Физика низких температур, 1995, т. 21, № 4, с. 390–393 УДК 532.132

Распространение волн в пленке сверхтекучего ^{3}He-A

Т. А. Карчава, Ш. Е. Кекутия, Н. Д. Чхаидзе

Институт кибернетики АН Грузии, Грузия, 310086, г. Тбилиси, ул. С. Эули, 5

Статья поступила в редакцию 23 июня 1994 г., после переработки 28 ноября 1994 г.

Рассмотрено распространение волн в пленке сверхтекучего ^{3}He-A в сильном магнитном поле в условиях частичного торможения нормальной компоненты. Вычислены скорости и коэффициенты поглощения распространяющихся волн. Выяснено, что, в отличие от сверхтекучего ^{4}He, в адиабатическом режиме имеется сильно затухающая температурная волна (пятый звук).

Розглянуто поширення хвиль в плівці надплинного ^{3}He-A в сильному магнітному полі в умовах часткового гальмування нормальної компоненти. Обчислено швидкості та коефіцієнти поглинання хвиль, які поширюються. З'ясовано, що, на відміну від надплинного ^{4}He, в адіабатичному режимі існує сильно згасаюча температурна хвиля (п'ятий звук).

На свободной поверхности сверхтекучего гелия могут распространяться поверхностные волны, аналогичные гравитационно-капиллярным. Аткинс [1] изучил распространение поверхностной волны в He II в условиях полного торможения нормальной компоненты и рассмотрел длинноволновый случай.

При этом он обратил внимание на то, что колебание сверхтекучей компоненты приводит к колебанию температуры, поэтому могут стать существенными эффекты испарения и конденсации атомов гелия. Последние сглаживают изменение температуры, и по пленке распространяется волна, квадрат скорости которой выражается простой формулой

$$u_3^2 = fd\left(1 + \frac{T\sigma}{L}\right)\frac{\rho_s}{\rho}\,, \qquad (1)$$

где σ и L — соответственно энтропия и теплота испарения, приходящиеся на грамм гелия; ρ_s и ρ — сверхтекучая и полная плотности жидкости; f — константа Ван-дер-Ваальсова взаимодействия сверхтекучей жидкости с подложкой; d — равновесная толщина пленки гелия. Эти волны получили название третьего звука [1].

Но если реализовать адиабатические условия подавлением эффектов испарения и конденсации, то вместо изотермического третьего звука (1) вдоль поверхности сверхтекучего He II распространяется волна, в которой основной колеблющейся величиной является температура [2]. Этот звук был назван пятым [3], и квадрат его скорости при полном торможении нормальной компоненты равен

$$u_5^2 = \frac{\rho_n}{\rho}u_{20}^2\,. \qquad (2)$$

Здесь u_{20} — скорость второго звука в объеме сверхтекучего гелия; ρ_n — плотность нормальной компоненты сверхтекучей жидкости.

Хорошо известно, что в нулевом магнитном поле при давлении $P > P_0 = 21$ кбар к нормальной фазе ^{3}He примыкает ^{3}He-A, а при $P < P_0$ устойчивым является ^{3}He-B. Также в случае достаточно тонкой пленки сверхтекучего ^{3}He, нанесенной на твердую подложку, A-фаза оказывается стабильнее B-фазы даже при давлении насыщенных паров. Причина заключается в том, что при наличии ограничивающей поверхности (твердое тело или свободная поверхность) форма параметра порядка A-фазы не претерпевает изменения из-за существования выделенного направления орбитальной оси l, вследствие чего ее разворот вдоль нормали к поверхности не приводит к потере энергии конденсации. В отличие от A-фазы, параметр порядка B-фазы должен существенно изменяться из-за возникновения выделенного направления (не существующего в объеме) вследствие тенденции орбитальных моментов располагаться перпендикулярно поверхности. Возможность перехода в планарную фазу исключается из-за наличия парамагнонных эффектов.

