Физика низких температур, 1997, т. 23, № 2, с. 135–139

# Отражение и преобразование звуковых волн на границе раздела двух сред в сверхтекучем $^3$He-$A$

Ш. Е. Кекутия, Н. Д. Чхаидзе

*Институт кибернетики АН Грузии, Грузия, 310086, г. Тбилиси, ул. С. Эули, 5*

Статья поступила в редакцию 9 ноября 1995 г., после переработки 2 сентября 1996 г.

Рассмотрено отражение и преобразование звуковых волн в $^3$He-$A$ и $^3$He-$A_1$ в двух различных случаях: 1) на границе с твердой непроницаемой стенкой при произвольном угле падения волны и 2) при нормальном падении волн на границу раздела свободной жидкости и системы периодических плоскопараллельных капилляров, заполняющих полупространство. В случае падения звука на твердую границу вычислены коэффициенты отражения первого и второго звуков, спиновой и спин-температурной волн и коэффициенты взаимной трансформации этих волн. Показано, что продольная спиновая волна не преобразуется в другие волны и происходит ее полное отражение от твердой стенки. Определен угол падения, при котором энергетический коэффициент поглощения первого звука достигает максимального значения, а также интервал углов, соответствующий поглощению и полному внутреннему отражению второго звука. При падении волн на границу плоскопараллельных капилляров найдены коэффициенты возбуждения четвертого звука и магнито-акустической волны первым и вторым звуками; коэффициенты отражения первого и второго звуков и продольной спиновой волны; коэффициент трансформации первого звука во второй, и наоборот; коэффициент отражения четвертого звука от границы раздела системы капилляров и свободной жидкости; коэффициент возбуждения продольной спиновой волны в свободном гелии той же волной в капилляре.

Розглянуто відбиття і перетворення звукових хвиль в $^3$He-$A$ та $^3$He-$A_1$ в двох різних випадках: 1) на границі з твердою непроникненою стінкою при довільному куту падіння хвиль і 2) при нормальному падінні хвиль на границю розподілу вільної рідини та системи періодичних плоскопаралельних капілярів, що заповнюють півпростір. У випадку падіння звуку на тверду границю обчислено коефіцієнти відбиття першого та другого звуків, спінової та спін-температурної хвиль і коефіцієнти взаємної трансформації цих хвиль. Показано, що поздовжня спінова хвиля не перетворюється в інші хвилі і відбувається її повне відбиття від твердої стінки. Визначено кут падіння, при якому енергетичний коефіцієнт поглинання першого звуку досягає максимального значення, а також інтервал кутів, який відповідає поглинанню і повному внутрішньому відбиттю другого звуку. При падінні хвиль на границю плоскопарелельних капілярів знайдено коефіцієнти збудження четвертого звуку і магніто-акустичної хвилі першим та другим звуками; коефіцієнти відбиття першого та другого звуків та поздовжньої спінової хвилі; коефіцієнт трансформації першого звуку в другий, і навпаки; коефіцієнт відбиття четвертого звуку від границі розподілу системи капілярів і вільної рідини; коефіцієнт збудження поздовжньої спінової хвилі у вільному гелію тією ж самою хвилею в капілярі.

PACS: 67.57.–z, 67.57.Np

При температурах порядка нескольких милликельвинов в жидком $^3$He происходит куперовское спаривание квазичастиц в триплетном состоянии с относительным орбитальным моментом $L = 1$, которое приводит к переходу в сверхтекучее состояние. В отсутствие магнитного поля существуют две сверхтекучие фазы жидкого $^3$He, называемые $A$- и $B$-фазами. В сильных магнитных полях в некоторой области температур между нормальным $^3$He и $^3$He-$A$ существует еще одна сверхтекучая фаза $^3$He-$A_1$.

В настоящей работе мы будем интересоваться фазой $^3$He-$A$ в отсутствие магнитного поля и фазой $^3$He-$A_1$. В обеих фазах единичный вектор l определяет направление, вдоль которого орбитальный момент куперовских пар имеет проекцию $L_z = 1$. Сверхтекучая жидкость $^3$He-$A$ представляет собой когерентную смесь двух сверхтекучих компонентов, характеризуемых куперовским спариванием в спиновых конфигурациях $s_z = \pm 1$ вдоль единичного вектора s, а в $^3$He-$A_1$ присутствуют куперовские пары в единственном спиновом состоянии $s_z = 1$.

