Физика низких температур, 1997, т. 23, № 8, с. 830–834

Нелинейные волны стационарного профиля в пространственно неупорядоченных магнитных средах

Е. А. Иванченко

Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт",
Украина, 310108, г. Харьков, ул. Академическая, 1
E-mail: yevgeny@kipt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 27 февраля 1996 г., после переработки 29 ноября 1996 г.

Исследуется нелинейная эволюционная система уравнений гидродинамического типа, описывающая трехмерный многоподрешеточный магнетик. Получен явный вид функции плотности энергии для магнитных систем, в которых плотность энергии инвариантна относительно правых и левых спиновых вращений. Для квадратично-биквадратичной зависимости плотности энергии (в терминах инвариантных функций Картана) в одномерном случае найдены точные решения для спиновой плотности в виде волн стационарного профиля, а также решения для магнонных полей, индуцирующих такие волны.

Досліджується нелінійна еволюційна система рівнянь гідродинамічного типу, яка описує тривимірний багатопідгратковий магнетик. Одержано явний вигляд функції густини енергії для магнітних систем, в яких густина енергії інваріантна відносно правих та лівих спінових обертань. Для квадратично-біквадратичної залежності густини енергії (в термінах інваріантних функцій Картана) в одновимірному випадку знайдено точні розв'язки для спінової густини у вигляді хвиль стаціонарного профілю, а також розв'язки для магнонних полів, які формують такі хвилі.

PACS: **75.10.–b**

Введение

При изучении спиновых возбуждений в пространственно неупорядоченных средах, таких как многоподрешеточные магнетики, сверхтекучие состояния гелия-3, спиновые стекла и др., используется гипотеза о спонтанном нарушении симметрии состояния статистического равновесия [1,2]. На основании этой гипотезы в работе [3] был предложен гидродинамический подход, с помощью которого удалось сформулировать динамические уравнения для магнитных сред со спонтанно нарушенной симметрией относительно спиновых вращений. Линейные динамические уравнения получены в [4,5], а учет нелинейной динамики в методе феноменологических лагранжианов проведен в [6,7], в гамильтоновом формализме — в работе [8].

Динамические переменные, описывающие неравновесное состояние магнетиков со спонтанно нарушенной симметрией, включают в себя плотность спина $s_\alpha(\mathbf{x})$ ($\alpha = x, y, z$) и параметр порядка — ортогональную матрицу поворота $a_{\alpha\beta}(\mathbf{x})$ ($a^T a = 1$), набор скобок Пуассона для которых имеет вид

$$\left\{s_\alpha(\mathbf{x}),\ s_\beta(\mathbf{x}')\right\} = e_{\alpha\beta\gamma} s_\gamma(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \ ,$$
$$\left\{s_\alpha(\mathbf{x}),\ a_{\beta\gamma}(\mathbf{x}')\right\} = e_{\alpha\gamma\rho} a_{\beta\rho}(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \ , \qquad (1)$$
$$\left\{a_{\alpha\beta}(\mathbf{x}),\ a_{\gamma\rho}(\mathbf{x}')\right\} = 0 \ .$$

Исследуем динамику в длинноволновом пределе, когда пространственные неоднородности динамических переменных малы, и учтем возможные нелинейные взаимодействия спиновых волн на основе использования концепции спонтанного нарушения $SO(3)$-симметрии спиновых вращений, относительно которых обменные взаимодействия являются инвариантными. Будем считать, что плотность энергии является функцией величин s, a, ∇a или, что то же самое, функцией величин s, a,

$$\omega_{\alpha k}(a) = \frac{1}{2}\, e_{\alpha\beta\gamma} a_{\lambda\gamma} \nabla_k a_{\lambda\beta} \quad \text{(левая форма Картана):}$$

$$\varepsilon(x,\, s_\alpha(\mathbf{x}'),\, a(\mathbf{x}')) = \varepsilon(s_\alpha(\mathbf{x}),\, \omega_{\alpha k}(a),\, a),\ k = x, y, z\,. \tag{2}$$

