

Передача энергии в низкочастотную область турбулентного спектра гравитационных волн на поверхности сверхтекучего He II за счет четырехволновых процессов

И.А. Ремизов, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин

Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, 142432, Московская обл., Россия

E-mail: remizov@issp.ac.ru

Статья поступила в редакцию 31 июля 2017 г., опубликована онлайн 26 декабря 2017 г.

Представлены результаты экспериментального изучения механизма передачи энергии в системе гравитационных волн на поверхности сверхтекучего He II в прямоугольной ячейке при интенсивной монохроматической накачке. Установлено, что в условиях дискретной волновой турбулентности энергия передается из области накачки не только в область высоких частот вдоль турбулентного каскада, но и в область низких частот за счет 4-волновых процессов, причем этот механизм передачи энергии носит пороговый характер.

Представлено результати експериментального вивчення механізму передачі енергії в системі гравітаційних хвиль на поверхні надплинного He II в прямокутній комірці при інтенсивному монохроматичному накачуванні. Встановлено, що в умовах дискретної хвильової турбулентності енергія передається з області накачування не лише в область високих частот уздовж турбулентного каскаду, але й в область низьких частот за рахунок 4-хвильових процесів, причому цей механізм передачі енергії носить пороговий характер.

PACS: 47.27.Gs Изотропная турбулентность, однородная турбулентность.

Ключевые слова: гравитационные волны, сверхтекучий He II, волновая турбулентность.

1. Введение

Исследования турбулентных явлений на поверхности жидкости привлекают широкое внимание. Спектр волн на свободной поверхности жидкости определяется силами гравитации и поверхностного натяжения:

$$\omega^2 = gk + \frac{\sigma}{\rho} k^3, \quad (1)$$

где ω — круговая частота волны, g — ускорение свободного падения, k — волновой вектор, σ — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность жидкости.

Поверхностные волны, длина которых много больше капиллярной длины $a = (2\sigma/\rho g)^{1/2}$, называют гравитационными, а много меньше — капиллярными.

Спектр капиллярных волн — распадный, и основным механизмом взаимодействия волн являются трехволновые процессы. В случае нелинейных гравитационных волн, спектр которых нераспадный, преобладающими

становятся четырехволновые процессы. Для нелинейных капиллярных волн предсказана возможность формирования прямого турбулентного каскада со степенным распределением энергии по волновым векторам $E(k) \sim k^{-7/4}$ [1]. При этом в условиях дискретной турбулентности в ячейке конечных размеров, где при низких частотах существенную роль играет затухание волн за счет трения о дно и стенки контейнера, возможно наблюдение формирования обратного волнового каскада [2]. Для гравитационных волн предсказана возможность формирования прямого и обратного каскадов на свободной поверхности жидкости со степенным распределением $E(k) \sim k^{-5/2}$ и $E(k) \sim k^{-7/3}$ соответственно. Таким образом, при интенсивном возбуждении поверхностных волн в переходной области частот от гравитационной к капиллярной можно наблюдать формирование как прямого, так и обратного каскадов капиллярных и гравитационных волн.

Следует отметить, что при изучении волновой турбулентности в ячейках конечных размеров мы имеем дело с дискретным пространством волновых векторов [3–5]. Причем для прямоугольной ячейки это пространство представляет двумерную периодическую решетку. Расстояние по шкале частот между соседними модами с ростом частоты увеличивается для капиллярных волн и уменьшается для гравитационных.