Мощным методом изучения свойств сверхтекучего $^3$He является ЯМР. Но также богатую и ценную информацию о свойствах сверхтекучего $^3$He можно извлечь при исследовании распространения в нем колебаний.

© Ш. Е. Кекутия, Н. Д. Чхаидзе, 1997

Волновые процессы описываются системой гидродинамических уравнений. Поскольку рассматриваемые фазы являются анизотропными жидкостями, входящие в уравнения феноменологические коэффициенты являются тензорами. Но для упрощения вычислений мы не учитываем в явном виде эту анизотропию. Кроме того, в рассмотренных нами задачах равновесная текстура векторов l и s однородна. Поэтому можно пользоваться уравнениями гидродинамики, приведенными в работе [1]. Здесь же отметим, что в звуковом процессе вектор l можно считать жестко зафиксированным [2].

В сверхтекучих фазах $^3$He могут распространяться различные типы волн. Нормальными звуковыми модами в неограниченном $^3$He-$A$ являются первый и второй звуки, продольная спиновая волна, а в $^3$He-$A_1$ — первый звук и спин-температурная волна. В капиллярах при полном торможении нормальной компоненты в $^3$He-$A$ нормальные моды — это четвертый звук и продольная спиновая волна, а в $^3$He-$A_1$ — магнито-акустическая волна. Кроме того, в $^3$He-$A$ и $^3$He-$A_1$ существует диффузионная вязкая мода, в которой колеблется только нормальная компонента при пренебрежении тензорным характером кинетических коэффициентов, входящих в гидродинамические уравнения [3].

В настоящей работе исследуется отражение и преобразование звуковых волн в $^3$He-$A$ и $^3$He-$A_1$ в двух различных случаях: а) на границе с твердой непроницаемой стенкой при произвольном угле падения волны, б) при нормальном падении волн на границу раздела свободной жидкости и системы периодических плоскопараллельных капилляров, заполняющих полупространство.

## 1. Отражение и преобразование волн в $^3$He-$A$ и $^3$He-$A_1$ на границе с твердой непроницаемой стенкой

Отражение волн от твердой стенки в сверхтекучей жидкости обладает своеобразием, связанным с возможностью распространения в ней нескольких типов волн. При падении звука на стенку, помимо отражения данного звука, происходит возбуждение других типов звуковых волн и вязкой волны, которая в данном случае является основным механизмом диссипации звуковой энергии.

Считая стенку абсолютно жесткой, немагнитной и идеальным теплоизолятором, получаем граничные условия: равенство нулю нормальной составляющей (ось $x$) полных потоков массы, намагниченности и тепла, а также условие «проскальзывания» для скорости нормального движения (для общности рассмотрения с [4]). В случае $^3$He-$A$ они принимают следующий вид:

$$v_{sx} = 0,\ w_{spx} = 0,\ v_{nx} = 0,$$
$$v_{ny} = -\frac{1+P}{1-P}\,\xi\,\frac{\partial v_{ny}}{\partial x}, \tag{1}$$

где $v_n$ — скорость нормального движения; $v_s$ — обычная сверхтекучая скорость; $w_{sp}$ — спиновая сверхтекучая скорость; $\xi$ — длина скольжения; $P$ — доля зеркально отраженных квазичастиц.

Будем рассматривать движение жидкости как суперпозицию падающей и отраженных волн, тогда

$$v_n = \sum_{j=1}^{2} \nabla\,(Q_j + \tilde{Q}_j) + v_{tr},$$
$$v_s = \sum_{j=1}^{2} P_j \nabla\,(Q_j + \tilde{Q}_j),$$
$$w_{sp} = \nabla Q_3 + \nabla \tilde{Q}_3, \tag{2}$$
$$P_1 = 1,\ P_2 = -\rho_n/\rho_s,$$

где $Q_1$, $Q_2$, $Q_3$ — потенциалы скоростей падающих волн первого и второго звуков и продольной спиновой волны соответственно; $\tilde{Q}_1$, $\tilde{Q}_2$, $\tilde{Q}_3$ — потенциалы скоростей отраженных волн; $v_{tr}$ — скорость нормального компонента в возникшей при отражении вязкой волне; $\rho_n$ и $\rho_s$ — плотности нормальной и сверхтекучей компонентов.