В [4] было показано, что при любой $T < T_c$ существует критическая толщина пленки $d_c(T) = d_0(1 - T/T_c)^{-1/2}$ при $d_0 \approx 15\xi_0$ (ξ_0 — длина когерентности, такая, что при $d < d_c$ стабильна A-фаза, в случае $d > d_c$ возможно сущест-

© Т. А. Карчава, Ш. Е. Кекутия, Н. Д. Чхаидзе, 1995

вование как *A*-фазы, так и *B*-фазы). Переход из *A*- в *B*-фазу осуществляется при температуре

$$T_{AB} = \left[1 - (d_0/d)^2\right] T_c \ .$$

Целью настоящей статьи является изучение распространения волн в пленке сверхтекучего ^{3}He-*A* в условиях частичного торможения нормальной компоненты. Случай полного освобождения нормальной компоненты исследовался в работе [5].

Поверхностные волны в сверхтекучем ^{3}He-*A*

Рассмотрим пленку сверхтекучего ^{3}He-*A* равновесной толщиной d, помещенную в сильное магнитное поле. Изучаемая пленка не ограничена в двух направлениях. Ось z выберем вдоль нормали к пленке, а ось y — в направлении распространения волны. Будем изучать волны, длина которых значительно больше толщины пленки. Тогда для сверхтекучей скорости жидкости v^s, спина v^{sp} и нормальной скорости жидкости v^n можно полагать $v^s_z, v^{sp}_z, v^n_z \ll v^s_y, v^{sp}_y, v^n_y$, а давление P' и температуру T' считать не зависящими от координаты z и при этом пренебрегать вкладом поверхностного натяжения. В таком случае основным является колебание вдоль поверхности, и распространяющаяся волна является фактически продольной.

Гидродинамические уравнения, описывающие колебания (их относительная толщина равна η) и соответствующие локальным законам сохранения массы, энтропии σ и продольной составляющей намагниченности M, имеют вид [5]

$$\dot\eta + \frac{\rho^n_\perp}{\rho}\frac{\partial v^n_y}{\partial y} + \frac{\rho^s_\perp}{\rho}\frac{\partial v^s_y}{\partial y} + \alpha\frac{\rho^s_\perp}{\rho}\frac{\partial v^{sp}_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho d}F_\rho \ , \tag{3}$$

$$\dot\eta + \frac{\dot\sigma}{\sigma} + \frac{\partial v^n_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho d\sigma}F_\sigma \ , \tag{4}$$

$$\frac{\dot M}{M_0} + \xi\dot\eta + \xi\frac{\partial v^n_y}{\partial y} + \frac{\rho^s_\perp}{\rho}\frac{\partial v^{sp}_y}{\partial y} + \alpha\frac{\rho^s_\perp}{\rho}\frac{\partial v^s_y}{\partial y} - \alpha\frac{\rho^s_\perp}{\rho}\frac{\partial v^n_y}{\partial y} = -\frac{1}{M_0 d}F_M \ , \tag{5}$$

где $\rho^s_\perp, \rho^n_\perp$ — перпендикулярные пленке составляющие тензора плотности $\rho_{ik} = \rho_\perp(\delta_{ik} - l_i l_k) + \rho_\parallel l_i l_k$; F_ρ, F_σ и F_M — соответственно плотности потока массы, энтропии и намагниченности через границу раздела жидкость — газ; M_0 является намагниченностью поляризованного жидкого ^{3}He ($M_0 = \hbar\gamma\rho/2m$), продольная намагниченность $M = \xi M_0$, причем для вырожденной ферми-системы $\xi \ll 1$; v^n, v^s — нормальная и сверхтекучая скорости жидкости. Поскольку куперовское спаривание в *A*-фазе возможно в спиновых состояниях $\uparrow\uparrow$ и $\downarrow\downarrow$, коэффициент α выражается через амплитуды спаривания, для *A*-фазы он равен нулю, а для A_1-фазы — единице.

