

Об особенностях формирования сверхпроводящего состояния в $2D$ металлических системах

В. П. Гусынин, В. М. Локтев, С. Г. Шарапов

*Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины,
Украина, 252143, г. Киев, Метрологическая 14-6
E-mail: vloktev@gluk.apc.org*

Статья поступила в редакцию 16 декабря 1996 г., после переработки 10 февраля 1997 г.

Показано, что фазовая диаграмма $2D$ металла с переменной плотностью носителей состоит из областей нормальной фазы, в которых модуль параметра порядка отсутствует, фазы, названной «аномальной нормальной», где он отличен от нуля, но его фаза есть случайная величина, и фазы Березинского – Костерлица – Таулесса. Найденны характерные температуры переходов между ними и определено поведение химического потенциала в зависимости от плотности фермионов и температуры. Делается попытка качественно сопоставить полученную фазовую диаграмму с наблюдаемыми особенностями поведения слабо допированных ВТСП соединений выше их критической температуры.

Показано, що фазова діаграма $2D$ металу із змінною густиною носіїв складається з областей нормальної фази, в яких немає модуля параметра порядку, фази, названої «аномальною нормальною», де він відрізняється від нуля, але його фаза є випадковою величиною, та фази Березинського – Костерлиця – Таулесса. Знайдено характерні температури переходів між ними і визначено поведінку хімічного потенціалу в залежності від густини ферміонів та температури. Робиться спроба якісно співставити одержану фазову діаграму із спостережуваними особливостями поведінки слабо допованих ВТНП сполук вище їх критичної температури.

PACS: 74.20.-z, 74.25.-q, 74.72.-h, 67.20.+k, 67.40.-w

1. Изучение особенностей кроссоверной области, которая ограничена предельными случаями сверхпроводимости конденсата куперовских пар и сверхтекучести составных бозонов, уже долгое время привлекает исследователей в связи с более общей проблемой описания высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) (см., например, [1]). К настоящему моменту есть понимание этой области для $3D$ систем при нулевой и конечной температурах [2], рассмотрен, хотя и неполно, кроссовер в квази- $2D$ системах [3], в то время как для $2D$ систем фактически изучен только случай $T = 0$ [2,4]. Последнее, как известно, связано с тем, что флуктуации фазы заряженного комплексного параметра порядка в $2D$ системах столь велики, что делают невозможным

установление в них дальнего порядка при любых конечных T (теорема Хоэнберга). Описание же появления неоднородного конденсата со степенным убыванием корреляций (в том числе сверхпроводящих) (так называемой фазы Березинского – Костерлица – Таулесса (БКТ)) сопряжено с рядом сложностей математического характера, тем не менее и в этом направлении сделаны шаги. Например, в [5] изучен переход БКТ в релятивистской полевой $2 + 1$ теории, а в [6] изучался и кроссовер по величине плотности носителей n_f от сверхпроводимости к сверхтекучести. Вместе с тем способ получения температуры T_{BKT} перехода БКТ в [6] имеет ряд недостатков. В частности, в уравнении для T_{BKT} не учтено существование нейтрального параметра порядка ρ , ненулевое значение которого связано с

нарушением лишь дискретной симметрии и тем самым не вступает в противоречие с теоремой Хоэнберга. В результате же его учета, как будет видно, на фазовой диаграмме системы появляется конечная область с $\rho \neq 0$, разделяющая обычную нормальную фазу (НФ) и фазу БКТ. Несмотря на экспоненциальное спадание корреляций в этой новой (несверхпроводящей) области состояний, она, вполне вероятно, обладает необычными свойствами, поскольку величина ρ входит в выражения для наблюдаемых таким же образом, как энергетическая щель Δ в теории обычных сверхпроводников. Другими словами, электронный спектр новой фазы существенно отличен от спектра металлов в их НФ. Не исключено, что существование этой, в известном смысле тоже нормальной, фазы позволит прояснить наблюдаемое аномальное поведение (см., например, [1]) нормального состояния ВТСП, а именно: температурные зависимости спиновой восприимчивости, электрического сопротивления, теплоемкости, фотоэмиссионных и оптических спектров и т.д. [7,8], для объяснения которых в настоящее время широко используется представление о псевдощели (а также спиновой щели), формирующейся при некоторой температуре, превышающей (в ряде случаев существенно) T_c (иногда используются даже две — три характерные температуры, фиксирующие появление тех или иных наблюдаемых аномалий).

