_i \rangle}{h_{\text{shift}}^2 (h_{\text{sat}} + h_{\text{shift}})} \frac{\Delta h}{\Delta M} + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8\mu^2 J_b^2 M_{\text{sat}}^2 \langle J_i \rangle}{h_{\text{shift}}^2 (h_{\text{sat}} + h_{\text{shift}})^2} \frac{(h - h_{\text{shift}})}{M} + 1}}. \quad (50)$$

Этот коэффициент можно использовать для описания кривых, полученных экспериментально.

Результаты, изложенные выше, применимы и для задач с более сложной геометрией. Рассмотрим трехмерный случай, который может быть реализован в эксперименте, а именно: образец цилиндрической формы. Рассчитаем $\langle J_i \rangle$ для случая цилиндрической геометрии. Зависимость $\langle J \rangle$ от параметров системы позволяет понять, каким образом происходит взаимодействие между

кластерами. Когда $\langle J \rangle > 0$, система ведет себя как АФМ, а при $\langle J \rangle < 0$ система ведет себя как ФМ.

Положение кластеров задается цилиндрическими координатами $r_i = (\rho_i, \varphi_i, z_i)$, где ρ_i — расстояние от оси цилиндра до кластера, φ_i — полярный угол, z_i — расстояние вдоль оси цилиндра (рис. 3). В этих координатах расстояние между кластерами равно

$$|r_i - r_{i+1}| = \sqrt{(z_i - z_{i+1})^2 + \rho_i^2 + \rho_{i+1}^2 - 2\rho_i \rho_{i+1} \cos(\varphi_i - \varphi_{i+1})}. \quad (51)$$

Рассмотрим следующую модель. Предположим, что кластеры расположены на одинаковом расстоянии вдоль оси цилиндра, но случайным образом распределены относительно центра цилиндра. Введем параметр r , который является расстоянием между кластерами вдоль оси цилиндра (см. рис. 3),

$$r = \langle z_i - z_{i+1} \rangle = \text{const}. \quad (52)$$

Этот параметр связывает средний магнитный момент кластеров с намагниченностью полного насыщения и длиной цилиндра L :

$$M_{\text{sat}} = \sum_i |M_i| = \frac{L}{r} |M_i|. \quad (53)$$

Обратим внимание на то, что компоненты радиусов-векторов кластеров $r_i = (z_i, \rho_i, \varphi_i)$ является случайными

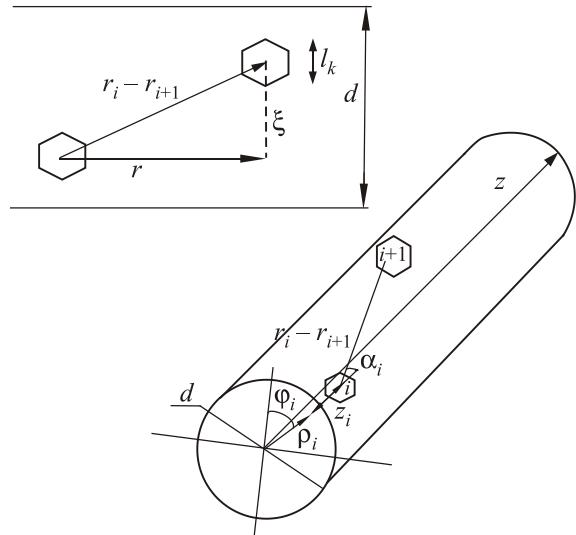


Рис. 3. Схематическое расположение кластеров внутри цилиндрического образца. Положения кластеров определяются радиусами-векторами r_i . Радиус-вектор r_i задается цилиндрическими координатами $r_i = (\rho_i, \varphi_i, z_i)$. Для двух соседних кластеров α_i — угол между направляющей от одного кластера к другому и осью цилиндра. Случайная величина ξ задает разброс кластеров относительно оси цилиндра. Переменная l_k — линейный размер кластера.

