Физика низких температур, 1995, т. 21, № 4, с. 462–464 УДК 538.915

Эволюция электронных пучков в двумерном электронном газе

Р. Н. Гуржи, А. Н. Калиненко, А. И. Копелиович

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины, Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47

Статья поступила в редакцию 28 декабря 1994 г.

Показано, что эксперименты с электронными пучками могут дать весьма полную информацию о качественно новых кинетических эффектах в двумерном вырожденном газе взаимодействующих между собой электронов.

Показано, що експерименти з електронними пучками можуть дати вельми повну інформацію про якісно нові кінетичні ефекти у двовимірному виродженому газі взаємодіючих між собою електронів.

В последние годы реализованы экспериментальные методики, позволяющие создавать в двумерном электронном газе (2*D*ЭГ) в гетероструктурах неравновесные распределения с малым разбросом скоростей электронов и изучать их развитие во времени под влиянием взаимодействий. Прежде всего речь идет об экспериментах с электронными пучками [1,2], в которых изучались параметры межэлектронного взаимодействия. Сильно анизотропные распределения возникают также в экспериментах по взаимодействию 2*D*ЭГ с пучками баллистических фононов [3].

В настоящей работе рассмотрена эволюция под влиянием межэлектронных столкновений сильно анизотропных распределений с энергиями возбуждений $T \ll |\varepsilon| \ll \varepsilon_F$. Здесь T — температура; ε — энергия электрона ($\varepsilon > 0$) или дырки ($\varepsilon < 0$), отсчитанная от уровня Ферми ε_F. Проанализирована также эволюция пучков с $|\varepsilon| \simeq T$. Первый из указанных вопросов ранее рассматривался Лайхтманом [4]. Однако в этой работе не учтено обстоятельство, на которое впервые обращено внимание в работе [5] (см. также [6,7]), — существенное замедление релаксации нечетных по импульсу распределений в двумерной электронной системе. Таким образом, цель настоящей работы — изучение специфически двумерных процессов релаксации электронных пучков.

Если для простоты пренебречь эффектами пространственной дисперсии, то кинетическое уравнение для неравновесной добавки f к электронному распределению может быть записано в виде

$$\frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial t} = J\{f_{\mathbf{p}}\}\ , \tag{1}$$

$$J\{f_{\mathbf{p}}\} = -\int (\nu_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}} - \nu_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}'})\, d^2p'\ , \tag{2}$$

где $J(f_{\mathbf{p}})$ — линеаризованный интеграл межэлектронных столкновений.

Опуская вычисления, приведем выражение для ядра $\nu_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$, в пренебрежении экспоненциально малыми при $T \to 0$ слагаемыми. При этом уравнения (1), (2) описывают «дотемпературную» стадию релаксации (при временах, меньших времени термализации). На этой стадии уходы из состояния $\mathbf{p}$ происходят только вниз по абсолютной величине энергии, а приходы — только сверху по $|\varepsilon|$ ($\nu_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} = 0$ при $|\varepsilon_{\mathbf{p}'}| < |\varepsilon_{\mathbf{p}}|$). В главном приближении по параметру $|\varepsilon|/\varepsilon_F \ll 1$ имеем

$$\nu_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \approx \frac{\pi^2 W m}{2\varepsilon_F h^5 \sin\varphi} \begin{cases} 2|\delta\varepsilon| & \text{при } \varepsilon\varepsilon' > 0;\ \varphi \gg \dfrac{|\delta\varepsilon|}{\varepsilon_F}\left(\dfrac{|\varepsilon'|}{\varepsilon_F}\right)^{1/2},\ \pi - \varphi \gg \left(\dfrac{|\varepsilon'|}{\varepsilon_F}\right)^{1/2}, \\ -|\varepsilon + \varepsilon'| & \text{при } \varepsilon\varepsilon' < 0;\ \varphi, \pi - \varphi \gg \dfrac{|\delta\varepsilon|}{\varepsilon_F}\ , \end{cases} \tag{3}$$

$$\delta\varepsilon = \varepsilon' - \varepsilon\ ;\quad |\varepsilon|, |\varepsilon'| \ll \varepsilon_F,\quad \varepsilon \equiv \varepsilon_{\mathbf{p}},\quad \varepsilon' \equiv \varepsilon_{\mathbf{p}'}.$$