Сверхтекучие скорости жидкости и спина удовлетворяют уравнениям [5]

$$\dot v^s_y - \sigma\frac{\partial T}{\partial\sigma}\frac{\partial\sigma}{\partial y} - \xi M_0\frac{\partial h}{\partial M}\frac{\partial M}{\partial y} + fd\frac{\partial h}{\partial y} = 0 \ , \tag{6}$$

$$\dot v^{sp}_y + \frac{M_0}{\rho}\frac{\partial h}{\partial M}\frac{\partial M}{\partial y} = 0 \ , \tag{7}$$

где h — внутреннее магнитное поле.

В уравнении (6) учтено, что химический потенциал имеет добавку, связанную с Ван-дер-Ваальсовым взаимодействием пленки с подложкой.

Уравнение движения нормальной компоненты жидкости получается из закона сохранения импульса, учитывающего тормозящую силу нормальной компоненты. Усредняя y-составляющую закона сохранения импульса по z и принимая во внимание, что изменение давления в основном определяется колебанием толщины пленки, получаем

$$\alpha\frac{\rho^s_\perp}{\rho}\frac{\partial v^{sp}_y}{\partial t} + \frac{\rho^n_\perp}{\rho}\frac{\partial v^n_y}{\partial y} - \frac{\rho^s_\perp}{\rho}\frac{\partial v^s_y}{\partial t} + fd\frac{\partial v^n_y}{\partial y} - \omega r\rho v^n_y = 0. \tag{8}$$

Здесь $\omega r\rho v^n_y$ — усредненная тормозящая сила, обусловленная конечной вязкостью гелия и наличием границы. Величина r является комплексной функцией частоты звука и толщины пленки:

$$r = -i\frac{\rho^n_\perp}{\rho}\frac{\operatorname{tg} q_{3z}d}{q_{3z}d - \operatorname{tg} q_{3z}d} \ , \tag{9}$$

где $q_{3z} = (i\omega\rho^n_\perp/\eta)^{1/2}$ — волновой вектор вязкой волны.

Поток массы через границу раздела жидкость-газ выражается с помощью кинетических коэффициентов K_σ и K_ξ следующим образом:

$$F_\rho = K_\sigma\left(\frac{\sigma'}{\sigma}\right) + K_\xi\,\xi' \ .$$

Учитывая, что $\sigma/\sigma_g \ll 1$ (σ_g — энтропия единицы массы пара) и что $\xi \ll 1$, и предполагая, что все переменные величины изменяются по закону $\exp i(\omega t - qy)$, из условия совместимости системы уравнений (3)–(8) получаем дисперсионное уравнение

$$\frac{\rho_\perp^n}{\rho}(1-\alpha^2)\frac{i\omega\tau}{1-i\omega\tau}q^6 + q^4\left\{q_{21}^2\left[\alpha^2+\frac{\rho_\perp^n}{\rho}(1-\alpha^2)\left(1+ir\frac{\rho_\perp^s}{\rho_\perp^n}\right)\right] - \frac{\rho_\perp^n}{\rho}(1-\alpha^2)q_{v\perp}^2\frac{i\omega\tau}{1-i\omega\tau}(1+ir) - \right.$$

$$\left. - q_{sp\perp}^2\left(\alpha\frac{K_\xi}{K_\sigma}\frac{1}{1-i\omega\tau} - \frac{i\omega\tau}{1-i\omega\tau}\right)\right\} - q^2\left\{q_{2\perp}^2 q_{v\perp}^2\left[\alpha^2(1+ir)+\frac{\rho_\perp^n}{\rho}(1-\alpha^2)\left(1+ir\frac{\rho}{\rho_\perp^n}\right)\right] - \right.$$

$$\left. - q_{sp\perp}^2 q_{v\perp}^2\left(\alpha\frac{K_\xi}{K_\sigma}\frac{1}{1-i\omega\tau} - \frac{i\omega\tau}{1-i\omega\tau}\right)(1+ir) + q_{21}^2 q_{sp\perp}^2\left(1+ir\frac{\rho_\perp^s}{\rho_\perp^n}\right)\right\} + q_{21}^2 q_{v\perp}^2 q_{sp\perp}^2\left(1+ir\frac{\rho}{\rho_\perp^n}\right) = 0. \quad (10)$$