Поскольку плотность энергии обменных взаимодействий инвариантна относительно однородных поворотов

$$\left\{S_\alpha\,,\, \varepsilon\right\} = 0, \tag{3}$$

где

$$S_\alpha = \int d^3x s_\alpha(\mathbf{x})\ ,$$

то

$$\varepsilon(s,\, a,\, \omega_k) = \varepsilon(bs,\, ba,\, b\omega_k) = \varepsilon(\,\underline{s},\, \underline{\omega}_k)\ . \tag{4}$$

В формуле (4) b — произвольная ортогональная матрица; $\underline{s} \equiv as$; $\underline{\omega}_{\alpha k} = ½\, e_{\alpha\beta\gamma} a_{\beta\lambda} \nabla_k a_{\gamma\lambda}$ — правая форма. Используя скобки Пуассона (1), уравнения движения для пространственно неупорядоченного магнетика без учета диссипации можно записать в гамильтоновой форме:

$$\dot{s}_\alpha = \left\{s_\alpha\,,\, H\right\} = -\,\nabla_k \partial_{\omega_{\alpha k}} \varepsilon\ ,$$

$$\dot{a}_{\alpha\beta} = \left\{a_{\alpha\beta}\,,\, H\right\} = a_{\alpha\rho} e_{\rho\beta\gamma}\, \partial_{s_\gamma} \varepsilon\ , \tag{5}$$

$$H = \int d^3x \varepsilon(\mathbf{x})$$

— гамильтониан системы; точка означает частную производную по времени.

Скобки Пуассона для переменных $\underline{s}_\alpha \equiv a_{\alpha\beta} s_\beta$, $\underline{\omega}_{\alpha k} \equiv a_{\alpha\beta} \omega_{\beta k}$ имеют вид

$$\left\{\underline{s}_\alpha(\mathbf{x}),\, \underline{s}_\beta(\mathbf{x}')\right\} = -\, e_{\alpha\beta\gamma}\, \underline{s}_\gamma(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\ ,$$

$$\left\{\underline{\omega}_{\alpha k}(\mathbf{x}),\, \underline{\omega}_{\beta l}(\mathbf{x}')\right\} = 0,$$

$$\left\{\underline{s}_\alpha(\mathbf{x}),\, \underline{\omega}_{\beta k}(\mathbf{x}')\right\} = e_{\alpha\nu\beta}\, \underline{\omega}_{\nu k}(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') + \delta_{\alpha\beta} \nabla'_k \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\ . \tag{6}$$

Поэтому эволюционные уравнения (5) в переменных $\underline{s}_\alpha$, $\underline{\omega}_{\alpha k}$ принимают форму уравнений со связями Маурера—Картана [8,9]:

$$\dot{\underline{s}}_\alpha = -\nabla_k \partial_{\underline{\omega}_{\alpha k}} \varepsilon + e_{\alpha\beta\gamma} \left(\underline{s}_\beta \partial_{\underline{s}_\gamma} \varepsilon + \underline{\omega}_{\beta k}\, \partial_{\underline{\omega}_{\gamma k}} \varepsilon \right),$$

$$\dot{\underline{\omega}}_{\alpha k} = -\nabla_k \partial_{\underline{s}_\alpha} \varepsilon + e_{\alpha\beta\gamma}\, \underline{\omega}_{\beta k} \partial_{\underline{s}\gamma} \varepsilon\ , \tag{7}$$

$$\nabla_k\, \underline{\omega}_{\alpha i} - \nabla_i\, \underline{\omega}_{\alpha k} = e_{\alpha\beta\gamma}\, \underline{\omega}_{\beta k}\, \underline{\omega}_{\gamma i}\ .$$