Если волновая турбулентность на поверхности жидкости формируется за счет четырехволновых процессов, то резонансные условия для волнового вектора и частоты могут быть записаны в следующем виде [1]:

$$\begin{aligned} k_1 + k_2 &= k_3 + k_4, \\ \omega(k_1) + \omega(k_2) &= \omega(k_3) + \omega(k_4) + \delta, \end{aligned} \quad (2)$$

где k_1, k_2, k_3, k_4 — собственные волновые векторы резонатора (рабочей ячейки). Параметр δ характеризует резонансное уширение пиков и имеет тот же порядок, что и уширение Γ отдельных мод, которое возникает вследствие нелинейного взаимодействия и вязкого затухания:

$$\Gamma = \alpha A^2 \omega^6 + \frac{g^2}{2\nu\omega^4}, \quad (3)$$

где A — амплитуда волны, ν — коэффициент вязкости, коэффициент $\alpha > 0$. Сравнивая параметр δ с расстоянием между резонансными модами $\Delta = (\delta\omega / \delta k) 2\pi / L$, где L — размер ячейки, можно выделить два противоположных режима волновой турбулентности: если $\delta \ll \Delta$, то реализуется режим дискретной турбулентности, в противоположном случае $\delta \gg \Delta$ реализуется режим кинетической турбулентности [3–5]. В данных экспериментах при накачке на частоте $f_p \approx 19$ Гц реализуется режим дискретной турбулентности.

Ранее мы наблюдали формирование серии низкочастотных гармоник на поверхности жидкого водорода в системе капиллярно-гравитационных волн при интенсивной монохроматической накачке за счет трехволновых процессов [6–8]. В настоящей работе представлены результаты наблюдения низкочастотных гармоник в системе гравитационных волн на поверхности сверхтекучего He II в прямоугольной ячейке (квазидвумерная ситуация). Спектр капиллярно-гравитационных волн на поверхности He II в прямоугольной ячейке размерами 40×21 мм и глубиной 10 мм показан на рис. 1. Видно, что при $\omega / 2\pi < 20$ Гц показатель степени m в выражении $\omega \sim k^m$ меньше единицы, т.е. спектр волн нераспадный (гравитационные волны). Капиллярным волнам соответствуют частоты $\omega / 2\pi \gg 20$ Гц.

Монохроматическая накачка была реализована в нераспадной области спектра поверхностных волн на частоте $f_0 \approx 19$ Гц. Как показали результаты исследований, нам удалось впервые наблюдать формирование набора низкочастотных гармоник на поверхности He II в прямоугольной ячейке, возникновение которых свя-

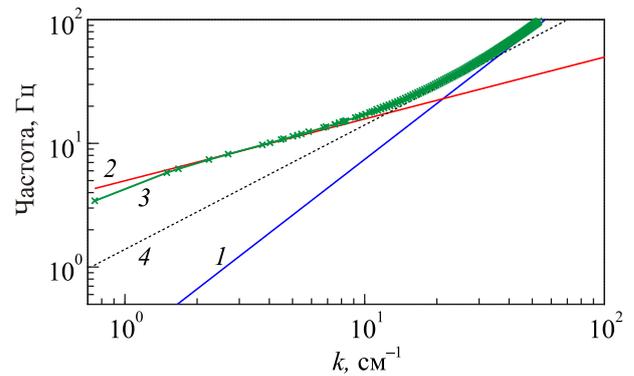


Рис. 1. (Онлайн в цвете) Спектр гравитационно-капиллярных волн на поверхности He II в прямоугольной ячейке: 1 — вклад капиллярного слагаемого в формуле (1); 2 — вклад гравитационного слагаемого; 3 — спектр гравитационно-капиллярных волн на заряженной поверхности He II, рассчитанный с учетом влияния конечных размеров рабочей ячейки и давления внешнего электрического поля напряженностью $H \approx 0,8$ кВ/см, необходимого для создания заряженного слоя на поверхности He II; звездочки на кривой 3 соответствуют собственным модам резонатора поверхностных волн; пунктирная прямая 4 — линейной зависимости $\omega \sim k$.

зано с четырехволновыми процессами в системе гравитационных волн.