Цель данного сообщения — получить фазовую диаграмму в переменных n_f, T $2D$ металла с притяжением между носителями и рассчитать (как функции n_f) температуры T_{BKT} и T_ρ (T_ρ — температура обращения ρ в нуль), между которыми расположена область «аномальной нормальной» фазы (АНФ).

2. Плотность простейшего гамильтониана, описывающего фермионы $2D$ в объеме v , имеет вид

$$H_{(x)} = \Psi_\sigma^\dagger(x) \left[-\frac{\nabla^2}{2m} - \mu \right] \Psi_\sigma(x) - V \Psi_\uparrow^\dagger(x) \Psi_\downarrow^\dagger(x) \Psi_\downarrow(x) \Psi_\uparrow(x), \quad (1)$$

где $x \equiv \mathbf{r}, \tau$; $\Psi_\sigma(x)$ — ферми-поле; m и σ — эффективная масса и спин фермионов; μ — их химический потенциал; V — константа притяжения; $\hbar = k_B = 1$.

Для расчета искомой фазовой диаграммы применен ставший в подобных задачах стандартным метод Хаббарда–Стратоновича (см., например, [4]), когда статистическая сумма $Z(v, \mu, T)$ представляется функциональным интегралом по ферми-полям (спинорам Намбу) и вспомогательному полю $\Phi = V \Psi_\uparrow^\dagger \Psi_\downarrow^\dagger$. В отличие от принятого способа вычисления Z в переменных Φ, Φ^* в соответствующем интеграле для нашего случая целесообразнее, следуя [9], перейти к переменным модуль–фаза, т.е. использовать параметризацию $\Phi(x) = \rho(x) \exp[-i2\theta(x)]$, сделав при этом очевидную замену $\Psi_\sigma(x) = \chi_\sigma(x) \exp[i\theta(x)]$. В результате получаем

$$Z = \int \rho D\rho D\theta \exp[-\beta\Omega(\rho, \partial\theta)],$$

где

$$\Omega(\rho, \partial\theta) = \frac{T}{V} \int_0^\beta d\tau \int d\mathbf{r} \rho^2 - T \text{Tr} \text{Ln} \mathcal{G}^{-1} \quad (2)$$

— эффективный термодинамический потенциал системы, а \mathcal{G} — ее функция Грина, так что

$$\mathcal{G}^{-1} = -\hat{I} \partial_\tau + \tau_3 \left(\frac{\nabla^2}{2m} + \mu \right) + \tau_1 \rho - \tau_3 \left(i\partial_\tau \theta + \frac{(\nabla\theta)^2}{2m} \right) + \hat{I} \left(\frac{i\nabla^2\theta}{2m} + \frac{i\nabla\theta\nabla}{2m} \right) \equiv G^{-1}(\rho) - \Sigma(\partial\theta); \quad (3)$$

Tr в (2) берется по пространству, мнимому времени $\tau (\leq \beta \equiv 1/T)$ и индексам Намбу, входящим в матрицы Паули τ_j . Отметим, что на этом этапе нигде не предполагалась малость или медленность изменения фазы $\theta(x)$, поскольку фактически осуществлен лишь переход к новым переменным.

Низкоэнергетическая динамика в области, где $\rho \neq 0$, определяется флуктуациями фазы, поэтому можно ограничиться разложением $\Omega(\rho, \partial\theta)$ только по производным θ :

* Опущена полная производная по τ .

$$\Omega(\rho, \partial\theta) = \Omega_{\text{kin}}(\rho, \partial\theta) + \Omega_{\text{pot}}(\rho) ;$$

$$\Omega_{\text{kin}}(\rho, \partial\theta) = T \text{Tr} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (G\Sigma)^n \Big|_{\rho=\text{const}} ; \quad (4)$$

$$\Omega_{\text{pot}}(\rho) = \frac{1}{V} \int d\mathbf{r} \rho^2 - T \text{Tr} \text{Ln} G^{-1} \Big|_{\rho=\text{const}} .$$

$$\Omega_{\text{kin}} = \frac{T}{2} \int_0^{\beta} d\tau \int d\mathbf{r} \left[J(\mu, T, \rho(\mu, T)) (\nabla\theta)^2 + K(\mu, T, \rho(\mu, T)) (\partial_{\tau}\theta)^2 \right], \quad (5)$$

где

$$J(\mu, T, \rho) = \frac{1}{m} n_F(\mu, T, \rho) - \frac{T}{\pi} \int_{-\mu/2T}^{\infty} dx \frac{x + \mu/2T}{\text{ch}^2[x^2 + \rho^2/(4T^2)]^{1/2}} \quad (6)$$

