Физика низких температур, 1996, т. 22, № 6, с. 622–625

Вольт-амперные характеристики квантовых туннельных контактов при малых напряжениях

Е. Н. Братусь[1], Е. Вендин[2], В. С. Шумейко[1,2], Е. В. Безуглый[1]

[1] *Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины, Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47*

[2] *Chalmers University of Technology, 41296 Goteborg, Sweden*

Теоретически исследованы зависимости постоянного и переменного токов Джозефсона в квантовом туннельном контакте с произвольной прозрачностью $0 < D < 1$ от заданного напряжения в области смещений, малых по сравнению с величиной энергетической щели. Обсуждаются физические механизмы формирования сверхтекучей и квазичастичной компонент тока при адиабатических колебаниях андреевских локализованных состояний в контакте.

Теоретично досліджено залежності постійного та змінного струмів Джозефсона в квантовому тунельному контакті з довільною прозорістю $0 < D < 1$ від заданої напруги в області зміщень, малих в порівнянні з величиною енергетичної щілини. Обговорюються фізичні механізми формування надплинної та квазічасткової компонент струму при адіабатичних коливаннях андріївських локалізованих станів у контакті.

Исследование физической природы и свойств субщелевого тока в джозефсоновских контактах при напряжениях $V < 2\Delta/e$ привлекает в настоящее время большое внимание в связи с развитием технологии изготовления, расширением экспериментальных исследований джозефсоновских микро- и наноструктур [1–3] и богатством физических явлений, обусловленных квантовым характером их транспортных свойств. Теория субщелевого тока в *SNS*-структурах, основанная на представлении о многократном андреевском отражении [4,5] и обобщенная в [6] для туннельных контактов, связывает его с квантовыми переходами квазичастиц через каналы неупругого рассеяния на осциллирующем потенциальном барьере, нестационарность которого обусловлена изменением разности фаз параметра порядка $\varphi = 2eVt$ при заданном напряжении на контакте.

Изложенная в [6] физическая картина формирования субщелевого тока заключается в следующем. Налетающая на туннельный барьер квазичастица с энергией $E < -\Delta$ испытывает на нем неупругое рассеяние в нормальный и андреевский каналы, что приводит к распаду исходного состояния на совокупность гармоник с энергиями $E_n = E + n\omega$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$), где частота колебаний комплексного параметра порядка $\omega = eV$ отвечает энергии, приобретенной (или потерянной) квазичастицей при прохождении разности потенциалов V на контакте. Возникновение состояний рассеяния с энергией $E_n > \Delta$ приводит к появлению квазичастичного тока, и при $eV < 2\Delta$ оно может быть качественно описано как результат многократного андреевского отражения от берегов контакта, хотя, разумеется, в случае туннельного контакта представление о квазиклассических траекториях квазичастиц неприменимо. Теоретическое описание этого процесса осуществляется рекуррентными соотношениями [6] для амплитуд вероятности туннелирования в нормальном C_n и андреевском A_n каналах:

$$C_n + V_n^+ C_{n+1} + V_n^- C_{n-1} = \frac{1}{r}\delta_{n,0}, \qquad (1)$$

$$V_n^+ = \left(\frac{\operatorname{ch}\Gamma_n}{\operatorname{ch}\Gamma_{n+1}}\right)^{1/2} \frac{1}{\operatorname{sh}\gamma_n} \begin{cases} -\dfrac{d}{2r} Z_n^{-1}, & n = 2k, \\ \dfrac{d^*}{2\tilde{r}} \operatorname{sgn} E_n \operatorname{sgn} E_{n+1} Z_n, & n = 2k+1, \end{cases}$$

© Е. Н. Братусь, Е. Вендин, В. С. Шумейко, Е. В. Безуглый, 1996

$$V_n^- = \left(\frac{\operatorname{ch}\Gamma_n}{\operatorname{ch}\Gamma_{n-1}}\right)^{1/2} \frac{1}{\operatorname{sh}\gamma_n} \begin{cases} \dfrac{d}{2r}\operatorname{sgn} E_n \operatorname{sgn} E_{n-1} Z_{n-1}, & n = 2k, \\ -\dfrac{d^*}{2\tilde{r}} Z_{n-1}^{-1}, & n = 2k+1, \end{cases} \tag{2}$$