2. Методика проведения эксперимента

Методика исследований аналогична использованной нами ранее [9]. Эксперименты были проведены на положительно заряженной поверхности He II при температуре $T = 1,3$ К в прямоугольной ячейке размерами 40×21 мм и глубиной 10 мм. Ячейка размещалась в оптической камере, которая была расположена внутри вакуумной полости гелиевого криостата и соединялась медным холодопроводом с его гелиевой ванной. Набор жидкости происходил до тех пор, пока уровень жидкости не достигал верхнего края ячейки. Поверхность жидкости заряжалась с помощью установленного на дне ячейки источника зарядов, а над поверхностью жидкости на расстоянии нескольких миллиметров располагалась система электродов, к которой прикладывали постоянное напряжение величиной около 1000 В относительно источника зарядов. Под действием постоянного электрического поля заряды подводились к свободной поверхности жидкости. Для возбуждения волн на поверхности жидкости дополнительно к постоянному напряжению прикладывали переменное напряжение амплитудой U_p порядка 100 – 300 В. Под действием переменного напряжения на поверхности He II возникали волны на частоте накачки. Сигнал накачки формировался генератором Agilent 33210A и усиливался с помощью высоковольтного усилителя. Переменное напряжение с выхода усилителя суммировалось с постоянным напря-

жением и подавалось на систему электродов. Питание высоковольтной части схемы усилителя осуществляли высоковольтным источником SPELLMAN SL300.

Колебания поверхности жидкости регистрировали по отражению от поверхности лазерного луча, направленного под малым углом $\alpha \approx 0,1$ рад к горизонтальной поверхности жидкости вдоль длинной стороны ячейки. Отраженный от поверхности луч с помощью линзы фокусировали на поверхность фотодиода, установленного снаружи криостата. В эксперименте измеряли вариации со временем полной мощности отраженного луча $P(t)$. Выходной сигнал фотоприемника, пропорциональный $P(t)$, записывали в памяти компьютера с помощью 24-битного аналого-цифрового преобразователя с частотой опроса 102,4 кГц в течение ~ 100 с.

При обработке результатов измерений анализировали частотный спектр мощности отраженного лазерного луча P_ω^2 , получаемый фурье-преобразованием по частоте зависимости $P(t)$. При оценке соотношения между амплитудами стоячих волн различной частоты на поверхности жидкости $A_\omega = |\eta_\omega|$ следует учитывать, что связь между спектром P_ω^2 и спектром парной корреляционной функции отклонения поверхности от равновесия $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle$ в описываемых экспериментах изменяется в зависимости от соотношения между длиной волны на поверхности $\lambda = 2\pi/k$ и размерами светового пятна D [9]. В настоящей работе средний диаметр пятна составлял $D \approx 0,5$ см. Если отношение $\lambda/D \ll 1$ (точнее, $kD \gg 2\pi$), то величина $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim P_\omega^2$. Как видно на рис. 1, это справедливо на частотах $f > 50$ Гц, где $k > 15$ см $^{-1}$. При условии $kD \ll 2\pi$ ($f \leq 10$ Гц, см. рис. 1) парная корреляционная функция $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim \omega^{-4} P_\omega^2$. Отсюда следует, что при оценке соотношения между амплитудами субгармоник A_ω на частотах, например в 5,8 и 19,2 Гц, по отношению амплитуд пиков на экспериментальных зависимостях P_ω^2 (рис. 2–5) амплитуду пика P_ω^2 на частоте в 5,8 Гц нужно умножать на $\sim 10^2$.

3. Результаты исследования

На рис. 2 представлено распределение P_ω^2 , которое было получено при интенсивной монохроматической накачке на частоте $f_p = 19,25$ Гц и амплитуде $U_p = 260$ В. На частотах выше $f_p = 19,25$ Гц квазистационарный спектр P_ω^2 состоит из набора фурье-гармоник. Первый пик соответствует волне на частоте накачки. Остальные гармоники соответствуют капиллярно-гравитационным волнам (рис. 1), которые возникают вследствие нелинейного взаимодействия между волнами. Как видно на рис. 1, выше 50 Гц основной вклад в выражение (1) вносит капиллярное слагаемое, т.е. доминируют процессы трехволнового взаимодействия. В результате формируется прямой турбулентный каскад капиллярных волн, по которому энергия передается в диссипативную область [1]. Как показал эксперимент, в инерционном