Для того чтобы получить количественное соотношение между интенсивностями падающей и отраженной волн, запишем потенциалы скоростей в этих волнах в виде

$$Q_j = c_j \exp\left(i(k_j \cos\theta_j\, x + k_j \sin\theta_j\, y - \omega t)\right),$$
$$v_{trx} = \frac{k_{\eta y}}{k_{\eta x}} v_{try},$$
$$v_{try} = \tilde{c}_\eta \exp\left(i(-k_{\eta x} x + k_{\eta y} y - \omega t)\right), \tag{3}$$
$$k_{\eta x}^2 = k_\eta^2 - k_{\eta y}^2,$$
$$\tilde{Q}_j = \tilde{c}_j \exp\left(i(-k_j \cos\theta_j\, x + k_j \sin\theta_j\, y - \omega t)\right),$$
$$(j = 1, 2, 3),$$

где $c_1$, $c_2$, $c_3$ — амплитуды падающих волн; $\tilde{c}_1$, $\tilde{c}_2$, $\tilde{c}_3$, $\tilde{c}_\eta$ — амплитуды отраженных волн; $k_1$, $k_2$, $k_3$, $k_\eta$ — соответственно волновые векторы первого и второго звуков, продольной спиновой и

вязкой волн; $\theta_1$, $\theta_2$, $\theta_3$ — углы падения и отражения соответствующих волн; $\omega$ — частота звука.

С помощью граничных условий (1) и соотношений (2), (3) определяем отношение амплитуд отраженной и падающей волн, с помощью которых находим коэффициенты отражения первого звука $R_{11}$, второго звука $R_{22}$, спиновой волны $R_{33}$ и коэффициенты взаимной трансформации этих волн ($R_{12}$, $R_{21}$, $R_{13}$, $R_{32}$, $R_{23}$, $R_{31}$). Эти коэффициенты определяются как отношение нормальных к поверхности потоков энергии в отраженной и падающей волнах:

$$R_{12} = R_{21} = 8\frac{\rho_s}{\rho_n}\frac{k_1}{k_2}\frac{a^2\cos\theta_1}{(1+a+b+\gamma)^2+(a+b+\gamma)^2};$$

$$R_{11} = \frac{(1+b+\gamma-a)^2+(b+\gamma-a)^2}{(1+a+b+\gamma)^2+(a+b+\gamma)^2};$$

$$R_{13} = R_{31} = 0;\quad R_{23} = R_{32} = 0; \tag{4}$$

$$R_{22} = \frac{(1+a-b+\gamma)^2+(a-b+\gamma)^2}{(1+a+b+\gamma)^2+(a+b+\gamma)^2};$$

$$R_{33} = 1,$$

где

$$a = \left(\frac{\rho_n}{2\rho}\right)\lambda_v k_1 \sin\theta_1 \operatorname{tg}\theta_1;$$

$$b = \left(\frac{\rho_s}{2\rho}\right)\lambda_v \frac{k_1^2}{k_2}\sin^2\theta_1;$$

$$\gamma = (1+P)\xi/(1-P)\lambda_v;$$

$\lambda_v$ — длина вязкой волны; углы $\theta_1$ и $\theta_2$ связаны соотношением $k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2$.

Из этих выражений следует, что продольная спиновая волна полностью отражается. Согласно закону сохранения энергии, энергетические коэффициенты поглощения первого и второго звуков определяется как

$$D_1 = 1 - R_{11} - R_{12};\quad D_2 = 1 - R_{22} - R_{21}.$$

При угле падения

$$\theta_{1\max} = \pi/2 - (\rho_n/\rho)k_1\lambda_v(\sqrt{2}/2)(1-\gamma)$$

коэффициент поглощения первого звука достигает максимального значения, затем резко уменьшается. Поскольку $R_1\lambda_v \ll 1$, $\theta_{1\max}$ близко к $\pi/2$. Чем больше $\gamma$, тем ближе $\theta_{1\max}$ к $\pi/2$. Поглощение второго звука, связанное с вязкой волной, наблюдается в интервале углов $0 < \theta_2 < \theta_2' = \arcsin(k_1/k_2)$. При углах $\theta_2 = 0$ и $\theta_2 > \theta_2'$ происходит полное внутреннее отражение второго звука.