и

$$K(\mu, T, \rho) = \frac{m}{2\pi} \left\{ 1 + \frac{\mu}{(\mu^2 + \rho^2)^{1/2}} \text{th} \frac{(\mu^2 + \rho^2)^{1/2}}{2T} \right\}, \quad (7)$$

а величина

$$n_F(\mu, T, \rho) = \frac{m}{2\pi} \left\{ (\mu^2 + \rho^2)^{1/2} + \mu + 2T \ln \left[1 + \exp \left(- \frac{(\mu^2 + \rho^2)^{1/2}}{T} \right) \right] \right\} \quad (8)$$

имеет смысл плотности ферми-квазичастиц (при $\rho = 0$ выражение (8) — плотность свободных фермионов). Прямое сравнение (5) с гамильтонианом ХУ-модели [11] позволяет записать уравнение для T_{BKT}

$$\frac{\pi}{2} J(\mu, T_{BKT}, \rho(\mu, T_{BKT})) = T_{BKT}. \quad (9)$$

Его, однако, для самосогласованного нахождения T_{BKT} как функции n_f нужно дополнить уравнениями для ρ и μ . (Напомним, что в теории БКШ химический потенциал обычно приравнивается энергии Ферми и тем самым самосогласования не требует.)

3. В разложении Ω_{kin} вплоть до членов $\sim (\nabla\theta)^2$ достаточно в (4) ограничиться слагаемыми с $n = 1, 2$. Процедура вычислений аналогична использованной в [10], где рассмотрен лишь случай больших плотностей n_f при $T = 0$, и дает* (см. Приложение)

4. Эффективный потенциал Ω_{pot} , определяемый (4), имеет вид

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{pot}} &= \\ &= v \left[\frac{\rho^2}{V} - \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \left\{ 2T \ln \text{ch} \frac{(\xi^2(\mathbf{k}) + \rho^2)^{1/2}}{2T} - \xi(\mathbf{k}) \right\} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\xi(\mathbf{k}) = \mathbf{k}^2/2m - \mu$. Тогда недостающие уравнения — суть условие $\partial\Omega_{\text{pot}}/\partial\rho = 0$ минимальности (10) и равенство $v^{-1}\partial\Omega_{\text{pot}}/\partial\mu = -n_f$, фиксирующее n_f :

* При этом следует иметь в виду, что в режиме локальных пар, когда $\mu < 0$, щель Δ в спектре квазичастичных возбуждений равна не ρ (как при $\mu > 0$), а $(\mu^2 + \rho^2)^{1/2}$ (см. [2] и цитируемую там литературу).

** В известном смысле температура T_p является температурой спаривания (т.е. образования локальных или куперовских пар) и нередко обозначается в 3D случае как T_p [2]. Следует, однако, иметь в виду, что в силу отмеченного выше дискретного характера нарушения симметрии при $\rho \neq 0$ величина T_p остается конечной даже в случае учета флуктуаций модуля параметра порядка. Разумеется, при этом T_p , будучи несколько меньше критической температуры в приближении среднего поля T_c^{MF} , остается конечной и в 2D случае, чем принципиально отличается от последней, которая, если под ней понимать температуру появления полного однородного параметра порядка (а не его модуля!), немедленно падает до нуля при учете флуктуаций.

$$\frac{1}{V} = \int \frac{dk}{(2\pi)^2} \frac{1}{2(\xi^2(k) + \rho^2)^{1/2}} \operatorname{th} \frac{(\xi^2(k) + \rho^2)^{1/2}}{2T}, \quad (11)$$

$$n_F(\mu, T, \rho) = n_f. \quad (12)$$

Таким образом, уравнения (11) и (12) образуют искомую систему для самосогласованного определения модуля параметра порядка ρ^* и химического потенциала μ при заданных T и n_f . Они же, как говорилось, дают исходные значения ρ и μ при вычислении T_{BKT} .