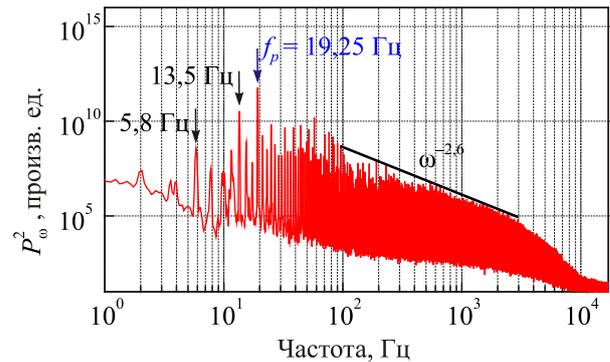


Рис. 2. (Онлайн в цвете) Спектр колебаний поверхности P_ω^2 , соответствующий турбулентному состоянию при монохроматической накачке на частоте $f_p = 19,25$ Гц и амплитуде $U_p = 260$ В.

интервале турбулентный спектр капиллярных волн на поверхности He II в прямоугольной ячейке можно описать степенной функцией вида $P_\omega^2 \sim \omega^{-2,6}$. Близкую зависимость $P_\omega^2 \sim \omega^{-2,8}$ ранее наблюдали на поверхности жидкого водорода [6–8].

В дополнение к прямому турбулентному каскаду капиллярных волн на рис. 2 видна серия низкочастотных гармоник на частотах $f_1 = 5,8$ Гц, $f_2 = 7,8$ Гц, $f_3 = 11,6$ Гц, $f_4 = 13,5$ Гц, $f_5 = 15,5$ Гц, $f_6 = 17,3$ Гц, а также серия гармоник, лежащих выше частоты накачки $f_7 = 21,2$ Гц, $f_8 = 23,0$ Гц, $f_9 = 25,0$ Гц, $f_{10} = 26,9$ Гц, $f_{11} = 30,7$ Гц, $f_{12} = 32,7$ Гц, $f_{13} = 38,4$ Гц. Спектр P_ω^2 в окрестности частоты накачки $f_p = 19,25$ Гц при амплитуде $U_p = 260$ В более подробно представлен на рис. 3. В соответствии с рис. 1 спектр волн $\omega(k)$ на частотах ниже 20 Гц является нераспадным, поэтому возбуждение низкочастотных гравитационных волн может быть связано с процессами четырехволнового взаимодействия.

На рис. 4 представлены спектры P_ω^2 , наблюдавшиеся после понижения амплитуды накачки на той же частоте, что и на рис. 2, до значений $U_p = 110$ В (рис. 4(а)) и 105 В (рис. 4(б)). Видно, что при уменьшении амплитуды до $U_p = 110$ В низкочастотные гармоники еще сохраняются, а при дальнейшем уменьшении до $U_p = 105$ В

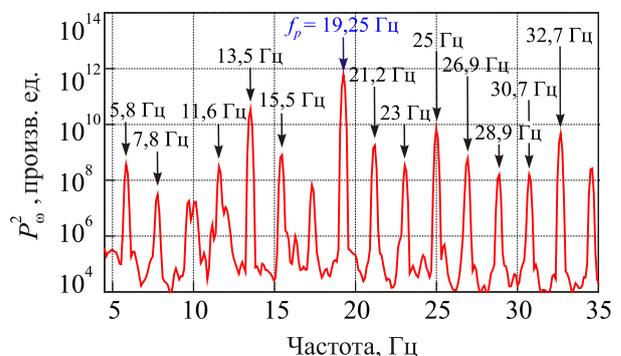


Рис. 3. Часть спектра P_ω^2 в окрестности частоты накачки $f_p = 19,25$ Гц и амплитуде $U_p = 260$ В.