При наличии сильного магнитного поля $H$ вблизи температуры перехода $T_c = 3$ мК $A$-фаза переходит в фазу $A_1$. Для того чтобы текстуры l и s были однородными, магнитное поле должно быть направлено вдоль стенки. Тогда задача отражения и преобразования волн на стенке сходна с ситуацией в случае $^3$He-$A$, за исключением того, что, согласно гидродинамическим уравнениям [1], в $^3$He-$A_1$ физический смысл имеет не отдельно $\mathbf{v}_s$ и $\mathbf{w}_{sp}$, а сумма $\mathbf{v}_s + \mathbf{w}_{sp}$, также сверхтекучие потоки массы и спина совпадают и граничные условия имеют следующий вид:

$$v_{sx} + w_{spx} = 0;\ v_{nx} = 0;\ v_{ny} = -\frac{1+P}{1-P}\xi\frac{\partial v_{ny}}{\partial x}. \tag{5}$$

для скоростей имеем

$$\mathbf{v}_n = \sum_{j=1}^{2}\nabla(Q_j + \tilde{Q}_j) + \mathbf{v}_{\mathrm{tr}},$$

$$\mathbf{v}_s + \mathbf{w}_{sp} = \sum_{j=1}^{2} P_j \nabla(Q_j + \tilde{Q}_j), \tag{6}$$

где снова $P_1 = 1$ и $P_2 = (-\rho_n/\rho_s)$. Индекс $j = 1$ соответствует первому звуку, $j = 2$ — спин-температурной волне. Здесь нами учтено, что $M/M_s \ll 1$, где $M$ — равновесная продольная намагниченность; $M_s$ — намагниченность полностью поляризованного жидкого $^3$He.

Для $R_{11}$, $R_{22}$, $R_{12}$ и $R_{21}$ получаем такие же выражения, как (4), только $k_2$ представляет собой волновой вектор спин-температурной волны.

## 2. Преобразование звуков в $^3$He-$A$ и $^3$He-$A_1$ на границе с системой периодических плоскопараллельных капилляров

Исследование распространения волн в ограниченной геометрии дает возможность одновременно изучать совокупность звуковых процессов. В этом отношении интересным объектом для исследования свойств сверхтекучих жидкостей является система, состоящая из пористой среды. Моделью пористой среды выбрана система одинаковых плоскопараллельных капилляров шириной $d$, которые образованы непроницаемыми плоскостями толщиной $D - d$, перпендикулярными границе раздела свободная жидкость—капилляры, и заполнены

сверхтекучим гелием [5]. Считается, что $d$ гораздо меньше длины вязкой волны $\lambda_v$ и дипольной длины $\xi_d$.

Рассмотрим падение первого, второго звуков и продольной спиновой волны из свободной жидкости $^3$He-$A$ на пористую среду, заполненную сверхтекучей жидкостью $^3$He-$A$. Предполагаем, что звук падает нормально на границу раздела ($y = 0$) свободной жидкости ($x < 0$) и системы капилляров ($x > 0$) и распространяется вдоль оси $x$. В капиллярах при этом возникает четвертый звук. При падении звука на границе с системой капилляров, кроме однородных по $y$ звуковых волн, возникают и неоднородные волны. Поскольку мы рассматриваем систему капилляров как модель пористой среды, период $D$ системы капилляров значительно меньше характерных длин волн:

$$k_1 D \ll 1,\ k_2 D \ll 1,\ k_3 D \ll 1,$$
$$|k_\eta| D \ll 1,\ k_4 D \ll 1,$$

где $k_4$ — волновой вектор четвертого звука. В этих условиях все неоднородные волны будут затухать на расстояниях значительно меньших характерных длин волн, и мы будем учитывать только однородные волны. На границе раздела свободная жидкость—капилляры выполняются следующие граничные условия: непрерывность потока тепла, непрерывность нормальной составляющей полного потока массы, непрерывность потока намагниченности, непрерывность химического потенциала, который является потенциалом возвращающей силы для $\mathbf{v}_s$ и непрерывность аналогичной величины для $\mathbf{w}_{sp}$, которой является $(M_s/\rho)h$, где $h$ — внутренне магнитное поле. Следовательно, граничные условия для $^3$He-$A$ соответственно представляются в виде

$$\begin{gathered} v_{nx}(x<0) = 0\,, \\ Dv_{sx}(x<0) = dv_{sx}(x>0)\,, \\ Dw_{spx}(x<0) = dw_{spx}(x>0)\,, \\ \mu(x<0) = \mu(x>0)\,, \\ \frac{M_s}{\rho} h(x<0) = \frac{M_s}{\rho} h(x>0)\,. \end{gathered} \tag{7}$$