Если в (11) и (12) положим $\rho = 0$, то придем к уравнениям для критической температуры $T_{\rho}(=T_c^{MF})$ и соответствующего ей значения μ в приближении самосогласованного поля**:

$$\ln \frac{|\epsilon_b|}{T_{\rho}} \frac{\gamma}{\pi} = - \int_0^{\mu/2T_{\rho}} du \frac{\operatorname{th} u}{u} \quad (\gamma = 1,781), \quad (13)$$

$$T_{\rho} \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\mu}{T_{\rho}} \right) \right] = \epsilon_F. \quad (14)$$

Здесь $\epsilon_b = -2W \exp(-4\pi/mV)$ — энергия двухчастичных связанных состояний, в которой W — ширина зоны проводимости; $\epsilon_F = \pi n_f/m$ — энергия Ферми; переход к ϵ_b означает переход к пределу $W \rightarrow \infty$ и $V \rightarrow 0$. Использовать параметр ϵ_b значительно более удобно, чем четырехфермионную константу V : например, уравнение (11) после такого перехода приобретает вид

$$\begin{aligned} \ln \frac{|\epsilon_b|}{(\mu^2 + \rho^2)^{1/2} - \mu} = \\ = 2 \int_{-\mu/T}^{\infty} du \frac{1}{(u^2 + (\rho/T)^2)^{1/2} [\exp(u^2 + (\rho/T)^2)^{1/2} + 1]}, \end{aligned} \quad (15)$$

и легко убедиться, что при $T = 0$ система (12), (15) имеет точное решение $\rho = (2|\epsilon_b \epsilon_F|)^{1/2}$ и $\mu = -|\epsilon_b|/2 + \epsilon_F$ [2,4], откуда видно, что не только величина, но и знак μ определяется соотношением между ϵ_F и $|\epsilon_b|$. Отметим также, что на (и выше) среднеполевой критической линии, разграничивающей НФ и АНФ, величина (6) обращается в нуль.

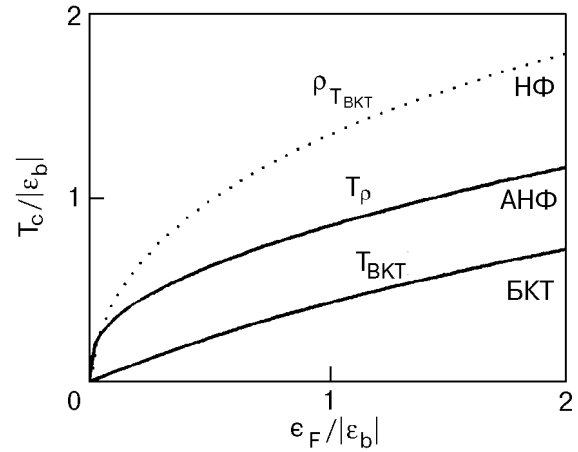


Рис. 1. Зависимости $T_{BKT}(\epsilon_F)$ и $T_{\rho}(\epsilon_F)$. Точками изображено поведение $\rho(\epsilon_F)$ при $T = T_{BKT}$. Указаны области НФ, АНФ и фазы БКТ.

5. Исследование систем уравнений (9), (12), (15) и (13), (14) проводилось численно и дало следующие наиболее интересные результаты, изображенные графически:

а) область АНФ (см. рис. 1) оказывается соизмеримой с областью БКТ;

б) при малых $\epsilon_F (\ll |\epsilon_b|)$ зависимость $T_{BKT}(\epsilon_F)$ линейна, что подтверждается и аналитическим решением системы (9), (12) и (15), дающим $T_{BKT} = \epsilon_F/2$. Заметим, что и для квази-2D модели [3] в пределе малых n_f температура формирования однородного параметра порядка $T_c = \epsilon_F/(2\alpha)$ (где $\alpha \gg 1$). Это показывает, что

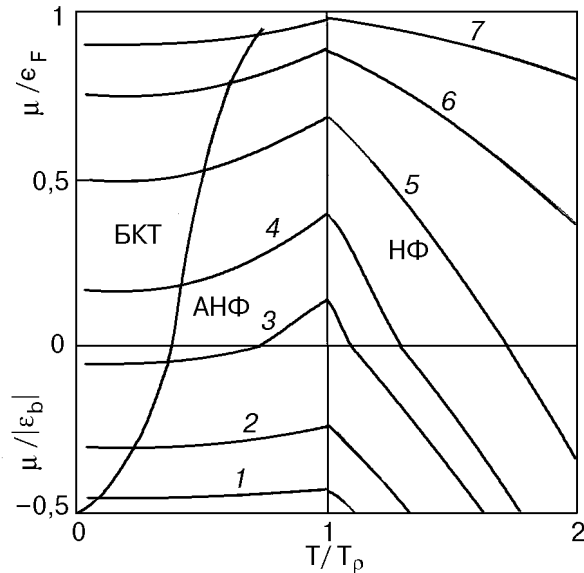


Рис. 2. Зависимость $\mu(T)$ при различных $\epsilon_F/|\epsilon_b|$: 0,05 (1); 0,2 (2); 0,45 (3); 0,6 (4); 1 (5); 2 (6); 5 (7). Относительные величины $\mu > 0$ и $\mu < 0$ получались с помощью ϵ_F и $|\epsilon_b|$ соответственно. Жирными линиями разграничены области фаз БКТ, АНФ и НФ.