величинами. Для радиусов-векторов r_i и r_{i+1} они никак не коррелируют между собой. Однако потенциал взаимодействия между кластерами зависит от расстояния $|r_i - r_{i+1}|$. Потому в качестве модели будем считать, что

$$|r_i - r_{i+1}| = \sqrt{\xi_i^2 + r^2}, \quad (54)$$

где ξ_i — случайная величина, которая характеризует расстояние от кластеров до оси цилиндра. В гамильтониан (30) входит выражение $(\mathbf{M}_i \mathbf{r}_{ij})$. Угол $\alpha_i = \varphi_i - \varphi_{i+1}$ между вектором $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i+1}$ для соседних кластеров (рис. 3) и осью z определяется формулой

$$\cos \alpha_i = \frac{z_i - z_{i+1}}{|r_i - r_{i+1}|} = \frac{r}{\sqrt{\xi_i^2 + r^2}}. \quad (55)$$

Для простоты считаем, что величина $\xi \equiv \xi_i$ распределена равномерно на участке $\left[-\frac{d-l_k}{2}, \frac{d-l_k}{2}\right]$, где d — диаметр цилиндра, l_k — типичный линейный размер кластера. Таким образом, распределение имеет вид

$$\rho(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{d-l_k}, & -\frac{d-l_k}{2} < \xi < \frac{d-l_k}{2}, \\ 0, & \xi < -\frac{d-l_k}{2} \text{ или } \frac{d-l_k}{2} < \xi. \end{cases} \quad (56)$$

Рассмотрим магнитодипольное взаимодействие между кластерами. Потенциал $V_i(r)$ является случайной величиной и выражается через ξ_i следующим образом:

$$V_i(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1-3\frac{r^2}{\xi_i^2+r^2}}{r^3} |M_i|^2. \quad (57)$$

Предположение (52) влечет за собой соотношение

$$\langle V_i(r) V_j(\tilde{r}) \rangle = 0. \quad (58)$$

Следовательно, величина потенциала $V_i(r)$ случайна и не коррелирует на различных узлах. Поэтому для получения свойств системы достаточно рассмотреть лишь один произвольный узел. Обозначим

$$\begin{cases} J \equiv \frac{\mu_0 V_i(r)}{4\pi |M_i|^2}, \\ \xi \equiv \xi_i = r \sqrt{\frac{2+r^3 J}{1-r^3 J}}. \end{cases} \quad (59)$$

Найдем распределение случайной величины J по уже известному распределению $\rho(\xi)$ (56). Стандартная формула перехода от известного распределения, в данном случае по ξ , к распределению для функции от этой случайной величины имеет вид, по определению:

$$\rho(V_i(r)) = \frac{\frac{d}{d(J)}(\xi(J))}{(\xi(J_{\max}) - \xi(J_{\min}))}. \quad (60)$$

Подставив (57) в (59) и учитывая, что $\xi \in [-A..A]$, где $A = (d-l_k)/2$, получим следующее выражение для знаменателя (60):

$$(\xi(J_{\max}) - \xi(J_{\min})) = \sqrt{2r^2 + 3A^2} - \sqrt{2} \cdot r. \quad (61)$$

Дифференцируя выражение в числителе (60), получаем:

$$\rho(V_i(r)) = \begin{cases} \frac{3r^3}{2 \left(\frac{\sqrt{2r^2 + 3A^2} - \sqrt{2}}{r} \right) \sqrt{\frac{(2+r^3 J)}{(1-r^3 J)}} (1-r^3 J)^2}, & -\frac{2}{r^3} < J < \frac{1}{r^3} \left(1 - \frac{3r^2}{A^2 + r^2} \right), \\ 0, & J < -\frac{2}{r^3} \text{ или } \left(1 - \frac{3r^2}{A^2 + r^2} \right) < J. \end{cases} \quad (62)$$