Для колеблющихся величин имеем

$$\mathbf{v}_n(x<0) = \sum_{j=1}^{2} \nabla\,(Q_j + \tilde{Q}_j)\,,$$

$$\mathbf{v}_s(x<0) = \sum_{j=1}^{2} P_j\,(Q_j + \tilde{Q}_j)\,,$$

$$\mathbf{w}_{sp}(x<0) = \nabla\,Q_3 + \nabla\,\tilde{Q}_3\,,$$

$$\mu(x<0) = i\omega \sum_{j=1}^{2} P_j\,(Q_j + \tilde{Q}_j)\,, \tag{8}$$

$$\frac{M_s}{\rho} h(x<0) = i\omega(Q_3 + \tilde{Q}_3)\,,\ \mathbf{v}_s(x>0) = \nabla\,Q_4'\,,$$

$$\mathbf{w}_{sp}(x<0) = \nabla\,\tilde{Q}_3\,,\ \mu(x>0) = i\omega Q_4'\,,$$

$$\frac{M_s}{\rho} h(x>0) = i\omega Q_3'\,,$$

где $Q_j$, $\tilde{Q}_j$ — потенциалы скоростей падающих и отраженных волн; $Q_4'$ — потенциал сверхтекучей скорости возбужденного в капиллярах четвертого звука; $Q_3'$ — потенциал спиновой сверхтекучей скорости, возбужденной в капиллярах продольной спиновой волны. Эти потенциалы имеют вид

$$\begin{gathered} Q_j = c_j \exp\left(i(k_j x - \omega t)\right), \\ \tilde{Q}_j = \tilde{c}_j \exp\left(i(-k_j x - \omega t)\right)\,,\ j = 1, 2, 3\,, \\ Q_3' = c_3' \exp\left(i(k_3 x - \omega t)\right)\,, \\ Q_4' = c_4' \exp\left(i(k_4 x - \omega t)\right). \end{gathered} \tag{9}$$

С помощью (7)–(9) находим отношение амплитуд отраженной и возбужденной в капиллярах волн к падающей волне. После этого определяются коэффициенты возбуждения четвертого звука первым $A_1$ и вторым $A_2$ звуками, а также коэффициент возбуждения продольной спиновой волны спиновой же волной $A_3$:

$$\begin{gathered} A_1 = 4\,\frac{d}{D}\sqrt{\rho_s/\rho}\left(1 + \frac{d}{D}\sqrt{\rho_s/\rho}\right)^{-2}; \\ A_2 = \frac{\rho_n}{\rho_s}\frac{k_1}{k_2} A_1\,; \\ A_3 = 4\,\frac{d}{D}\left(1 + \frac{d}{D}\right)^{-2}. \end{gathered} \tag{10}$$

Также вычислим коэффициенты отражения первого звука $R_{11}$, второго звука $R_{22}$ и продольной спиновой волны $R_{33}$:

$$\begin{gathered} R_{11} = 1 - A_1\,, \\ R_{22} = 1 - \frac{\rho_n}{\rho_s}\frac{k_1}{k_2} A_1\left(1 + \frac{d}{D}\sqrt{\rho_s/\rho}\right); \\ R_{33} = \frac{(1 - d/D)^2}{(1 + d/D)^2}\,. \end{gathered} \tag{11}$$

Коэффициенты трансформации первого звука во второй $R_{12}$ и второго в первый $R_{21}$ выглядят следующим образом:

$$R_{12} = R_{21} = 4\left(\frac{d}{D}\right)^2 \frac{k_1}{k_2}\frac{\rho_n}{\rho}\left(1 + \frac{d}{D}\sqrt{\rho_s/\rho}\right)^{-2}. \quad (12)$$

Как и при отражении звуков от сплошной стенки, продольная спиновая волна не смешивается с другими волнами. В отличие от аналогичной задачи в случае He-II [5] мы получили выражения для $A_3$ и $R_{33}$.