где d, r, $\tilde{r} = -r^* d/d^*$ — элементы матрицы рассеяния нормальных электронов ($|d|^2 = D$, $|r|^2 = R$, $D + R = 1$), $Z_n = \exp(1/2(\gamma_n + \gamma_{n+1}))$, $\Gamma_n = \operatorname{Re}\gamma_n$, а величина $\gamma_n = \gamma(E_n)$ определена следующим образом:

$$\exp\gamma(E) = \begin{cases} \dfrac{|E| + (E^2 - \Delta^2)^{1/2}}{\Delta}, & |E| > \Delta, \\ \dfrac{|E| + i\operatorname{sgn} E(E^2 - \Delta^2)^{1/2}}{\Delta}, & |E| < \Delta. \end{cases} \tag{3}$$

Уравнения для A_n отличаются от (1), (2) видом источника в правой части (1), а также заменой $\gamma \to -\gamma$ в (2).

Используя стандартное квантовомеханическое определение тока, можно выразить его постоянную компоненту I_{dc} через коэффициенты A, C (используется система единиц, в которой $\hbar = 1$, $c = 1$):

$$I_{dc} = \frac{e}{\pi}\int_\Delta^\infty dE \operatorname{th}\frac{E}{2T}\sum_k \left(I_{2k+1}^e(E) - I_{2k+1}^h(E)\right), \tag{4}$$

где $I_n^{e,h}(E) = (E/\xi)(|C_n^{e,h}|^2 - |A_n^{e,h}|^2)$ — парциальный ток n-й гармоники, возникающей при рассеянии падающей электронной и дырочной волн (для электронной волны в формулах (2) следует сделать замену $\gamma \to -\gamma$).

Первоначальные результаты теории субщелевого тока в квантовом одномодовом туннельном контакте были получены в [6] для напряжений порядка ширины щели ($eV \le 2\Delta$) и малой прозрачности контакта ($D \ll 1$). В случае малых напряжений $eV \ll \Delta$ развитый в [6] формальный метод решения уравнений (2) с помощью аппарата цепных дробей оказывается неэффективным ввиду необходимости учета большого числа промежуточных состояний рассеяния. В настоящем сообщении представлено асимптотическое решение этой задачи с использованием квазиклассического метода решения конечно-разностных уравнений, позволяющего исследовать практически важный и интересный случай произвольной прозрачности контакта $0 < D < 1$. Используя то, что коэффициенты $V_n^\pm = V^\pm(E_n)$ в уравнении (1) изменяются медленно при $\omega = eV \ll \Delta$, представим входящие в (4) нечетные гармоники амплитуд C_n в стандартной квазиклассической форме: $\exp(S(E_n)/\omega)$, где $S(\varepsilon) = S_0(\varepsilon) + \omega S_1(\varepsilon) + \ldots$ — медленно (в масштабе ω) меняющаяся функция энергии, удовлетворяющая уравнению

$$\sum_{\sigma=\pm1}\exp\left(2\sigma\frac{\partial S}{\partial\varepsilon}\right)\left(1 + 2\frac{\partial^2 S}{\partial\varepsilon^2} - \omega\frac{\partial\gamma}{\partial\varepsilon} - \sigma\omega\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\ln\operatorname{sh}\gamma\right) = 2\left(U(\varepsilon) - \omega\frac{\partial\gamma}{\partial\varepsilon}\right), \tag{5}$$

где $U(\varepsilon) = 1 + (2/D\Delta^2)(\varepsilon^2 - \Delta^2)$ — эффективный потенциал, определяющий классически разрешенные ($\Delta\sqrt{R} \le |\varepsilon| \le \Delta$) и запрещенные ($|\varepsilon| \ge \Delta$, $|\varepsilon| \le \Delta\sqrt{R}$) области энергий. В окрестности соответствующих особых точек ($|U(\varepsilon)| \to 1$) рекуррентные соотношения (1) можно асимптотически точно приблизить к дифференциальным уравнениям, которые порождают условия сшивки решений квазиклассического уравнения (5).