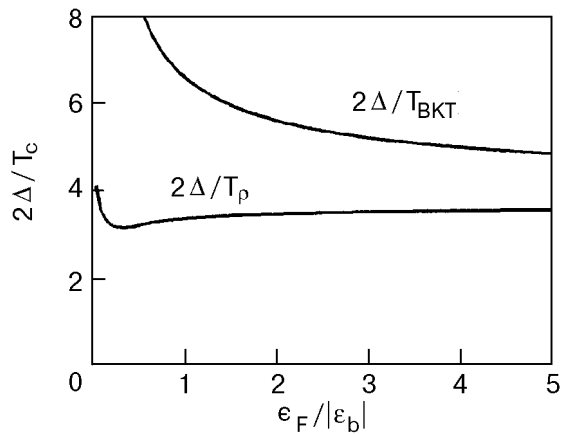


Рис. 3. Зависимости $2\Delta/T_{BKT}$ и $2\Delta/T_\rho$ от ϵ_F . При расчете учитывалось, что $\Delta = (\mu^2 + \rho^2)^{1/2}$ при $\mu < 0$ и $\Delta = \rho$ при $\mu > 0$.

слабая трехмеризация может сохранить (по крайней мере для малых n_f) как область АНФ, так и фазу БКТ, что, например, имеет место в релятивистской квази-2D модели [14], хотя концентрационное поведение в ней не исследовалось, с другой стороны, увеличение параметра трехмеризации может и должно приводить к исчезновению фазы БКТ, т.е. «замене» ее обычной сверхпроводящей фазой с однородным параметром порядка;

в) на рис. 2 наглядно демонстрируется, при каких соотношениях между ϵ_F и $|\epsilon_b|$ величина μ существенно отлична от ϵ_F и, другими словами, теория ферми-жидкости Ландау не вполне пригодна для описания подобных металлов с низкой ($\epsilon_F \sim |\epsilon_b|$) плотностью фермионов. Излом μ при $T = T_\rho$, эксперименты по наблюдению которого обсуждались в [12] и уже интерпретировались для купрата 123 [13], с ростом ϵ_F становится, как и должно быть, все менее заметным. Но в данном случае обращает на себя внимание то, что излом находится на границе НФ–АНФ, т.е. до фактического появления сверхпроводимости. Поэтому проведение дополнительных экспериментов, выявляющих зависимость $\mu(T)$, особенно для сильно анизотропных (квази-2D) и относительно слабо допированных купратов, несомненно, представляет большой интерес;

г) из кривой 3 на рис. 2 следует, что переход (изменение знака μ) от локальных пар к куперовским возможен не только при увеличении ϵ_F , что более или менее очевидно, но и (при определенном выборе n_f) с ростом T ;

д) наконец, расчеты показали, что всегда отношение $2\Delta/T_{BKT} > 4,4$ (рис. 3), что, если иметь в виду ВТСП, соответствует эксперименту;

при этом значение $2\Delta/T_\rho$ (равное $2\Delta/T_c^{MF}$) меньше и достигает, как и следовало ожидать, при $\epsilon_F \gg |\epsilon_b|$ предела по теории БКШ, равного 3,52. Немонотонность же зависимости $2\Delta(\epsilon_F)/T_\rho(\epsilon_F)$ обязана отмеченному выше (см. вторую сноску на стр. 818) отличию величины Δ от ρ при $\mu < 0$.

6. Найденная фазовая диаграмма, хотя и получена в рамках упрощающих предположений (последовательно, например, учтены флуктуации лишь фазы параметра порядка), показывает, сколь чувствительны параметры ее критических линий к величине n_f . Вместе с тем следует иметь в виду, что в отличие от 3D перехода при $\rho = 0$ переход БКТ происходит в состоянии, где $\rho \neq 0$, а потому флуктуации модуля параметра порядка здесь менее существенны, хотя и приводят к упомянутому выше уменьшению T_ρ относительно T_c^{MF} . Их учет вряд ли отразится на качественной картине, но, несомненно, было бы интересно оценить роль каждого из соответствующих вкладов флуктуаций ρ и θ . При этом следует учесть, что использованная параметризация удобна и физически оправдана лишь в областях с $\rho \neq 0$.

