Физика низких температур, 1996, т. 22, № 6, с. 687–689

Влияние анизотропии сверхпроводника на отражение электромагнитных волн

С. В. Ямпольский

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины,
Украина, 340114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72
E-mail:sergey@gam.dipt.donetsk.ua

Рассмотрено отражение электромагнитных волн (ЭМВ) поверхностью анизотропного сверхпроводника (СП). Параметры отраженной волны выражены через компоненты тензора поверхностного импеданса. Показано, что анизотропия СП приводит к двум эффектам. Во-первых, линейно поляризованная волна после отражения в общем случае имеет эллиптическую поляризацию. Во-вторых, происходит поворот поляризационного эллипса отраженной волны относительно плоскости падения ЭМВ. Величина этих эффектов определяется отношением лондоновской глубины проникновения λ к длине падающей волны λ_w. Установлено, что в СВЧ диапазоне ($\lambda/\lambda_w << 1$) влияние анизотропии практически отсутствует. Обнаруженные эффекты становятся существенными лишь в оптическом диапазоне ($\lambda/\lambda_w \simeq 1$). В случае, когда плоскость поляризации падающей ЭМВ параллельна оси анизотропии, поляризация отраженной ЭМВ не изменяется.

Розглянуто відбиття електромагнітних хвиль (ЕМХ) від поверхні анізотропного надпровідника (НП). Параметри відбитої хвилі виражено через компоненти тензору поверхневого імпедансу. Показано, що анізотропія НП приводить до двох ефектів. По-перше, лінійно поляризована хвиля після відбиття у загальному випадку набуває еліптичної поляризації. По-друге, відбувається поворот поляризаційного еліпсу відбитої хвилі відносно площини падіння ЕМХ. Величина цих ефектів визначається відношенням лондонівської глибини проникнення λ та довжини падаючої хвилі λ_w. Встановлено, що у діапазоні надвисоких частот ($\lambda/\lambda_w << 1$) вплив анізотропії майже відсутній. Виявлені ефекти стають впливовими аж у оптичному діапазоні ($\lambda/\lambda_w \simeq 1$). У випадку, коли площина поляризації падаючої ЕМХ є паралельною щодо осі анізотропії, поляризація відбитої ЕМХ не змінюється.

1. В последнее время большие усилия экспериментаторов направлены на изучение взаимодействия СП с электромагнитным полем. Практически все СП, и высокотемпературные в наибольшей мере, обладают более или менее ярко выраженной анизотропией сверхпроводящих свойств. Поэтому при анализе экспериментальных результатов достаточно важной и актуальной представляется проблема учета анизотропии СП.

В настоящей работе рассмотрен вопрос о влиянии анизотропии на отражающие свойства сверхпроводящей поверхности. При этом мы ограничимся только случаем чистого СП в мейсснеровском состоянии, т.е. не будем рассматривать его диссипативные свойства.

2. Анизотропию СП учтем феноменологически с помощью тензора эффективных масс электронов $m\hat{\mu}$ ($\det \hat{\mu} = 1$). В общем случае задачу можно сформулировать следующим образом.

Пусть на поверхность анизотропного СП падает электромагнитная волна (ЭМВ). Над поверхностью СП распределение магнитного **H** и электрического **E** полей определяется уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{d\mathbf{E}}{dt}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{d\mathbf{H}}{dt}, \qquad (1)$$

где **E** (и **H**) является суммой падающей $\mathbf{E}_i$ ($\mathbf{H}_i$) и отраженной $\mathbf{E}_r$ ($\mathbf{H}_r$) компонент. В СП распределение магнитного поля описывается уравнением Лондонов

$$\mathbf{H} + \lambda^2 \operatorname{rot} \hat{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0, \qquad (2)$$

где λ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля в СП. Уравнения (1), (2) дополняются граничными условиями непрерывности на поверхности образца тангенциальных составляющих полей $\mathbf{E}_t$ и $\mathbf{H}_t$. Известно, что электрическое и магнитное поля на поверхности также связаны соотношением Леонтовича [1]

$$\mathbf{E}_t(0) = \hat{\zeta}\left[\mathbf{H}_t(0), \mathbf{n}\right], \qquad (3)$$

где **n** — нормаль к поверхности; $\hat{\zeta}$ — тензор поверхностного импеданса СП. Соотношение (3) позволяет после определения компонент тензора $\hat{\zeta}$ вместо решения системы уравнений (1), (2) с ука-

© С. В. Ямпольский, 1996

занными граничными условиями ограничиться решением внешней электродинамической задачи.