Здесь $\tau = \frac{\rho d}{K_\sigma}\frac{\sigma}{\sigma_g}$ имеет размерность времени и характеризует процессы испарения — конденсации. Если период колебания гораздо больше времени τ, то устанавливается изотермический режим распространения звуков, в обратном случае — адиабатический. Квадраты скоростей второго звука, Ван-дер-Ваальсовой волны и продольной спиновой волны имеют вид

$$u_{2\perp}^2 = \frac{\omega^2}{q_{2\perp}^2} = \frac{\rho_\perp^s}{\rho_\perp^n}\sigma^2\frac{\partial T}{\partial\sigma}, \quad u_{v\perp}^2 = \frac{\omega^2}{q_{v\perp}^2} = fd, \quad u_{sp\perp}^2 = \frac{\omega^2}{q_{sp\perp}^2} = \frac{\rho_\perp^s}{\rho_\perp^n}\frac{M_0}{\rho}\frac{\partial h}{\partial\xi}.$$

При этом между скоростями существует следующее соотношение:

$$u_{sp\perp}^2 >> u_{v\perp}^2 >> u_{2\perp}^2.$$

Исходя из последнего выражения и дисперсионного уравнения (10) получаем одно из решений, соответствующее спиновой волне:

$$q_{sp}^2 = q_{sp\perp}^2\frac{1+ir(\rho/\rho_\perp^n)}{\alpha^2(1+ir)+(\rho_\perp^n/\rho)(1-\alpha^2)(1+ir\rho/\rho_\perp^n)}\left\{1-\frac{\rho_\perp^s}{\rho_\perp^n}\frac{q_{sp\perp}^2}{q_{v\perp}^2}\left[\frac{i\alpha r}{\alpha^2(1+ir)+(\rho_\perp^n/\rho)(1-\alpha^2)(1+ir\rho/\rho_\perp^n)}\right]^2\right\}. \quad (11)$$

В A-фазе ($\alpha = 0$) квадрат скорости спиновой волны в пределе как полного торможения нормальной компоненты, так и в условиях ее свободного колебания имеет вид

$$u_{sp}^2 = \frac{\rho_\perp^n}{\rho}u_{sp\perp}^2.$$

Следовательно, в A-фазе в этой волне нормальная компонента не вовлечена в колебания. Скорость распространения спиновой волны в A_1-фазе равна

$$u_{sp} = u_{sp\perp}\sqrt{1-b(\rho_\perp^s/\rho)}\left[1+\frac{3}{8}\left(\frac{a\rho_\perp^s/\rho}{1-b\rho_\perp^s/\rho}\right)^2\right].$$

Величины a и b являются функциями отношения $\delta = d/\lambda_b$ (λ_b — глубина проникновения вязкой волны):

$$a = \frac{\mathrm{sh}\,2\delta - \sin 2\delta}{4\delta(\cos^2\delta + \mathrm{sh}^2\delta)},$$

$$b = \frac{\mathrm{sh}\,2\delta + \sin 2\delta}{4\delta(\cos^2\delta + \mathrm{sh}^2\delta)}.$$

Коэффициент поглощения спиновой волны, обусловленной трением нормальной компоненты, равняется

$$\mathrm{Im}\,q_{sp} = \frac{\omega}{2u_{sp\perp}}\frac{a\rho_\perp^s/\rho}{(1-b\rho_\perp^s/\rho)^{3/2}}\times$$

$$\times\left[1-\frac{5}{8}\left(\frac{a\rho_\perp^s/\rho}{1-b\rho_\perp^s/\rho}\right)^2\right].$$