В уравнениях (7) $\underline{\omega}_\alpha = ½\, e_{\alpha\beta\gamma}\, (\dot{a} a^T)_{\gamma\beta}$ — правая форма, связанная с временной производной; $\underline{\omega}_\alpha \equiv -\,\partial_{\underline{s}_\alpha} \varepsilon$. Из системы уравнений (7) следует, что локально сохраняются плотность энергии ε и компоненты импульса π_i :

$$\dot{\varepsilon} = -\,\nabla_k \partial_{\underline{s}_\alpha} \varepsilon\, \partial_{\underline{\omega}_{\alpha k}} \varepsilon\ , \qquad \dot{\pi}_\alpha = -\,\nabla_k t_{ik}\ , \tag{8}$$

где $\pi_i = \underline{s}_\alpha\, \underline{\omega}_{\alpha i}$;

$$t_{ik} = -\,\delta_{ik}(\varepsilon - \underline{s}_\alpha \partial_{\underline{s}_\alpha} \varepsilon) + \underline{\omega}_{\alpha i}\, \partial_{\underline{\omega}_{\alpha k}} \varepsilon \tag{9}$$

— тензор плотности потока импульса.

Система уравнений общего положения (7) исследовалась в работе [11]. В настоящей работе получены формулы, описывающие спиральные волны спиновой плотности в квазиодномерном изотропном магнетике с учетом биквадратичных вкладов в плотности энергии. В работе [12] в лагранжевом подходе для случая квадратичной зависимости плотности энергии (аморфный магнетик) найдены солитонные решения. Нелинейная динамика многоподрешеточных неколлинеарных антиферромагнетиков с модулированной магнитной структурой в присутствии внешнего магнитного поля изучалась в [13].

Модельная плотность энергии

Рассмотрим неупорядоченный магнетик, у которого плотность энергии инвариантна относительно левых и правых спиновых вращений. В этом случае функция плотности энергии ε удовлетворяет переопределенной системе уравнений в частных производных [10]:

$$e_{\alpha\beta\gamma}\,(\,\underline{s}_\beta \partial_{\underline{s}_\gamma} \varepsilon + \underline{\omega}_{\beta k} \partial_{\underline{\omega}_{\gamma k}} \varepsilon) = 0\ . \tag{10}$$

Общее решение системы (10) имеет вид

$$\varepsilon = G(\,\underline{s}^2_\alpha\,,\, \underline{\omega}^2_{\alpha x}\,,\, \underline{\omega}^2_{\alpha y}\,,\, \underline{\omega}^2_{\alpha z}\,,\, \pi_x\,,\, \pi_y\,,\, \pi_z)\ , \tag{11}$$

где G — произвольная функция указанных аргументов. Поскольку система (10) инвариантна относительно группы перестановок индекса k, целесообразно перейти к симметрическим переменным. После этого для практических расчетов можно ограничиться следующим выражением для плотности энергии:

$$\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_a\ ,$$

в котором

$$\varepsilon_i = \frac{1}{2\chi}\underline{s}^2_\alpha + \frac{\rho}{2}\underline{\omega}^2_{\alpha i} + \frac{q}{2}\pi_i^2 \qquad (12)$$

— изотропная и

$$\varepsilon_a = \frac{\gamma}{2}(\underline{\omega}^2_{\alpha x}\underline{\omega}^2_{\alpha y} + \underline{\omega}^2_{\alpha x}\underline{\omega}^2_{\alpha z} + \underline{\omega}^2_{\alpha y}\underline{\omega}^2_{\alpha z}) +$$

$$+\frac{\delta}{2}\underline{\omega}^2_{\alpha x}\underline{\omega}^2_{\alpha y}\underline{\omega}^2_{\alpha z} + \frac{\gamma_1}{2}(\pi_x^2\pi_y^2 + \pi_x^2\pi_z^2 + \pi_y^2\pi_z^2) + \frac{\delta_1}{2}\pi_x^2\pi_y^2\pi_z^2 \qquad (13)$$

— анизотропная части энергии; χ — магнитная восприимчивость; ρ — константа «жесткости» ; q, γ, δ, γ_1 , δ_1 — феноменологические константы связи.