© Р. Н. Гуржи, А. Н. Калиненко, А. И. Копелиович, 1995

Здесь φ — угол между векторами p и p′; m — масса электрона; W — квадрат модуля матричного элемента межэлектронного взаимодействия. Для простоты W считаем константой. Отметим, что выражение (3) является четной по импульсам функцией: $\nu_{pp'}$ инвариантно относительно замены $\varphi \to \pi - \varphi$ (по определению $0 \le \varphi \le \pi$). Нечетная часть появляется в следующем приближении:

$$\nu^a_{pp'} \simeq -\frac{\pi^2 W m}{2h^5}\,\frac{(\varepsilon')^2-\varepsilon^2}{\varepsilon_F^2}\,\frac{\cos\varphi}{\sin^3\varphi}\,\operatorname{sgn}\varepsilon' \ , \qquad (4)$$

$$\varepsilon\varepsilon' > 0 \ , \quad \varphi, \pi-\varphi >> \left(\frac{|\varepsilon'|}{\varepsilon_F}\right)^{1/2} .$$

Быстрое убывание нечетной части ядра $\nu^a_{pp'} \sim \varphi^{-3}$ находится в соответствии с общим утверждением работ [5–7] о медленности нечетной релаксации*. Покажем, что вследствие указанных свойств ядра $\nu_{pp'}$ релаксация нечетного распределения не только не завершается на дотемпературной стадии, но практически останавливается после первых нескольких столкновений, не приводя к существенной его изотропизации.

Рассмотрим стационарное уравнение

$$\tilde{J}\{\tilde{f}\} = 0 \ ,$$
$$\tilde{J}\{\tilde{f}\} = -\int \nu_{pp'}(\tilde{f}_p - \tilde{f}_{p'})\, d^2p' \qquad (5)$$

с оператором $\tilde{J}$, транспонированным по отношению к оператору столкновений J. Известно, что решения $\tilde{f}$ этого уравнения представляют собой сохраняющиеся в процессе столкновений величины. Ему, естественно, удовлетворяют функции const, p и ε в соответствии с сохранением числа частиц, импульса и энергии. Можно показать, что в случае двух измерений уравнение (5) имеет еще целый класс сильно анизотропных нечетных по импульсу решений $\tilde{f}_a(\varepsilon, \varphi)$, где $0 \le \varphi \le 2\pi$, начало отсчета φ произвольно. Эти решения отвечают локальному в p-пространстве сохранению числа частиц. При $\varepsilon \to 0$ функция $\tilde{f}_a$ имеет вид $1/2\,[\delta(\varphi) - \delta(\varphi - \pi)]$ при конечном $\varepsilon << \varepsilon_F$

$$\tilde{f}_a(\varepsilon, \varphi) \simeq -\frac{\varepsilon}{\varepsilon_F \ln(\varepsilon_F/|\varepsilon|)}\,\frac{\cos\varphi}{\sin^3\varphi} \ , \qquad (6)$$

$$|\pi - \varphi|, \varphi >> (|\varepsilon|/\varepsilon_F)^{1/2} .$$

После каждого столкновения избыточная энергия неравновесного электрона уменьшается (в среднем примерно в 3 раза), так что в пределе большого числа столкновений неравновесные электроны (дырки) оказываются сколь угодно близки к поверхности Ферми. При $\varepsilon \to 0$ релаксация останавливается, так что частота столкновений пропорциональна ε^2. Соответственно уравнение (1) при $T \to 0$ имеет стационарное решение $\delta(\varepsilon)\Phi(\varphi)$, где $\Phi(\varphi)$ — произвольная функция угла. Наличие сохраняющейся величины $f_a(\varepsilon, \varphi)$ позволяет связать нечетную часть конечного для дотемпературного этапа релаксации распределения по углам $\Phi_a(\varphi)$ с начальной неравновесной добавкой $f_{0p} \equiv f_p(t = 0)$:

$$\Phi_a(\varphi) = m^{-1} \int f_{0p'}\, \tilde{f}_a(\varepsilon', \varphi - \varphi')\, d^2p' \ . \qquad (7)$$

Таким образом, как видно из (7), функция $\tilde{f}_a(\varepsilon_0, \varphi)$ (см. (6)) описывает нечетную часть конечного распределения по углам, происходящего из начальной неравновесной добавки вида $f_{0p} = \delta(p - p_0)$, $\varphi(p_0) = 0$, $\varepsilon(p_0) \equiv \varepsilon_0$. Очевидно, что поскольку локальная четная сохраняющаяся величина отсутствует, четная часть конечного распределения изотропна.