Зависимость среднего взаимодействия между кластерами от диаметра цилиндра вычисляется следующим образом:

$$\langle J \rangle(A) = \int_{-\infty}^{\infty} J \rho(J) dJ, \quad (63)$$

где J — случайная величина, поэтому интегрирование ведется только по J . Аналитическое выражение для $\langle J \rangle(A)$ имеет вид

$$\langle J \rangle(A) = \frac{-\sqrt{2r^2 + 3A^2} + \frac{9}{2} r \left(\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{2r}{\sqrt{2r^2 + 3A^2}} \right) + 2\sqrt{2} - 2 \operatorname{tg}^{-1}(\sqrt{2}) \right)}{r^3 (\sqrt{2} \cdot r - \sqrt{2r^2 + 3A^2})}. \quad (64)$$

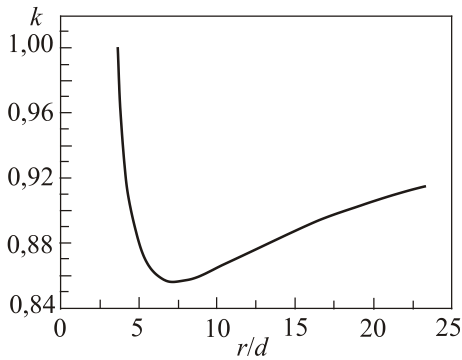


Рис. 4. Зависимость коэффициента вариации k от соотношения r/d для малых кластеров в цилиндрической геометрии. Предполагается, что положения кластеров в цилиндре случайны. Приведена зависимость $k(r)$ для фиксированного наклона кривой $\Delta h/\Delta M = 1$. Чем меньше угол наклона намагниченности, тем больше глубина минимума на зависимости $k(r)$. Данная кривая определяется зависимостью (65) с параметрами $Y = 1$, $\Delta h/\Delta M = 1$. Положение минимума не зависит от этих параметров и соответствует $r/d \approx 7,3$. Коэффициент вариации отражает соотношение между скомпенсированной и нескомпенсированной частями границы кластеров.

Напомним, что $A = (d - l_k)/2$. Формула (64) имеет достаточно сложный аналитический вид, однако интерес представляет лишь та область d , где $\langle J \rangle > 0$, и взаимодействие кластеров приводит к сонаправленности их моментов. Стоит отметить, что для малых кластеров ($l_k \rightarrow 0$) среднее взаимодействие $\langle J \rangle = 0$, когда $r \approx 3d$. Следовательно, наблюдение описанных выше эффектов возможно, когда расстояние между кластерами в среднем хотя бы в 3 раза больше диаметра цилиндра. Наиболее интересное поведение $\langle J \rangle(d)$ наблюдается в области $0 < J \ll 1$, где дисперсия J достаточно велика. В этой области приведена зависимость коэффициента вариации от расстояния между кластерами r для кластеров малых размеров (рис. 4) в случае фиксированного угла наклона кривой намагничивания. Коэффициент вариации отражает соотношение между нескомпенсированной и компенсированной частями границы кластеров. Стоит отметить, что если взять одинаковые кластеры и растянуть их в пространстве вдоль цилиндра, то k не уменьшится, а изменится угол наклона кривой. Этот коэффициент зависит от обеих этих величин: угла наклона кривой намагничивания и величины взаимодействия между кластерами:

$$k = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\mu J_b}{h_{\text{shift}}}\right)^2 D + 1}} = \frac{1}{\sqrt{Y \frac{\Delta h}{\Delta M} \langle J \rangle(r) + 1}}. \quad (65)$$

Константа Y не зависит от геометрии образца, а определяется параметрами кривой намагничивания:

$$Y = \frac{8\mu^2 J_b^2 M_{\text{sat}}}{h_{\text{shift}}^2 (h_{\text{sat}} + h_{\text{shift}})}. \quad (66)$$

На зависимости $k(r)$ (см. рис. 4) имеется минимум. Он связан с тем, что дисперсия D зависит от взаимодействия между кластерами. Чем дальше находятся кластеры друг от друга, тем меньше дисперсия. С другой стороны, на очень близком расстоянии дипольное взаимодействие приводит к размагничиванию, и $\langle J \rangle$ уменьшается. Поэтому существует некоторое оптимальное расстояние между кластерами, для которого этот эффект наиболее виден. Для малых кластеров это $r/d \approx 7,3$. Таким образом, чтобы узнать степень нескомпенсированности по форме кривой намагниченности, имеет смысл приготавливать образцы с соответствующей концентрацией кластеров. Для расчета k можно воспользоваться формулой (65).