Можно с уверенностью утверждать, что скоррелированные и нескоррелированные пары, существование которых в ВТСП широко обсуждается (см. обзоры [7,8]), соответствуют областям рассчитанной фазовой диаграммы: в НФ ($T > T_\rho$) присутствуют лишь флуктуации параметра порядка, которые в 2D случае настолько велики, что уже и в этой фазе в поведении системы могут проявляться аномалии, связанные с наличием в системе виртуальных пар [15]. Если снова провести аналогию с XY-моделью, в которой, однако, модуль спина также является искомым величиной (чем обычно пренебрегают), то нормальная фаза 2D металла соответствует парамагнитной фазе этой модели с отсутствующим (в среднем) спином на узле. В области АНФ ($T_{BKT} < T \leq T_\rho$) модуль параметр порядка становится конечным, что свидетельствует о существовании конечного числа стабильных пар, однако они все еще являются некогерентными. В такой XY-модели соответствующая температурная область — это область существования узельных двухкомпонентных спинов, модули которых, зависящие от T , одинаковы, а направление случайно и нескоррелировано. Наконец, ниже T_{BKT} (и/или T_c в квази-2D случае) возникает когерентность между парами, а в спиновой модели — какое-либо (неоднородное и/или

однородное) упорядочение спинов в реальном пространстве.

Если о полученной выше фазовой диаграмме можно говорить с большей или меньшей степенью достоверности, то вопрос (не главный для настоящей работы) о фазовом переходе между НФ и АНФ, когда происходит зарождение нейтрального параметра порядка, требует отдельного обсуждения. С одной стороны, если, как это делается, например, в [5], формально следовать духу теории фазовых переходов Ландау, то такой переход, безусловно, относится к фазовым: выше некоторой температуры T_p определенная физическая характеристика (в данном случае модуль параметра порядка) отсутствует, а ниже — отлична от нуля. Однако нетрудно убедиться, что само значение ρ в термодинамические величины не входит, и вычисление какой-нибудь наблюдаемой величины либо какого-то коррелятора всегда сопровождается появлением сомножителя, зависящего от корреляционной функции фазы параметра порядка. В низкоразмерном случае флуктуации развиты особенно сильно и не исключено, что они настолько размывают соответствующий фазовый переход, что температурных особенностей термодинамических величин в его окрестности уже не будет. Здесь уместно напомнить, что в ВТСП соединениях как раз и наблюдается близкое к предполагаемому поведение, хотя было бы по крайней мере наивно буквально сравнивать изученную простую модель со столь сложными объектами, каковыми они являются.

С другой стороны, говоря именно о сверхпроводящих системах, необходимо подчеркнуть, что в них, как показано выше, происходят изменения; так, электронный спектр начинает приобретать признаки будущей щели, поскольку в АНФ, о которой и идет речь, плотность состояний вблизи ϵ_F (когда $\mu > 0$) достаточно быстро (в меру роста ρ) уменьшается, нигде, однако, не становясь равной нулю. Иными словами, T_p , будучи температурой открытия псевдощели, является наблюдаемым и измеряемым параметром $2D$ либо сильно анизотропных $3D$ сверхпроводников. В качестве одной из очевидных причин отсутствия в них в определенном интервале температур истинной щели может служить рассеяние нейтральных (незаряженных) фермионов (им отвечает гриновская функция $G(\rho)$ в (3)) на флуктуациях фазы.

В целом же соответствующие исследования (например, нахождение одночастичной функции Грина исходных, заряженных, фермионов) не проведены даже для рассмотренной простейшей модели. Более того, можно утверждать, что они являются достаточно актуальными, ибо вопрос о роде и свойствах перехода с «упорядочением» лишь модуля комплексного параметра порядка пока остается открытым.

7. Таким образом, выполненные расчеты обнаружили двухэтапное формирование сверхпроводящего состояния в $2D$ металле, происходящее через АНФ, которая вклинивается между НФ и фазой БКТ. При этом доказано существование и рассчитаны лишь границы АНФ; ее же физические свойства, в первую очередь спектр, нуждаются, как отмечалось, в дополнительном изучении.