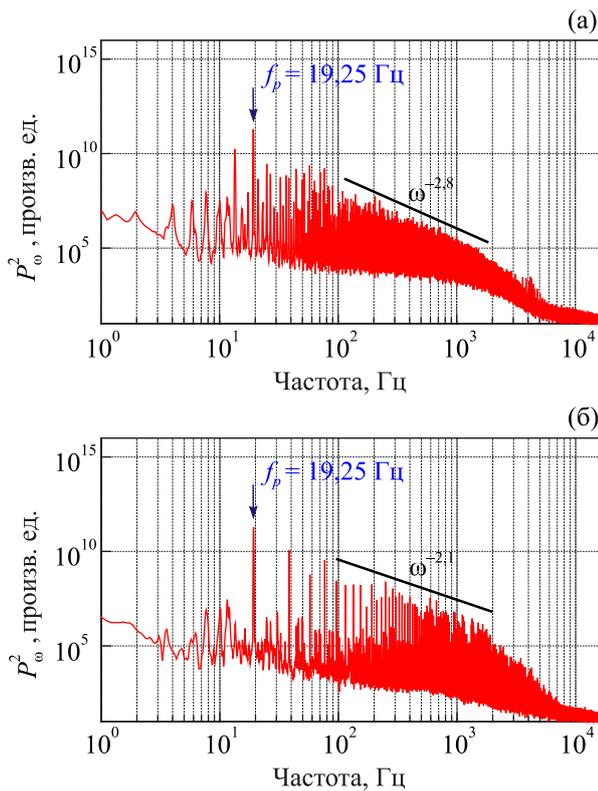


Рис. 4. (Онлайн в цвете) Изменение спектра P_{ω}^2 при уменьшении амплитуды накачки на частоте $f_p = 19,25$ Гц. Амплитуда накачки U_p , В: 110 (а), 105 (б).

пропадают (неразличимы на уровне шумов). Одновременно с исчезновением низкочастотных гармоник, лежащих ниже частоты накачки f_p , в турбулентном спектре, показанном на рис. 4(б), пропадают и гармоники f_7-f_{13} , лежащие выше частоты накачки. Результаты измерений хорошо воспроизводились как при уменьшении, так и при увеличении амплитуды накачки, т.е. пороговой интенсивности накачки соответствует амплитуда $U_p = 105$ В.

Как показал эксперимент, расстройка частоты внешней возбуждающей силы на 0,05 Гц при неизменной амплитуде накачки $U_p = 260$ В также приводит к исчезновению как низкочастотных гармоник f_1-f_6 , так и гармоник f_7-f_{13} , лежащих выше частоты накачки (рис. 5). Одновременно изменяется частотная зависимость P_{ω}^2 в прямом турбулентном каскаде. Аналогичным образом при расстройке частоты накачки изменялся турбулентный спектр капиллярно-гравитационных волн на поверхности жидкого водорода [6–8].

4. Обсуждение результатов

В предыдущих работах [6–8] мы наблюдали формирование набора низкочастотных гармоник в турбулентном волновом спектре на поверхности жидкого водорода в ячейке близких размеров. Однако в отличие от данных исследований возникновение низкочастотных гармоник