Заключение

Изучена одномерная модель Изинга со случайным обменом в эффективном поле, которое представляет собой наложение случайных локальных и внешних полей. При отсутствии внешнего воздействия основное состояние такой системы представляет собой набор доменов. Их длины и энергии зависят от величины приложенного поля. Домены, ориентированные вдоль поля, в среднем имеют большую длину нежели те, что ориентированы против поля. Намагниченность в этом случае выражается через разность этих длин. Распределение доменов в поле представляет собой модификацию распределения Леви. Разработанный метод позволил определить намагниченность, как функцию среднего эффективного поля в области, где домены имеют достаточно большую длину. В отличие от модели Изинга с однородными полями, в которой наблюдается ступенчатый ход намагниченности, в случае случайных локальных полей наблюдается линейная зависимость намагниченности от поля при малых полях. Угол наклона этой зависимости обратно пропорционален дисперсии случайных полей.

Результаты, полученные в рамках такой модели, применены к системе ФМ кластеров, находящихся в АФМ. Случайные локальные поля возникают вследствие различий кластеров, в частности различия границ раздела с АФМ. В реальных соединениях возможен наклон кривой намагничивания по совершенно различным причинам. В статье рассмотрена простая модель, которая показывает, как случайность на границе раздела приводит к наклону кривой намагничивания. Чтобы выявить роль случайности, необходимо сравнивать результаты для различных геометрий. В этом случае становится возможным оценить дисперсию случайных локальных полей по наклону кривой и среднее количество нескомпен-

сированных спинов границы по величине обменного сдвига. Эти две величины дают возможность оценить количество некомпенсированных спинов по отношению к средней длине границы. Получено выражение для оценки свойств границы для цилиндрических образцов малого диаметра. Найдено оптимальное расстояние между кластерами, для которого эффект проявляется в наибольшей мере. Для малых кластеров это $r/d \approx 7,3$. Для цилиндрической геометрии найдена взаимосвязь между средним потенциалом взаимодействия между кластерами, их плотностью и диаметром цилиндра. Использование предложенной модели позволяет более полно понять внутреннюю спиновую структуру по виду кривых намагничивания.

Автор выражает благодарность В.В. Славику за ценные практические указания и советы, а также проф. А.С. Ковалеву за полезное обсуждение научных результатов и предоставленные материалы по тематике систем ФМ–АФМ.

1. W.H. Meiklejohn and C.P. Bean, *Phys. Rev.* **102**, 1413 (1956).
2. P. Song, G.K. Li, L. Ma, C.M. Zhen, D.L. Hou, W.H. Wang, E.K. Lui, J.L. Chen, and G.H. Wu, *J. App. Phys.* **115**, 213907 (2014).
3. Д.Н. Меренков, А.Н. Блудов, С.Л. Гнатченко, М. Baran, R. Szymczak, В.А. Новосад, *ФНТ* **33**, 1260 (2007) [*Low Temp. Phys.* **33**, 957 (2007)].
4. S.R. Sani, F. Liu, and C.A. Ross, *Appl. Phys. Lett.* **110**, 162403 (2017).
5. M. Ślęzak, T. Ślęzak, K. Matlak, B. Matlak, P. Drózdź, T. Giela, D. Wilgocka-Ślęzak, N. Pilet, J. Raabe, A. Kozioł-Rachwał, and J. Korecki, *Phys. Rev. B* **94**, 014402 (2016).
6. Е.Л. Фертман, А.В. Федорченко, А.В. Котляр, В.А. Десненко, Е. Čižmá, А. Baran, D.D. Khalyavin, А.Н. Salak, V.V. Shvartsman, and A. Feher, *ФНТ* **41**, 1283 (2015) [*Low Temp. Phys.* **41**, 1001 (2015)].
7. А.Г. Гречнев, А.С. Ковалев, М.Л. Панкратова, *ФНТ* **35**, 603 (2009) [*Low Temp. Phys.* **35**, 476 (2009)].
8. А.Г. Гречнев, А.С. Ковалев, М.Л. Панкратова, *ФНТ* **39**, 1361 (2013) [*Low Temp. Phys.* **39**, 1060 (2013)].
9. М.Л. Панкратова, А.С. Ковалев, *ФНТ* **41**, 1069 (2015) [*Low Temp. Phys.* **41**, 838 (2015)].
10. М.Л. Панкратова, А.С. Ковалев, *ФНТ* **44**, 1485 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, 1161 (2018)].
11. C. Mitsumata, A. Sakuma, and K. Fukamichi, *IEEE Trans. Magn.* **41**, 10 (2005).
12. M. Kiwi, J. Mejfa-Lopez, R. Portugal, and R. Ramirez, *Europhys. Lett.* **48**, 573 (1999).
13. L.A. Pastur, V.V. Slavin, and A.A. Krivchikov, *Int. J. Mod. Phys. C* **25**, 1450028, (2014).
14. В.В. Славику, А.А. Кривчику, *ФНТ* **42**, 1000 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 782 (2016)].
15. J. Hubbard, *Phys. Rev. B* **17**, 494 (1978).