3. Для нахождения компонент тензора поверхностного импеданса $\hat{\zeta}$ удобно найти распределение векторного потенциала A в анизотропном сверхпроводящем полупространстве. Решая методом Фурье уравнение

$$A + \lambda^2 \hat{\mu}\ \mathrm{rot}\ \mathrm{rot}\ A = 0\,, \tag{4}$$

получаем [2]

$$A(x) = \frac{\lambda \mu_{xx}}{\eta_1^2 - \eta_2^2}\left\{\frac{\hat{\mu}\,[n, H] + \eta_2^2\,[H, \hat{\mu}^{-1}n]}{\eta_2}\exp\left(-\frac{x\eta_2}{\lambda}\right) - \frac{\hat{\mu}\,[n, H] + \eta_1^2\,[H, \hat{\mu}^{-1}n]}{\eta_1}\exp\left(-\frac{x\eta_1}{\lambda}\right)\right\}, \tag{5}$$

где

$$\eta_{1,2}^2 = \frac{\mu_{xx}}{2}\left\{\mu_{yy} + \mu_{zz} \pm \sqrt{(\mu_{yy} - \mu_{zz})^2 + 4\mu_{yz}^2}\right\}. \tag{6}$$

Полученное распределение векторного потенциала A представляет собой не что иное, как точное решение задачи об эффекте Мейсснера в общем случае. Стандартным образом выражая через A магнитное и электрическое поля

$$H = \mathrm{rot}\ A\,, \quad E = -\frac{1}{c}\frac{\partial A}{\partial t}\,, \tag{7}$$

из (3) получаем выражение для тензора $\hat{\xi}$ [2]:

$$\zeta_{ik} = -i\alpha_{ik} = -i\frac{\lambda\omega}{c(\eta_1 + \eta_2)}\left[\delta_{ik} + \frac{\mu_{ik}}{\eta_1\eta_2(n\hat{\mu}^{-1}n)}\right]. \tag{8}$$

Здесь ω — частота падающей ЭМВ. Выражения (5) и (8) являются обобщением результатов работы [3], полученных для одноосных СП.

Тензор поверхностного импеданса $\hat{\zeta}$ полностью определяет характеристики отраженной ЭМВ. Действительно, электрическая и магнитная компоненты в отраженной и падающей волнах просто связаны друг с другом:

$$H_i = [n, E_i]\,, \quad H_r = [E_r, n]\,. \tag{9}$$

Подставляя (9) в соотношение (3), находим связь между напряженностями электрического поля в отраженной и падающей ЭМВ:

$$E_r = \left(\hat{\zeta} + 1\right)^{-1}\left(\hat{\zeta} - 1\right)E_i\,. \tag{10}$$

Из (10) легко найти коэффициент отражения сверхпроводящей поверхности

$$R = \frac{|E_r|^2}{|E_i|^2} = \frac{|(\hat{\zeta} + 1)^{-1}(\hat{\zeta} - 1)E_i|^2}{|E_i|^2}\,. \tag{11}$$

Нетрудно показать, что в рассматриваемом нами случае $R = 1$.

4. Основными характеристиками отраженной ЭМВ являются [4]: амплитуды E_{rz} и E_{ry}, разность фаз δ_{yz} между y- и z-компонентами, величины полуосей поляризационного эллипса a и b, угол наклона γ большой полуоси a к плоскости падающей волны.

В случае линейной поляризации падающей ЭМВ ($E_i = \{0, E, 0\}$) параметры отраженной ЭМВ определяются выражениями

$$E_{ry}^2 = E^2\frac{(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2 - 4\alpha_{yz}^2}{(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2}\,, \tag{12}$$

$$E_{rz}^2 = E^2\frac{4\alpha_{yz}^2}{(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2}\,, \tag{13}$$

$$\mathrm{tg}\,\delta_{yz} = \frac{\det\hat{\alpha} + 1}{\alpha_{zz} - \alpha_{yy}}\,, \tag{14}$$

$$\mathrm{tg}^2\,2\gamma = \frac{16\alpha_{yz}^2(\alpha_{zz} - \alpha_{yy})^2}{\left[(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2 - 8\alpha_{yz}^2\right]^2}\,, \tag{15}$$

$$a^2 = \frac{E^2}{2}\left\{1 + \left[1 - \frac{16\alpha_{yz}^2(\det\hat{\alpha} + 1)^2}{[(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2]^2}\right]^{1/2}\right\}, \tag{16}$$

$$b^2 = \frac{E^2}{2}\left\{1 - \left[1 - \frac{16\alpha_{yz}^2(\det\hat{\alpha} + 1)^2}{[(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2]^2}\right]^{1/2}\right\}. \tag{17}$$