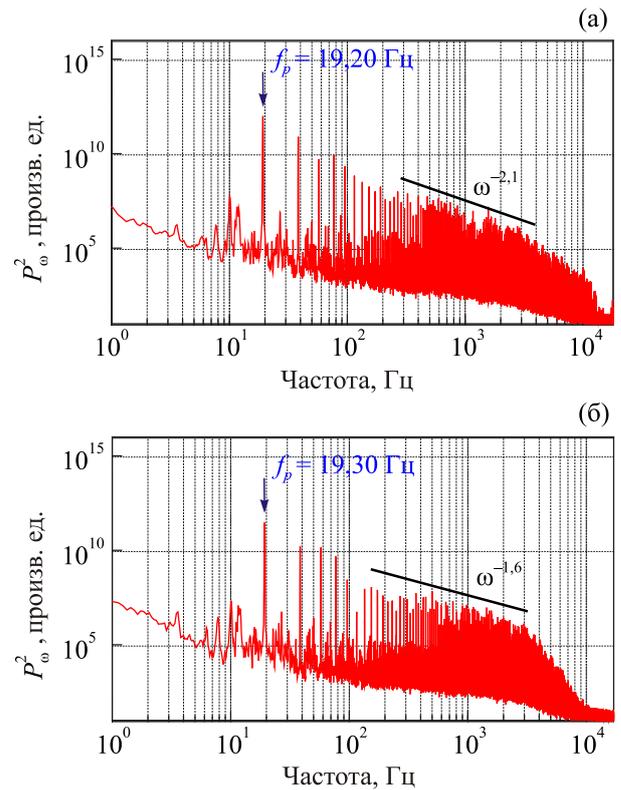


Рис. 5. (Онлайн в цвете) Изменение спектра P_{ω}^2 при расстройке частоты накачки, амплитуда $U_p = 260$ В. Накачка на частоте f_p , Гц: 19,20 (а), 19,30 (б).

в водороде связано с процессами трехволнового взаимодействия, так как капиллярная длина на поверхности жидкого водорода $a = (2\sigma/\rho g)^{1/2} \approx 0,27$ см почти в шесть раз больше, чем на поверхности He II $a \approx 0,04$ см. В результате в ячейке тех же размеров диапазон волновых векторов, соответствующих гравитационным волнам, на поверхности He II в шесть раз шире, чем на поверхности жидкого водорода, т.е. граничная частота, где происходит переход от капиллярных к гравитационным волнам в водороде заметно ниже, чем в гелии. Это и обеспечило успех данных исследований. Переход жидкого гелия в сверхтекучее состояние проявляется здесь только в многократном уменьшении затухания волн в объеме жидкости, т.е. в существенном расширении инерционного интервала прямого турбулентного каскада.

Низкочастотные гармоники — $f_1 = 5,8$ Гц, $f_2 = 7,8$ Гц, $f_3 = 11,6$ Гц, $f_4 = 13,5$ Гц, $f_5 = 15,5$ Гц, $f_6 = 17,3$ Гц, вместе с гармоникой на частоте накачки 19,25 Гц — расположены в нераспадной области спектра на рис. 1. Поэтому их возникновение может быть связано с четырехволновыми процессами. Например, к формированию низкочастотных гармоник $f_1 = 5,8$ Гц и $f_4 = 13,5$ Гц (рис. 2, 3) могут приводить следующие процессы:

$$19,25 + 19,25 \Rightarrow 5,8 + 32,7, \quad (4)$$

$$19,25 + 19,25 \Rightarrow 13,5 + 25,0. \quad (5)$$

Аналогичным образом можно объяснить появление других субгармоник (рис. 2, 3). Подчеркнем, что трехволновой процесс типа $19,25 \Rightarrow 13,5 + 5,8$ невозможен в силу закона сохранения импульса — спектр гравитационных волн является нераспадным.

Как было отмечено во Введении, в наших экспериментах взаимодействие волн происходит в прямоугольной ячейке, т.е. в условиях ограниченной геометрии. Таким образом, мы имеем дело с дискретным набором собственных мод прямоугольного резонатора, причем их волновые векторы образуют двумерную решетку. На возникновение режима дискретной турбулентности в области частот ниже 20 Гц указывает то, что низкочастотные гармоники наблюдаются при накачке на частоте 19,25 Гц и не наблюдаются на частотах 19,20 Гц и 19,30 Гц при незначительной расстройке частоты накачки. Наблюдение порога формирования низкочастотных гармоник с ростом амплитуды накачки можно также объяснить дискретностью спектра собственных колебаний, так как нелинейное уширение гармоники на частоте накачки при малых амплитудах может быть недостаточным, чтобы удовлетворить резонансным условиям четырехволнового взаимодействия.