В заключение кратко коснемся вопроса о причинах наиболее отчетливого проявления аномалий в поведении физических свойств ВТСП именно в слабо допированных (underdoped) образцах. На качественном уровне дело, по-видимому, в том, что в квази- $2D$ системах, к которым собственно и относятся ВТСП соединения, рост концентрации носителей с необходимостью обуславливает уменьшение влияния флуктуаций. Коль скоро последние начинают играть меньшую роль, $T_c \rightarrow T_c^{MF}$ [16]; иначе, в реальных системах область АНФ, скорее всего, должна сужаться по мере роста концентрации дырок. Что касается рассмотренной выше $2D$ модели, то, хотя она и позволяет до некоторой степени понять происхождение АНФ и роль критической температуры зарождения модуля параметра порядка, получить в ней сближение соответствующих температур T_p и T_{BKT} (или T_c в квази- $2D$ случае) не возможно. В связи с этим представляется необходимым изучение квази- $2D$ модели, уже принципиально допускающей возможность существования и однородного параметра порядка.

Один из нас (В.М.Л.) благодарит В. Ф. Гантмахера, В. А. Гаспарова, Н. М. Плакиду и И. Я. Фуголь за критичное обсуждение проблемы сверхпроводящего перехода в $2D$ системах, в частности возможности проявления и экспериментального наблюдения в них различных фаз. Мы также хотели бы выразить благодарность рецензенту работы, поднявшему важный вопрос о физическом содержании и наблюдаемости температуры T_p .

Приложение

Приведем вывод кинетической части (5) эффективного действия Ω . Для этого необходимо найти первые два члена ряда (4), формально представленные в следующем виде: $\Omega_{\text{kin}}^{(1)} = T \text{Tr} (G\Sigma)$ и $\Omega_{\text{kin}}^{(2)} = 1/2 T \text{Tr} (G\Sigma G\Sigma)$.

Непосредственное вычисление $\Omega_{\text{kin}}^{(1)}$ дает

$$\Omega_{\text{kin}}^{(1)} = T \int_0^\beta d\tau \int dr \frac{T}{(2\pi)^2} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int dk \text{tr} \left[G(i\omega_n, \mathbf{k}) \tau_3 \right] \left(i\partial_\tau \theta + \frac{(\nabla\theta)^2}{2m} \right), \quad (\text{П.1})$$

где

$$G(i\omega_n, \mathbf{k}) = - \frac{i\omega_n \hat{I} + \tau_3 \xi(\mathbf{k}) - \tau_1 \rho}{\omega_n^2 + \xi^2(\mathbf{k}) + \rho^2} \quad (\text{П.2})$$

— функция Грина нейтральных фермионов в частотно-импульсном представлении. Выполняя в (П.1) суммирование по мацубаровским частотам $\omega_n = \pi(2n + 1)T$ и интегрирование по импульсам \mathbf{k} , получаем

$$\Omega_{\text{kin}}^{(2)}(O_1) = \frac{T}{2} \int_0^\beta d\tau \int dr \frac{T}{(2\pi)^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int dk \text{tr} \left[G(i\omega_n, \mathbf{k}) \tau_3 G(i\omega_n, \mathbf{k}) \tau_3 \right] \left(i\partial_\tau \theta + \frac{(\nabla\theta)^2}{2m} \right)^2, \quad (\text{П.4})$$

суммируя и интегрируя которое, получаем

$$\Omega_{\text{kin}}^{(2)}(O_1) = - \frac{T}{2} \int_0^\beta d\tau \int dr K(\mu, T, \rho) \left(i\partial_\tau \theta + \frac{(\nabla\theta)^2}{2m} \right)^2, \quad (\text{П.5})$$

где величина $K(\mu, T, \rho)$ была определена в (7). Видно, что полученное выражение не изменяет коэффициент при $(\nabla\theta)^2$. Далее легко убедиться, что перекрестное слагаемое, включающее произведение O_1 и O_2 , в $\Omega_{\text{kin}}^{(2)}$ отсутствует.

Наконец, расчет вклада от O_2 в $\Omega_{\text{kin}}^{(2)}$ приводит к*

$$\Omega_{\text{kin}}^{(2)}(O_2) = \frac{T}{2} \int_0^\beta d\tau \int dr \frac{T}{(2\pi)^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int dk k^2 \text{tr} \left[G(i\omega_n, \mathbf{k}) \hat{I} G(i\omega_n, \mathbf{k}) \hat{I} \right] \frac{(\nabla\theta)^2}{4m^2}. \quad (\text{П.6})$$

Последующее суммирование по мацубаровским частотам дает окончательно

$$\Omega_{\text{kin}}^{(1)} = T \int_0^\beta d\tau \int dr n_F(\mu, T, \rho) \left(i\partial_\tau \theta + \frac{(\nabla\theta)^2}{2m} \right), \quad (\text{П.3})$$

где $n_F(\mu, T, \rho)$ определено выражением (8). Отметим, что, как видно из (3), величина Σ имеет структуру

$$\Sigma = \tau_3 O_1 + \hat{I} O_2,$$

где O_1 и O_2 — дифференциальные операторы. Легко проверить, однако, что часть Σ , пропорциональная единичной матрице \hat{I} , не дает вклад в $\Omega_{\text{kin}}^{(1)}$.