Для изотропной квадратично-биквадратичной зависимости плотности энергии от переменных $\underline{s}_\alpha$, $\underline{\omega}_{\alpha k}$ (12) одномерные спиновые возбуждения описываются уравнениями

$$\dot{\underline{s}}_\alpha = -\partial_x(\rho\underline{\omega}_{\alpha x} + q\pi\,\underline{s}_\alpha) ,$$

$$\dot{\underline{\omega}}_{\alpha x} = -\partial_x\left(\frac{\underline{s}_\alpha}{\chi} + q\pi\,\underline{\omega}_{\alpha x}\right) + \frac{1}{\chi}e_{\alpha\beta\gamma}\underline{\omega}_{\beta x}\underline{s}_\gamma , \qquad (14)$$

$$\pi \equiv \underline{s}_\alpha\underline{\omega}_{\alpha x} .$$

Решение уравнений

Перейдем к нахождению точных нелинейных решений стационарного профиля, т.е. к случаю, когда искомые функции $\underline{s}_\alpha(x, t)$, $\underline{\omega}_{\alpha x}(x, t)$ зависят от автомодельной переменной $x + et$ (параметр e определяет возможные скорости распространения возмущений в системе). В этой ситуации система уравнений (14) принимает вид

$$(e\underline{s}_\alpha + \rho\underline{\omega}_{\alpha x} + q\pi\underline{s}_\alpha)' = 0 ,$$

$$\left(e\underline{\omega}_{\alpha x} + \frac{\underline{s}_\alpha}{\chi} + q\pi\,\underline{\omega}_{\alpha x}\right)' = \frac{1}{\chi}e_{\alpha\beta\gamma}\underline{\omega}_{\beta x}\underline{s}_\gamma , \qquad (15)$$

$$f' \equiv \frac{df}{d(x+et)} .$$

Из системы (15) непосредственно следует, что

$$e\underline{s}_\alpha + \rho\underline{\omega}_{\alpha x} + q\pi\,\underline{s}_\alpha = C_\alpha ,$$

$$\pi = \frac{C_\alpha\underline{s}_\alpha - e\,\underline{s}^2_\alpha}{\rho + q\underline{s}^2_\alpha} , \qquad (16)$$

где C_α — константы интегрирования. С помощью уравнений (16) в системе (15) легко исключить неизвестные функции $\underline{\omega}_{\alpha x}$. На первом этапе мы приходим к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$(k'\delta_{\alpha\beta} + F_\alpha F_\beta)\,\underline{s}'_\beta = e_{\alpha\beta\gamma}C_\beta\,\underline{s}_\gamma , \qquad (17)$$

в которой введены обозначения

$$k' = \rho - \chi(e + q\pi)^2 ,$$

$$F_\alpha = \left(\frac{\chi q}{\rho + q\underline{s}^2_\alpha}\right)^{1/2}\left\{C_\alpha - \frac{2(e\rho + qC_\alpha\underline{s}_\alpha)}{\rho + q\underline{s}^2_\alpha}\underline{s}_\alpha\right\} . \qquad (18)$$

Систему (17) легко преобразовать к линейной, если найти явный вид для производных $\underline{s}'_\alpha$, умножив (17) слева на матрицу, обратную матрице $k'\delta_{\alpha\beta} + F_\alpha F_\beta$:

$$\underline{s}'_\alpha = \frac{1}{k'}e_{\alpha\beta\gamma}C_\beta\,\underline{s}_\gamma , \qquad k'^3 + k'^2F^2_\alpha \neq 0 . \qquad (19)$$

Как следует из (19), величины $C_\alpha\underline{s}_\alpha$ и $\underline{s}^2_\alpha$ не зависят от переменной $x + et$. Выполнив масштабное преобразование $\xi = (x + et)\,|C_\alpha|\,/[\rho - \chi(e + q\pi)^2]$, приходим к линейной системе уравнений Эйлера для правой формы $\underline{s}_\alpha$:

$$\frac{d}{d\xi}\underline{s}_\alpha = e_{\alpha\beta\gamma}n_\beta\underline{s}_\gamma , \qquad n_\alpha \equiv \frac{C_\alpha}{|C_\alpha|} . \qquad (20)$$

Решение системы (20) имеет вид

$$\underline{s}_\alpha(\xi) = g_{\alpha\beta}\,\underline{s}_\beta(\xi_0) , \qquad (21)$$

где ортогональная матрица поворота g ($g^Tg = 1$) равна

$$g_{\alpha\beta} = \cos\xi\,\delta_{\alpha\beta} + (1 - \cos\xi)n_\alpha n_\beta - \sin\xi\,e_{\alpha\beta\gamma}n_\gamma , \qquad (22)$$

$\underline{s}_\beta(\xi_0)$ — константы интегрирования.