Используя полученные выше результаты и результаты анализа температурного режима межэлектронной релаксации [8,9], обсудим на качественном уровне эволюцию исходного узкого высокоэнергетического электронного пучка $f_{0p} = A m \varepsilon_F \delta(p - p_0)$. После первого столкновения электронов пучка с равновесными электронами, которое произойдет за время $\nu^{-1}(\varepsilon_0)$, неравновесное распределение приобретает вид, приблизительно описываемый приходным членом интеграла столкновений: $A\nu^{-1}(\varepsilon_0)\nu_{pp_0}$, где

$$\nu(\varepsilon) = \int \nu_{p'p}\, d^2p' \sim (\varepsilon/\varepsilon_F)^2 \ln(\varepsilon_F/|\varepsilon|) \ . \qquad (8)$$

Вследствие уменьшения энергии неравновесных электронов каждое последующее столкновение требует большего времени, чем предыдущее (примерно в 6 раз). Последующие столкновения существенно не меняют нечетную часть распределения при $\varphi >> (\varepsilon_0/\varepsilon_F)^{1/2}$, но изотропизируют четную часть (приблизительно за $\ln(\varepsilon_F/\varepsilon_0)$ столкновений). Таким образом, после нескольких первых столкновений из первичного пучка формируются пучок электронов и пучок дырок (вместе они как раз и образуют нечетную функцию распределе-

* Найденное в работе [4] выражение, фактически аналогичное (3), не обладает определенной четностью, поскольку в [4] не сделано предположение о постоянстве W. В общем случае при произвольном $W(\varphi)$ медленность нечетной релаксации обеспечивается соотношением $\int \nu^a_{pp'}\, d\varepsilon \sim (\varepsilon'/\varepsilon_F)^3 \varphi^{-3}$.

ния), движущиеся в противоположных направлениях с углом разлета $\sim (\varepsilon_0/\varepsilon_F)^{1/2}$. Функция распределения в центре этих пучков порядка $A(\varepsilon_F/\varepsilon_0)^{1/2}$. В приближении $T \to 0$ распределение указанного вида сохранялось бы сколь угодно долго.

Однако по прошествии времени термализации $\tau_T \simeq \nu^{-1}(T)$ (т.е. после $\ln(\varepsilon_0/T)$ столкновений) энергия неравновесных электронов далее со временем не уменьшается. Конечная электронная температура T определяется как исходной температурой равновесных электронов, так и разогревом электронной системы пучком. На временах больших τ_T нечетная часть распределения уширяется со временем по закону

$$\delta\varphi \simeq \delta\varphi_0 + (T/\varepsilon_F)^{1/2}(t/\tau_T)^{1/4} . \qquad (9)$$

Таким образом, полное размытие пучков электронов и дырок происходит за время $t \simeq \tau_0(\varepsilon_F/T)^4$, $\tau_0 = \text{const}$. Величина $\delta\varphi_0$ в (9) обозначает размытие пучков к началу температурной стадии релаксации. Формула (9) справедлива и для первичного пучка невысокой энергии $\varepsilon_0 \simeq T$, когда дотемпературная стадия отсутствует.