Исследуя аналогичным путем отражение четвертого звука от границы раздела системы капилляров, заполненных сверхтекучим гелием, и свободной жидкости и возбуждение им первого и второго звуков в свободном гелии, а также отражение спиновой волны, находим

$$R_1 = R_{11}\ ;\ F_1 = A_1\ ;\ F_2 = A_2\ ;\quad F_3 = A_3\ ;\ R_2 = R_{33}\ , \quad (13)$$

где $R_1$ и $R_2$ — коэффициенты отражения четвертого звука и продольной спиновой волны от конца капилляра; $F_1$ и $F_2$ — коэффициенты возбуждения первого и второго звуков четвертым; $F_3$ — коэффициент возбуждения продольной спиновой волны в свободном гелии той же волной в капилляре.

Интересно также рассмотреть отражение и преобразование звуковых волн в случае сверхтекучего $^3$He-$A_1$. Граничные условия в $^3$He-$A_1$ накладываются не отдельно на $v_s$, $\mu$, $w_{sp}$ и $(M_s/\rho)h$, а на $v_s + w_{sp}$ и $\mu + (M_s/\rho)h$. Эти условия сокращаются до трех, но неизвестных величин тоже остается три, так как мы имеем потенциалы скоростей первого звука, спин-температурной и магнито-акустической волн. Выражения для $A_1$, $A_2$, $R_{11}$, $R_{22}$, $R_{12}$ и $R_{21}$ остаются такими же, как в случае сверхтекучего $^3$He-*A*, но только индекс «2» соответствует спин-температурной волне.

Наши вычисления проводились при условии однородности текстур l и s в неограниченном объеме гелия и в капиллярах. Это, конечно, верно в случае $D - d \ll d$. Но надеемся, что полученные нами результаты справедливы для любых значений $d$ и $D$ (при $D$ гораздо меньшем характерных длин волн). Конечно, однородность текстуры будет нарушена вблизи границы на расстоянии значительно меньшем длин звуковых волн, но эта неоднородность не должна влиять на результаты вычислений.

1. Г. Е. Барамидзе, Г. Е. Гургенишвили, Г. А. Харадзе, *ФНТ* **9**, 122 (1983).
2. Г. Е. Воловик, *УФН* **143**, 73 (1984).
3. Ш. Е. Кекутия, Д. Г. Саникидзе, Н. Д. Чхаидзе, *ФНТ* **11**, 1127 (1985).
4. Ш. Е. Кекутия, Д. Г. Саникидзе, *ФНТ* **11**, 572 (1985).
5. М. И. Каганов, Д. Г. Саникидзе, О. Г. Ткешелашвили, В. Я. Ямпольский, *ЖЭТФ* **59**, 812 (1970).

## Reflection and transformation of acoustic waves at the interface in superfluid $^3$He-*A*

Sh. E. Kekutiya and N. D. Chkhaidze

Reflection and transformation of acoustic waves in $^3$He-*A* and $^3$He-$A_1$ are considered for two cases: (1) at the boundary with a solid impermeable wall at an arbitrary angle of incidence of a wave and (2) for normal incidence of waves on the interface between a free liquid and a system of periodic plane-parallel capillaries filling the semi-space. For the first case we have calculated the reflection coefficients of the first and the second sounds and spin and spin-temperature waves as well as the coefficients of transformation of these waves into each other. It is shown that the longitudinal wave undergoes no transformation into other waves, there occurs instead its complete reflection from the solid wall. The angle of incidence at which the energy attenuation coefficient of the first sound is maximum, and the interval of angles corresponding to the attenuation and the total interval reflection of the second sound are estimated. For the second case we have obtained: the coefficients of excitation of the fourth sound and the magneto-acoustic wave by the first and the second sounds; the reflection coefficients for the first and the second sounds and the longitudinal spin wave; the coefficient of transformation of the first sound into the second one and vice versa; the coefficient of reflection of the fourth sound from the capillary system — free liquid interface; the coefficient of excitation of longitudinal spin wave in free helium by the same wave in a capillary.