16. Ш. Ма, *Современная теория критических явлений*, Наука, Москва (1980).
17. A.V. Ponomarev, S. Denisov, and P. Hanggi, *Phys. Rev. A* **81**, 043615 (2010).

Вплив структури границ ферромагнітних кластерів в антиферромагнітній матриці на їх магнітні властивості у зовнішньому полі

О.О. Кривчику

Досліджено проблему впливу зовнішнього поля на магнітні моменти ферромагнітних кластерів, які випадково розташовані в тонкому циліндрі. Кластери взаємодіють між собою магнітодіпольно. У разі достатньої просторової анізотропії така система може бути описана одновимірною моделлю Ізінга з випадковим обміном за наявності ефективного локального поля. Випадкове ефективне поле, що діє на кластери, відображає неоднорідність границі розділу між кластерами та антиферромагнетиком. У полях, менших за поле насичення, основний стан такої моделі являє собою безліч доменів різної довжини. На відміну від одновимірної моделі Ізінга у постійному полі за наявності випадкового ефективного поля спостерігається лінійна залежність намагніченості від зовнішнього поля в області малих полів. Середнє від випадкового ефективного поля визначає величину обмінного зсуву кривої намагніченості, а дисперсія випадкового ефективного поля впливає на її нахил. Результати, які отримані в рамках даної моделі дозволяють, виходячи з експериментальних даних, якісно оцінювати властивості границі між підсистемами.

Ключові слова: випадкове поле, одновимірний модель Ізінга, ферромагнітні кластери, антиферромагнетик, явище обмінного зсуву, неупорядковані системи.

The influence of boundary structure of ferromagnetic clusters inside of antiferromagnetic matrix on their magnetic properties in an external field

A.A. Krivchikov

The problem of the influence of the external field on the magnetic moments of ferromagnetic clusters randomly distributed inside of thin cylinder is studied. The clusters interact with each other magnetically. In the case of strong anisotropy such a system can be described by a one-dimensional Ising model with a random exchange in the presence of an effective local field. The random effective field reflects the inhomogeneities of the interface between the clusters and the antiferromagnet. In the fields smaller than the saturation field the ground state of the model is a one-dimensional set of domains of different lengths. In contrast to the one-dimensional Ising model in a homogeneous field, the linear de-

pendence of the magnetization on the external field is observed in the presence of a random effective field in the region of small fields. The magnitude of the exchange bias of the magnetization curve depends on the average of the random effective field, and the slope of the curve depends on the variance of the random effective field. The results obtained for the model under consideration can be

used to qualitatively estimate the boundary properties between subsystems based on experimental data.

Keywords: random field, one-dimensional Ising model, ferromagnetic clusters, antiferromagnet, exchange bias, disordered systems.