С помощью найденного решения для правой формы (21) можно определить спиновую плотность

$$s_\alpha = a_{\beta\alpha}\,\underline{s}_\beta . \qquad (23)$$

Ортогональная матрица поворота $a_{\alpha\beta}$ удовлетворяет переопределенной системе уравнений:

$$\underline{\omega}_\alpha = \frac{1}{2}e_{\alpha\beta\gamma}a_{\beta\lambda}\dot{a}_{\gamma\lambda} ,$$

$$\underline{\omega}_{\alpha x} = \frac{1}{2}e_{\alpha\beta\gamma}a_{\beta\lambda}\partial_x a_{\gamma\lambda} . \qquad (24)$$

При решении системы (24) относительно матрицы $a_{\alpha\beta}$ используем параметризацию углами Эйлера [14]:

$$a = \begin{pmatrix} \cos\psi\cos\varphi - \cos\theta\sin\psi\sin\varphi & \cos\theta\sin\psi\cos\varphi + \cos\psi\sin\varphi & \sin\theta\sin\psi \\ -\sin\psi\cos\varphi - \cos\theta\cos\psi\sin\varphi & \cos\theta\cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi & \sin\theta\cos\psi \\ \sin\theta\sin\varphi & -\sin\theta\cos\varphi & \cos\theta \end{pmatrix} \qquad (25)$$

В переменных ψ, θ, φ система (24) принимает вид

$$\underline{\omega}_1 = -\dot\theta\cos\psi - \dot\varphi\sin\theta\sin\psi ,$$

$$\underline{\omega}_2 = \dot\theta\sin\psi - \dot\varphi\sin\theta\cos\psi ,$$

$$\underline{\omega}_3 = -\dot\psi - \dot\varphi\cos\theta , \qquad (26)$$

$$\underline{\omega}_{1x} = -\theta_x\cos\psi - \varphi_x\sin\theta\sin\psi ,$$

$$\underline{\omega}_{2x} = \theta_x\sin\psi - \varphi_x\sin\theta\cos\psi ,$$

$$\underline{\omega}_{3x} = -\psi_x - \varphi_x\cos\theta .$$

Рассмотрим случай, когда $\mathbf{n} = (0, 0, -1)$, т.е. $C_3 < 0$ и $\underline{\mathbf{s}}(\xi_0) = (c_1, 0, c_3)$. Точное решение переопределенной системы (26) легко найти при $\varphi = \varphi_0 = \text{const}$. При указанных условиях система (26) с учетом (16), (21) принимает форму

$$-\dot\theta\cos\psi = \left(-\frac{1}{\chi} + q\pi z\right)c_1\cos\xi ,$$

$$\dot\theta\sin\psi = \left(\frac{1}{\chi} - q\pi z\right)c_1\sin\xi ,$$

$$-\dot\psi = -q\pi\frac{C_3}{\rho} + \left(-\frac{1}{\chi} + q\pi z)\right)c_3 ,$$

$$\theta_x\cos\psi = zc_1\cos\xi ,$$

$$\theta_x\sin\psi = zc_1\sin\xi ,$$

$$\psi_x = -\frac{C_3}{\rho} + zc_3 , \qquad z \equiv \frac{e + q\pi}{\rho} . \qquad (27)$$

Решение для функции $\psi(x, t)$ очевидно:

$$\psi(x, t) = \left(-\frac{C_3}{\rho} + zc_3\right)x + \left[q\pi\frac{C_3}{\rho} - \left(-\frac{1}{\chi} + q\pi z\right)c_3\right]t + \psi_0 , \qquad (28)$$