5. Заключение

Экспериментально показано, что при интенсивной монохроматической накачке волн на поверхности сверхтекучего He II в прямоугольной ячейке в нераспадной области спектра (капиллярная постоянная больше или порядка длины волны на частоте накачки) наряду с прямым турбулентным каскадом капиллярных волн можно наблюдать серию низкочастотных гармоник (гравитационные волны). Это указывает, что наряду с прямым потоком энергии в сторону высоких частот на поверхности жидкости в ячейках конечных размеров может возникать передача энергии в низкочастотную область турбулентного спектра. Низкочастотные волны затухают вследствие трения о дно и стенки контейнера. В соответствии с выражениями (2), (3) пороговую генерацию низкочастотных гармоник с повышением интенсивности накачки (при $U_p \geq 105$ В) можно объяснить уширением резонансных мод, т.е. ростом величины Γ (3) с повышением амплитуды волны на частоте накачки. При этом расстояние между собственными модами резонатора Δ остается заметно больше резонансного уширения (сохраняется режим дискретной турбулентности). В то же время расстройка частоты накачки при неизменной интенсивности может приводить к исчезновению низкочастотных гармоник из-за невыполнения требований законов сохранения энергии и импульса (2): в силу дискретности системы здесь разрешены не все процессы четырехволнового взаимодействия. К преимуществам экспериментов с гравитационными вол-

нами на поверхности He II в прямоугольной ячейке по сравнению с жидким водородом [6–8] или водой в ячейках тех же размеров относится то, что плотность собственных мод низкочастотных колебаний в области гравитационных волн на поверхности He II заметно выше, а частота перехода от гравитационных к капиллярным волнам выше, чем в водороде или воде, что облегчает условия наблюдения серии низкочастотных колебаний при интенсивной монохроматической накачке.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 17-12-01525.

1. V. Zakharov, V. Lvov, and G. Falkovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence I*, Springer-Verlag, Berlin (1992), Vol. 1.
2. L.V. Abdurakhimov, M. Arefin, G.V. Kolmakov, A.A. Levchenko, Yu.V. Lvov, and I.A. Remizov, *Phys. Rev. E* **91**, 023021 (2015).
3. E. Kartashova, *Europhys. Lett.* **87**, 44001 (2009).
4. V.S. L'vov and S. Nazarenko, *Phys. Rev. E* **82**, 056322 (2010).
5. Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, И.А. Ремизов, С.В. Филатов, *УФН* **182**, 879 (2012).
6. М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, И.А. Ремизов, *Письма в ЖЭТФ* **100**, 754 (2014) [*JETP Lett.* **100**, 669 (2014)].
7. Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, А.М. Лихтер, И.А. Ремизов, *ФНТ* **41**, 215 (2015) [*Low Temp. Phys.* **41**, 163 (2015)].
8. М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, И.А. Ремизов, *ФНТ* **43**, 396 (2017) [*Low Temp. Phys.* **43**, 325 (2017)].
9. М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, *ИТЭ* **45**, 31 (2002) [*Instrum. Exp. Tech.* **45**, 758 (2002)].

Energy transfer to the low-frequency region of the turbulent spectrum of gravitational waves on the He II surface due to four-wave processes

I.A. Remizov, A.A. Levchenko,
and L.P. Mezhev-Deglin

This paper presents the results of an experimental study of the mechanism of energy transfer in a gravitational wave system on the surface of superfluid He II in a rectangular cell under intense monochromatic pumping. It is established, that under the conditions of discrete wave turbulence, energy is transferred from the pumping region not only to the high-frequency region along the turbulent cascade but also to the low-frequency region due to 4-wave processes, and this energy transfer mechanism is of a threshold nature.

PACS: 47.27.Gs Isotropic turbulence; homogeneous turbulence.

Keywords: gravitational waves, superfluid He II, wave turbulence.