Не останавливаясь на деталях расчета, опишем общую картину поведения амплитуд $C(\varepsilon)$ и вытекающие из нее результаты вычисления квазичастичного тока при малых напряжениях. Исходная электронная волна с энергией $\varepsilon = E < -\Delta$, изменяя энергию при каждом акте рассеяния ($\varepsilon \to \varepsilon + \omega$), туннелирует к нижней (дырочная волна с энергией $\varepsilon > \Delta$ — к верхней) границе щели и проникает в классически разрешенную область $-\Delta \le \varepsilon \le -\Delta\sqrt{R}$, где распространяется в виде бегущей волны. Специфической особенностью этого перехода является отсутствие отражения в особой точке: соответствующее дифференциальное уравнение для $C(\varepsilon)$ в ее окрестности имеет точное решение

$$\exp\left(\pm\frac{2\Delta}{3eV}\sqrt{2/D}\,(\varepsilon/\Delta + 1)^{3/2}\right),$$

продолжающееся аналитически в обе стороны от особой точки. В то же время дальнейший переход в запрещенную область $-\Delta\sqrt{R} \le \varepsilon \le \Delta\sqrt{R}$ сопровождается обычным квантовомеханическим отражением в квазиклассической точке поворота $\varepsilon = -\Delta\sqrt{R}$, а вероятность туннелирования через щель в область возбужденных состояний ($\varepsilon > \Delta$), определяющая величину квазичастичного тока, экспоненциально мала по параметру квазиклассичности Δ/ω:

$$I_{dc} = \frac{e\Delta}{\pi}\exp\left(-\Phi(eV, D)\right), \tag{6}$$

$$\Phi(eV, D) = \frac{1}{eV}\int_{-\Delta\sqrt{R}}^{\Delta\sqrt{R}} d\varepsilon \operatorname{arcch} |U(\varepsilon)| =$$

$$= \frac{4\Delta}{eV}\left[F(\pi/2, \sqrt{R}) - E(\pi/2, \sqrt{R})\right], \qquad (7)$$

$$\Phi(eV, D) \approx \frac{2\Delta}{eV}\ln\frac{1}{D} \quad \text{при} \quad D \ll 1,$$

где F, E — эллиптические интегралы. Отметим, что формула (6) согласуется с результатами проведенного в [7] численного расчета I_{dc} и правильно описывает предельный переход к рассмотренному в [7] точно решаемому случаю полностью прозрачного контакта ($D \to 1$)

$$I_{dc}(D = 1) = e\Delta/\pi, \qquad (8)$$

несмотря на то что при малых R квазиклассическое решение не применимо в запрещенной области $|\varepsilon| \le \Delta\sqrt{R}$, когда ее ширина становится меньше элементарного скачка энергии квазичастицы ω. Аналогичный расчет переменной компоненты тока I_{ac} указывает на участие в ее формировании классически разрешенных состояний ($\Delta\sqrt{R} \le |\varepsilon| \le \Delta$), а ее выражение совпадает с известной фазовой зависимостью стационарного тока Джозефсона при заданной разности фаз $\varphi = 2eVt$ на контакте:

$$I_{ac} = \frac{e\Delta^2 D}{2E_0(\varphi)}\sin\varphi,$$

$$E_0(\varphi) = \Delta\sqrt{1 - D\sin^2\varphi/2}. \qquad (9)$$

Изложенные результаты допускают физическую интерпретацию в терминах адиабатической временной эволюции стационарных состояний квантового туннельного контакта, содержащих, помимо состояний непрерывного спектра возбуждений в области $|\varepsilon| > \Delta$, андреевские уровни с энергией $E_\pm = \pm E_0(\varphi)$ внутри щели [8,9], переносящие стационарный ток Джозефсона. При малых напряжениях на контакте эти уровни испытывают медленные колебания в интервале $\Delta\sqrt{R} \le |E_\pm| \le \Delta$ с частотой $\omega = eV << \Delta$, что приводит к адиабатическим осцилляциям сверхтекучей компоненты джозефсоновского тока (9). С ростом прозрачности контакта ($D \to 1, E_\pm \to \pm|\cos\varphi(t)/2|$) в точках максимального сближения уровней $\varphi(t) = (2n + 1)\pi$ при $R \propto eV/\Delta$ становится существенной их гибридизация, которая в случае полной прозрачности [7] приводит к формированию двух периодически пересекающихся уровней $E_\pm = \pm\cos\varphi(t)/2$, колеблющихся в интервале $-\Delta \le E_\pm \le \Delta$. Вследствие этого поведение I_{ac} испытывает кроссовер [7] при $R \propto eV/\Delta$, когда асимптотический вид