где ψ_0 — константа. Переопределенность дифференциальной системы (27) относительно функции $\theta(x, t)$ легко устраняется при равенстве функций $\xi(x, t) = \psi(x, t)$, т.е. при условиях

$$-\frac{C_3}{\rho} + zc_3 = k_1 ,$$

$$q\pi\frac{C_3}{\rho} - \left(\frac{1}{\chi} + q\pi z\right)c_3 = k_1 e \equiv \omega_1 , \qquad (29)$$

$$k_1 \equiv \frac{|C_3|}{\rho - \chi(e + q\pi)^2} .$$

Соотношения (29) представляют собой переопределенную систему алгебраических уравнений относительно параметра e, которая, как видно, совместна, поскольку может быть переписана в виде

$$z^2 - \frac{C_3}{c_3\rho}z - \frac{1}{\chi\rho} = 0 , \qquad (30)$$

$$\left(z^2 - \frac{C_3}{c_3\rho}z - \frac{1}{\chi\rho}\right)\left(\chi q\pi z - 1\right) = 0 .$$

Эта система имеет два вещественных решения для e и, следовательно, для k_1 и ω_1:

$$e_{\pm} = -\frac{q}{\rho}C_3c_3 + \left[1 + \frac{q}{\rho}(c_1^2 + c_3^2)\right]\times \left[-\frac{|C_3|}{2c_3} \pm \left(\frac{C_3^2}{4c_3^2} + \frac{\rho}{\chi}\right)^{1/2}\right],$$

$$k_1 = \frac{c_3}{\rho}\left[\frac{|C_3|}{2c_3} \pm \left(\frac{C_3^2}{4c_3^2} + \frac{\rho}{\chi}\right)^{1/2}\right],$$

$$\omega_1 = -\frac{|C_3|}{c_3}\left(1 + \frac{q}{\rho}c_1^2\right)k_1 + \frac{\rho}{c_3}\left[1 + \frac{q}{\rho}(c_1^2 + c_3^2)\right]k_1^2 . \qquad (31)$$

Поэтому на множестве $\{x, t\colon \xi \ne m\pi/2 ,\ m = 0, \pm1, \pm2, \ldots\}$ функция $\theta(x, t)$ линейна по x, t, т.е.

$$\theta(x, t) = k_2 x + \omega_2 t + \theta_0 ,$$

$$k_2 = \frac{c_1}{c_3}\left(k_1 + \frac{C_3}{\rho}\right) = \frac{c_1}{\rho}\left[-\frac{|C_3|}{2c_3} \pm \left(\frac{C_3^2}{4c_3^2} + \frac{\rho}{\chi}\right)^{1/2}\right],$$

$$\omega_2 = \frac{c_1}{c_3}\left(\omega_1 - q\pi\frac{C_3}{\rho}\right) = \frac{|C_3|}{c_3}\left(1 + \frac{q}{\rho}c_3^2\right)k_2 + \frac{\rho}{c_1}\left[1 + \frac{q}{\rho}(c_1^2 + c_3^2)\right]k_2^2 , \qquad (32)$$

θ_0 — константа.

Решения для параметров φ, θ, ψ определяют матрицу поворота (25) и, в соответствии с формулой (23), плотность спина s_α равна

$$s_1 = c_3 \sin \varphi_0 \sin \theta + c_1 \cos \varphi_0 \ .$$

$$s_2 = - c_3 \cos\varphi_0 \sin \theta + c_1 \sin\varphi_0 \ , \qquad (33)$$

$$s_3 = c_3 \cos \theta \ .$$

Эффективное магнитное поле h_α , формирующее волны стационарного профиля спиновой плотности s_α , определяется из выражения $h_\alpha \equiv \partial_{s_\alpha} \varepsilon$ и равно

$$h_{\alpha\pm} = \frac{1}{\chi} s_\alpha + \left\{ \frac{qC_3c_3}{\rho} - \frac{q}{\rho} (c_1^2 + c_3^2) \quad \times \right.$$

$$\left. \times \left[- \frac{|C_3|}{2c_3} \pm \left(\frac{C_3^2}{4c_3^2} + \frac{\rho}{\chi} \right)^{1/2} \right] \right\} \times$$

$$\times \left\{ a_{3\alpha} \frac{C_3}{\rho} - \frac{1}{\rho} \left[- \frac{|C_3|}{2c_3} \pm \left(\frac{C_3^2}{4c_3^2} + \frac{\rho}{\chi} \right)^{1/2} \right] s_\alpha \right\} . \qquad (34)$$