Особый интерес представляет волна, обусловленная Ван-дер-Ваальсовым взаимодействием пленки с подложкой. Для нее из (10) имеем

$$q_v^2 = q_{v\perp}^2 \frac{\alpha^2(1+ir) + (\rho_\perp^n/\rho)(1-\alpha^2)(1+ir\rho/\rho_\perp^n)}{\alpha^2 + (\rho_\perp^n/\rho)(1-\alpha^2)(1+ir\rho_\perp^s/\rho_\perp^n)} \times$$

$$\times \left[1 + \frac{q_{v\perp}^2}{q_{2\perp}^2} \frac{(\rho_\perp^n/\rho)(1-\alpha^2)i\omega\tau(1+ir)/(1-i\omega\tau)}{\alpha^2 + (\rho_\perp^n/\rho)(1-\alpha^2)(1+ir\rho_\perp^s/\rho_\perp^n)}\right] . \quad (12)$$

Эта волна в A_1-фазе является сильно затухающей в пределе сильного торможения нормальной компоненты:

$$q_v^2 = q_{v\perp}^2(1+ir) .$$

Вблизи перехода в A_1-фазу происходит смешивание колебаний продольной намагниченности и колебаний профиля свободной поверхности пленки [5]. Для этой гибридной волны в A_1-фазе при полном торможении нормальной компоненты из (11) получаем

$$u_{sp}^2 = \frac{\rho_\perp^n}{\rho} u_{sp\perp}^2 + \frac{\rho_\perp^s}{\rho} u_{v\perp}^2 .$$

Скорость распространения и коэффициент поглощения Ван-дер-Ваальсовой волны (12) в A-фазе соответственно равны

$$u_v = u_{v\perp}\sqrt{1 - b\rho_\perp^n/\rho}\left[1 + \frac{3}{8}\left(\frac{a\rho_\perp^n/\rho}{1-b\rho_\perp^n/\rho}\right)^2\right]$$

и

$$\mathrm{Im}\, q_v = \frac{\omega}{2u_{v\perp}} \frac{a\rho_\perp^n/\rho}{1-b\rho_\perp^n/\rho}\left[1 - \frac{5}{8}\left(\frac{a\rho_\perp^n/\rho}{1-b\rho_\perp^n/\rho}\right)^2\right] .$$

Из дисперсионного уравнения (10) следует, что в A-фазе при $\omega\tau >> 1$ имеется также сильно затухающее решение (адиабатический режим) и при $r \to \infty$ оно равно

$$q_2^2 = q_{2\perp}^2\left(1 + ir\frac{\rho_\perp^s}{\rho_\perp^n}\right) .$$

В случае He II в этих условиях распространяется температурный пятый звук (2). Нетрудно показать, что при $\omega\tau >> 1$ и $r \to \infty$ уравнение (12) имеет решение

$$u_v^2 = \frac{\rho_\perp^s}{\rho} u_{v\perp}^2 + \frac{\rho_\perp^n}{\rho} u_{2\perp}^2 .$$

В этой волне колеблется как температура, так и толщина пленки:

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} = -\eta .$$

Таким образом, в пленке сверхтекучего ^{3}He-A при частичном торможении нормальной компоненты, в отличие от сверхтекучего ^{4}He в адиабатическом режиме, существует сильно затухающий пятый звук.

1. K. R. Atkins, *Phys. Rev.* **113**, 962 (1959).
2. Т. А. Карчава, Ш. Е. Кекутия, *ФНТ* **8**, 1012 (1982).
3. G. J. Jelatic, J. A. Roth, and J. D. Maynard, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1285 (1979).
4. N. Fujita, M. Nakahara, T. Ohmi, and T. Tsuneto, *Progr. Theor. Phys.* **64**, 396 (1980).
5. Г. А. Барамидзе, Г. Е. Гургеншвили, Г. А. Харадзе, *ФНТ* **11**, 579 (1985).

Propagation of waves in superfluid ^{3}He-A film

T. A. Karchava, Sh. E. Kekutia, and N. D. Chkaidze

The propagation of waves in superfluid ^{3}He-A films at high magnetic field is considered for the case where the normal component of the liquid is partially stagnant. The velocities and attenuation of the waves are calculated. It is found that unlike the superfluid ^{4}He there is a highly damped temperature wave (fifth sound) under the adiabatic conditions.