В случае $T = 0$, когда действительное время t заменяет мнимое время τ , из условия галилеевой инвариантности теории с необходимостью следует, что коэффициент при $\partial_t \theta$ однозначно связан с коэффициентом при $(\nabla\theta)^2$, так что последний уже не может возникнуть из $\Omega_{\text{kin}}^{(2)}$ [9,10]. При $T \neq 0$ такая аргументация становится уже неприменимой, поэтому величина $\Omega_{\text{kin}}^{(2)}$ также должна вычисляться явно. Тогда слагаемое, содержащее O_1 , приводит к выражению

* Высшие производные здесь не искались.

$$\Omega_{\text{kin}}^{(2)}(O_2) = - \int_0^\beta d\tau \int d\mathbf{r} \frac{1}{32\pi^2 m^2} \int d\mathbf{k} \frac{\mathbf{k}^2}{\text{ch}^2[(\xi^2(\mathbf{k}) + \rho^2)^{1/2}/2T]} (\nabla\theta)^2. \quad (\text{П.7})$$

Как и следовало ожидать, последнее выражение стремится к нулю при $T \rightarrow 0$, но остается сравнимым с (П.3) при $T \neq 0$. Комбинируя теперь (П.3), (П.5) и (П.7), получаем (5).

1. В. М. Локтев, *ФHT* **22**, 3, 490 (1996).
2. M. Randeria, in: *Bose Einstein Condensation*, A. Griffin, D. W. Snoke, and S. Stringari (eds.), Cambridge U. P., New York (1995).
3. E. V. Gorbar, V. M. Loktev, and S. G. Sharapov, *Physica C* **257**, 355 (1996).
4. Э. В. Горбар, В. П. Гусынин, В. М. Локтев, *СФХТ* **6**, 483 (1992); *ФHT* **19**, 1171 (1993); *Preprint* ИТР-92-54Е (1992).
5. R. MacKenzie, P. K. Panigrahi, and S. Sakhi, *Int. J. Mod. Phys. A* **9**, 3603 (1994).
6. M. Drechsler and W. Zwerger, *Ann. Phys.(Germany)* **1**, 15 (1992).
7. B. G. Levi, *Physics Today* **49**, 17 (1996).
8. H. Ding, T. Yokoya, I. C. Campuzano et al., *Nature* **382**, 51 (1996).
9. I. J. R. Aitchison, P. Ao, D. J. Thouless, and X.-M. Zhu, *Phys. Rev.* **B51**, 6531 (1995).
10. A. M. J. Schakel, *Mod. Phys. Lett.* **B4**, 927 (1990).
11. Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Скрыбин, *Статистическая механика магнитоупорядоченных систем*, Наука, Москва (1987), гл.15.
12. D. van der Marel, *Physica C* **165**, 35 (1990).

13. A. V. Dotsenko and O. P. Sushkov, *Preprint, cond-mat/9601031*.
14. H. Yamamoto and I. Ichinose, *Nucl. Phys.* **B370**, 695 (1992).
15. В. М. Локтев, С. Г. Шарапов, *ФHT* **23**, 2 (1997).
16. И. Е. Дзялошинский, Е. И. Кац, *ЖЭТФ* **55**, 2373 (1968).

On peculiarities of superconducting state formation in 2D metallic systems

V. P. Gusynin, V. M. Loktev, and S. G. Sharapov

It is shown that the phase diagram of a 2D metal with a variable carrier density consists of the normal phase regions where the modulus of order parameter is absent, the so called «abnormal normal» phase where the modulus is different from zero but its phase is a random value, and the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless phase. The characteristic temperatures of the transitions between these phases are found. The chemical potential behavior is studied as a function of the fermion density and the temperature. An attempt was made to compare qualitatively the phase diagram obtained with the behavior features observed in underdoped high- T_c superconducting compounds above their critical temperature.