Описанные выше относительно узкие пучки электронов и дырок могут быть обнаружены в экспериментах, подобных уже осуществленным [1]. Если расстояние между эмиттером и детектором $L \le v_F \nu^{-1}(\varepsilon_0) \equiv l_\varepsilon$, то двукратное столкновение на этой длине маловероятно и угловое распределение претерпевших столкновение электронов определяется величиной $\int \nu_{pp_0} d\varepsilon$. При этом, как можно показать, максимальная интенсивность пучка рассеянных электронов должна наблюдаться на расстоянии $r \simeq L(\varepsilon_0/\varepsilon_F)^{3/2}$ от детектора (эти частицы могут быть зарегистрированы тем же детектором при включении поперечного магнитного поля $H \simeq rp_F c/eL^2$). Дырки могут быть обнаружены на расстоянии $r = L(\varepsilon_0/\varepsilon_F)^{1/2}$ от эмиттера, ширина максимума интенсивности дырочного пучка $\simeq L(\varepsilon_0/\varepsilon_F)$. При $L >> l_\varepsilon$ (но $L << l_T$) на длине L успевает произойти несколько столкновений, и угловые размеры обоих пучков становятся порядка $(\varepsilon_0/\varepsilon_F)^{1/2}$ ($r \simeq L(\varepsilon_0/\varepsilon_F)^{1/2}$). Отметим, что результаты работы [4] соответствуют области фона $r >> L(\varepsilon_0/\varepsilon_F)^{1/2}$.

В экспериментах по фокусировке пучка магнитным полем [2] длина траектории первичного пучка L составляет половину ларморовской орбиты. При $L \le l_\varepsilon$ рассеянные электроны вблизи детектора так же распределяются, как и при $H = 0$. Однако рождающиеся дырки движутся по траекториям, далеко отклоняющимся от траектории первичного пучка, и не попадают в область вблизи эмиттера. Интересно, что в пределе $L >> l_\varepsilon$ дырки можно обнаружить вблизи эмиттера: первая родившаяся дырка с вероятностью $\simeq 1/2$ вернется к границе $2D$ЭГ, отклонившись от эмиттера на расстояние $\simeq l_\varepsilon^2/L$ (в противоположную от детектора сторону).

Анализируя движение к детектору электронного и дырочного пучков на температурной стадии их релаксации ($L >> l_T$), следует учитывать, что, согласно [8,9], на длине l_T происходит превращение электрона в дырку (и наоборот), и, таким образом, это движение представляет собой одномерную диффузию. Поэтому время t в формуле (9) есть в данном случае время диффузионного прохождения пути L: $v_F t \simeq L^2/l_T$ и $r \simeq L^{3/2}(T/\varepsilon_F)^{1/2} l_T^{-1/2} \sim T^{3/2}$, $H = 0$.

Возможность непосредственного сравнения результатов данной работы с экспериментом определяется, на наш взгляд, использованием детекторов, способных регистрировать электроны в пределах значительно большего интервала углов, чем в первичном пучке.

Исследования, описанные в этой публикации, были выполнены при частичной поддержке грантом No. U2D000 Международного научного Фонда и проекта 2-141 фонда фундаментальных исследований Государственного комитета Украины по вопросам науки и технологий.

1. L. W. Molenkamp, M. J. P. Brugmans, H. Van Houten, and C. T Foxon, *Semicond. Sci. Technol.* **7B**, 228 (1992).
2. J. Spector, J. S. Weiner, H. I. Stormer, K. W. Baldwin, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Surf. Sci.* **263**, 240 (1992).
3. L. J. Challis, *Low-Dimensional Semiconductor Structures*, Butcher et al. (eds.), Plenum Press, New York (1992).
4. B. Laikhtman, *Phys. Rev.* **B45**, 1259 (1992).
5. Р. Н. Гуржи, А. И. Копелиович, С. Б. Руткевич, *ЖЭТФ* **83**, 290 (1982).
6. R. N. Gurzhi, A. I. Kopeliovich, and S. B. Rutkevich, *Adv. Phys.* **36**, 221 (1987).
7. Р. Н. Гуржи, А. Н. Калиненко, А. И. Копелиович, *ФНТ* **19**, 1046 (1993).
8. R. N. Gurzhi, A. N. Kalinenko, and A. I. Kopeliovich, *Phys. Low-Dim. Struct.* **2**, 75 (1994).
9. Р. Н. Гуржи, А. Н. Калиненко, А. И. Копелиович, *ФНТ* **21**, 114 (1995).

Evolution of electron beams in two-dimensional electron gas

R. N. Gurzhi, A. N. Kalinenko, and A. I. Kopeliovich

It has been shown that the experiments with electron beams can give rather detailed information about qualitatively new kinetic effects in two-dimensional degenerated gas interacting electrons.