Если падающая волна поляризована по кругу ($E_{iy} = E_{iz} = E$), то параметры отраженной волны имеют следующий вид:

$$E_{ry}^2 = E^2\left[1 - \frac{4\alpha_{yz}^2(\det\hat{\alpha} + 1)}{(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2}\right], \quad (18)$$

$$E_{rz}^2 = E^2\left[1 + \frac{4\alpha_{yz}^2(\det\hat{\alpha} + 1)}{(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2}\right], \quad (19)$$

$$\mathrm{tg}\,\delta_{yz} = \frac{(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + 8\det\hat{\alpha} - (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2}{2(\alpha_{zz} - \alpha_{yy})(\det\hat{\alpha} + 1)}, \quad (20)$$

$$\mathrm{tg}^2 2\gamma = \frac{(\alpha_{yy} - \alpha_{zz})^2}{4\alpha_{yz}^2}, \quad (21)$$

$$a^2 = \frac{E^2}{2} \times$$

$$\times\left\{1 + \left[1 - \frac{4[(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + 8\det\hat{\alpha} - (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2]^2}{[(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2]^2}\right]^{1/2}\right\}, \quad (22)$$

$$b^2 = \frac{E^2}{2} \times$$

$$\times\left\{1 - \left[1 - \frac{4[(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + 8\det\hat{\alpha} - (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2]^2}{[(\det\hat{\alpha} - 1)^2 + (\mathrm{Sp}\,\hat{\alpha})^2]^2}\right]^{1/2}\right\}. \quad (23)$$

Видно, что в общем случае:

1) линейно поляризованная волна после отражения приобретает эллиптическую поляризацию;

2) большая полуось a поляризационного эллипса отраженной ЭМВ повернута на угол γ относительно плоскости падения волны.

Пусть нормаль n к поверхности СП совпадает с осью анизотропии a. В этом случае выражения для компонент тензора $\hat{\alpha}$ существенно упрощаются:

$$\alpha_{yy} = X\frac{(\mu_b\mu_c)^{1/2}}{\mu_b^{1/2} + \mu_c^{1/2}}\left(1 + \mu_{yy}\mu_a^{1/2}\right),$$

$$\alpha_{yz} = X\frac{\mu_{yz}}{\mu_b^{1/2} + \mu_c^{1/2}}, \quad (24)$$

$$\alpha_{zz} = X\frac{(\mu_b\mu_c)^{1/2}}{\mu_b^{1/2} + \mu_c^{1/2}}\left(1 + \mu_{zz}\mu_a^{1/2}\right), \quad X = \lambda\omega/c.$$

Здесь μ_b и μ_c — эффективные массы вдоль соответствующих осей анизотропии. Если плоскость поляризации падающей ЭМВ совпадает с какой-либо из этих осей, то отраженная волна имеет ту же поляризацию.

Видно, что значения компонент тензора импеданса, а через них и характеристики отраженной волны определяются величиной параметра X, который представляет собой отношение лондоновской глубины проникновения к длине падающей ЭМВ. В высокотемпературных СП величина λ составляет по порядку 10^3 Å [5], поэтому X является малым параметром вплоть до оптического диапазона волн (в том числе и в СВЧ). Таким образом, анизотропия СП не должна оказывать практически никакого влияния на отраженную СВЧ волну. Описанные эффекты могут проявляться только при взаимодействии СП с ЭМВ оптической и более высоких частот.

1. Ф. Ф. Менде, А. И. Спицын, *Поверхностный импеданс сверхпроводников*, Наукова думка, Киев (1985).
2. А. М. Гришин, А. Ю. Мартынович, С. В. Ямпольский, *Магнитные свойства анизотропных лондоновских сверхпроводников, Препринт ДонФТИ 88-12(149)*, Донецк (1988).
3. А. В. Балацкий, Л. И. Бурлачков, Л. П. Горьков, *ЖЭТФ* 90, 1478 (1986).
4. А. В. Ржанов и др., *Основы эллипсометрии*, Наука, Сиб. отд-ние, Новосибирск (1979).
5. K. H. Fisher, *Supercond. Rev.* 1, 153 (1995).

Influence of superconductor anisotropy on electromagnetic wave reflection

S. V. Yampol'skii

The electromagnetic wave (EMW) reflection from the surface of an anisotropic superconductor (SC) is investigated. The reflected wave parameters are expressed in terms of the components of the surface impedance tensor. It is shown that the SC anisotropy gives rise to two effects. Firstly the linear polarization wave in the general case is of an elliptical polarization after reflection. Secondly, the polarization ellipse of the reflected wave ia turned with respect to the EMW plane of incidence. The values of these effects are determined by the ratio of London penetration depth λ to EMW length λ_w. It is found that in a microwave region ($\lambda/\lambda_w \ll 1$) there is almost no effect of anisotropy. The revealed effects become essential only in an optical range of frequencies. It is shown that the reflected wave polarization is unaffected when the polarization plane of the incident EMW is parallel to the anisotropy axis.