$$I_{ac}(R << 1) \propto \sin(\varphi/2)\operatorname{sgn}(\cos(\varphi/2))$$

фазовой зависимости джозефсоновского тока (9) сменяется зависимостью

$$I_{ac}(R = 0) \propto |\sin(\varphi/2)|\operatorname{sgn} V$$

для точечного контакта.

Колебания андреевских уровней играют существенную роль и в формировании постоянного тока (6)–(8), обеспечивая перенос квазичастиц из заполненной зоны внутрь щели на глубину $\Delta\sqrt{R}$ и тем самым сужая эффективный барьер, преодолеваемый квазичастицами при туннелировании через щель. Эти соображения позволяют качественно оценить величину постоянного тока, обратившись к выделяемой на контакте при его протекании оценке мощности Q:

$$Q = VI_{dc} \propto 2\Delta\dot{N}, \qquad (10)$$

которая, очевидно, пропорциональна энергии 2Δ, затрачиваемой электрическим полем на перенос квазичастицы андреевскими уровнями, и числу квазичастиц $\dot{N}$, перенесенных через щель за единицу времени. Последнее, в свою очередь, определяется произведением частоты попыток ω на вероятность туннелирования W через щель, что, с учетом (10), приводит к следующей оценке I_{dc}:

$$I_{dc} \propto 2\Delta eW. \qquad (11)$$

При $D << 1$ величина $W = D^n$, где $n = 2\Delta/eV$ — число переходов квазичастицы через контакт с вероятностью D и передачей энергии eV, необходимых для преодоления щели 2Δ (ср. с (6), (7)), а в случае полной прозрачности контакта вероятность туннелирования W равна единице и постоянный ток, в соответствии с (8), от напряжения не зависит. Заметим, однако, что при сколь угодно малой, но конечной вероятности отражения R в области предельно малых напряжений $eV << R\Delta$ плато (8) на вольт-амперной характеристике превращается в экспоненциальную зависимость (6), и квазичастичный ток исчезает при $V \to 0$.

Работа выполнена частично при поддержке грантом INTAS, N 94-3681.

1. A. W. Kleinsasser, R. E. Miller, W. H. Mallison, and G. B. Arnold, *Phys. Rev. Lett.* 72, 1738 (1994).
2. N. van der Post, E. T. Peters, I. K. Yanson, and J. M. van Ruitenbeek, *Phys. Rev. Lett.* 73, 2611 (1994).
3. H. Takayanagi, T. Akasaki, and J. Nitta, *Phys. Rev. Lett.* (1995) (in press).
4. T. M. Klapwijk, G. E. Blonder, and M. Tinkham, *Physica B+C* 109–110, 1657 (1982).
5. G. B. Arnold, *J. Low Temp. Phys.* 59, 143 (1985).

6. E. N. Bratus, V. S. Shumeiko, and G. Wendin, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2110 (1995).
7. D. Averin and A. Bardas, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1831 (1995).
8. A. Furusaki and M. Tsukada, *Physica* **B165–166**, 967 (1990).
9. S. V. Kuplevakhskii and I. I. Falko, *Sov. J. Low Temp. Phys.* **17**, 501 (1991).

Current–voltage characteristics of quantum tunnel junctions at small biases

E. N. Bratus', E. Vendin,
V. S. Shumeiko, and E. V. Bezuglyi

We have investigated theoretically the dependences of dc and ac Josephson current in a quantum tunnel junction of an arbitrary transparency $0 < D < 1$ on a given bias much less than the energy gap. The physical mechanisms of the generation of superfluid and quasiparticle current under adiabatic oscillations of the Andreev bound states in the junction are discussed.