Спиновая плотность s_α индуцирует поле с той же длиной волны и частотой. Частное решение при $\theta = \pi/2$, $\underline{\mathbf{s}}(\xi_0) = (0, c_2, c_3)$, $\mathbf{n} = (0, 0, -1)$ получается аналогично изложенному:

$$s_1 = c_3 \sin \varphi, \ s_2 = - c_3 \cos \varphi, \ s_3 = c_2 \ , \qquad (35)$$

$$\varphi = k_2 x + \omega_2 t$$

при замене c_1 на c_2 в k_2 , ω_2 в формулах (33), (34).

Заключение

Поэтапное решение систем уравнений первого порядка — характерная особенность гамильтонового формализма. Поэтому на промежуточном этапе вид решения (21) целиком определил выбор параметризации (25), что упростило интегрирование. Приведенные точные нелинейные решения для волн стационарного профиля в рассмотренной модели являются, согласно (33), (35), спиральными. Вклад биквадратичных слагаемых в плотности энергии (12) возрастает с ростом плотности начального распределения плотности спина в системе и уменьшается при увеличении константы «жесткости» ρ (это следует из формулы (31) для $e_\pm$ и формулы (32) для частоты ω_2), но эта зависимость содержится только в частоте ω_2 спиральной волны спиновой плотности (33), а волновой вектор k_2 не зависит от q.

Автор признателен А. А. Желтухину, А. С. Ковалеву и С. В. Пелетминскому за стимулирующие обсуждения.

Работа финансируется Государственным комитетом Украины по вопросам науки и технологий.

1. N. N. Bogolubov, *Physica* **26**, 1 (1960).
2. J. J. Goldstone, *J. nuovo cim.* **19**, 154 (1961).
3. B. I. Halperin and P. C. Hohenberg, *Phys. Rev.* **188**, 898 (1969).
4. B. I. Halperin and W. M. Saslow, *Phys. Rev.* **B16**, 2154 (1977).
5. W. M. Saslow, *Phys. Rev.* **B22**, 1174 (1980).
6. Д. В. Волков, А. А. Желтухин, *Известия АН СССР, Серия физ.* **44**, 1487 (1980).
7. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, *УФН* **130**, 39 (1980).
8. I. E. Dzyaloshinskii and G. E. Volovik, *Ann. Phys.* **125**, 67 (1980).
9. М. Ю. Ковалевский, С. В. Пелетминский, А. Л. Шишкин, *УФЖ* **36**, 245 (1991).
10. М. Ю. Ковалевский, С. В. Пелетминский, *ТМФ* **100**, 59 (1994).
11. Е. А. Иванченко, *ФНТ* **20**, 158 (1994).
12. B. A. Ivanov, *Solid State Commun.* **34**, 437 (1980).
13. А. Л. Сукстанский, Б. А. Иванов, *ЖЭТФ* **108**, 914 (1995).
14. Г. Гольдстейн, *Классическая механика*, Наука, Москва, (1975).

Nonlinear stationary profile waves in space-disordered magnetic media

E. A. Ivanchenko

The nonlinear evolution system of the hydrodynamic type equations describing a three-dimensional multisublattice magnet is investigated. The explicit energy density function is obtained for magnetic system whose energy densities are invariant with respect to the right and left spin rotations. For the quadratic-biquadratic dependence of the energy density (in terms of invariant Gartan's functions) in the one-dimensional case the exact solutions are found in the form of waves of the stationary profile for the spin density.