

Энергетический спектр конечной цепочки цилиндрических потенциальных ям

Е. Я. Глушко

*Криворожский государственный педагогический институт,
Украина, 324086, г. Кривой Рог, пр. Гагарина, 54
E-mail: eyagl@kpi.dp.ua*

Статья поступила в редакцию 26 марта 1996 г., после переработки 21 апреля 1997 г.

Получено приближенное аналитическое решение уравнения Шредингера для ограниченной квазиодномерной системы цилиндрических потенциальных ям — модели атомной цепочки или квантовой нити. Показано, что плавное изменение поперечных размеров цилиндрической квазиодномерной системы может приводить к модификациям спектра, обусловленным появлением (исчезновением) квантов поперечного движения. Обсуждается пороговый характер состояний широкой цепочки, обусловленный квантованием продольного движения.

Одержано наближене аналітичне рішення рівнянь Шредингера для обмеженої квазіодновимірної системи циліндричних потенційних ям — моделі атомного ланцюжка або квантової нитки. Показано, що повільна зміна поперечних розмірів циліндричної квазіодновимірної системи може приводити до модифікацій спектра, обумовлених появою (зникненням) квантів поперечного руху. Обмірковується пороговий характер станів широкого ланцюжка, обумовлений квантуванням поперечного руху.

PACS: 71.20.-b, 73.20.Dx, 03.65.Ge

1. Введение

Низкоразмерные твердотельные структуры характеризуются чрезвычайным богатством физических явлений. В их перечень могут быть включены квантовый эффект Холла, высокотемпературная сверхпроводимость, обратимая память и т.п. В частности, квазиодномерные системы — квантовые нити, атомные и молекулярные цепочки, острия сканирующих туннельных микроскопов (СТМ) — привлекают пристальное внимание исследователей. Повидимому, цепочечная структура слоев в купратных металлооксидных соединениях играет важную роль в механизме высокотемпературной сверхпроводимости [1]. Атомные цепочки реальных структур могут имитироваться цепочками потенциальных ям. Такого рода система одноуровневых слабо взаимодействующих потенциальных ям рассмотрена в работе [2], в которой исследована взаимосвязь топологии одномерной атомной цепочки и энергетического спектра и показано, что изменение связности цепи (появление кольца) вызывает отщепление локальных состояний. В теоретических работах [3,4] рассчитывался вклад в туннельный ток

СТМ локального состояния, возникающего вследствие взаимодействия острия электрода с поверхностью образца. В экспериментальной работе [5] исследовано явление резкого роста под действием тока проводимости микроскопических проводящих каналов, возникающих в окисленном полипропилене. Спектры излучательной рекомбинации электронов в гетеропереходе GaAs—AlGaAs с квантовыми нитями с фотовозбужденными дырками позволили авторам [6] получить зависимость энергетического спектра от магнитного поля и обнаружить размерное возрастание эффективной массы электронов. Экспериментально подтверждено в [6] (см. также обзор [7]) отсутствие размерного минизонного квантования энергии. Теоретическое обоснование этого явления вытекает из анализа точно решаемых ограниченных моделей сверхрешеток как без использования приближения трансляционной инвариантности [8,9], так и в рамках этого приближения [10].

Обычно используемые теоретические модели квазиодномерных систем [2,5–7] по сути являются строго одномерными, поскольку поперечные степени свободы не учитываются.

Между тем пренебрежение квантованием в поперечном направлении приводит к сдвигу всей энергетической картины вниз на энергию порядка энергии поперечных квантов. Избежать возникающей при этом неопределенности в отсчете энергии можно, заключая квазиодномерную систему в непроницаемый потенциальный ящик, как в работах [8,11]. В [11] таким способом решена задача туннельных осцилляций электронной плотности в спаренных квантовых проволоках. Двумерная задача о состояниях в цилиндрически симметричной неограниченной потенциальной яме подробно исследована в [12,13]; трехмерный и многомерный случаи проанализированы в [14].

В настоящей работе на основе точного решения для конечной системы одномерных потенциальных ям найдено аналитическое приближенное решение для зонных и локальных состояний ограниченной цилиндрической квазиодномерной цепочки потенциальных ям конечной глубины. Полученный спектр включает в себя локальные состояния двух типов — внутренние и внешние. Исследовано условие малости поправок теории возмущений к энергии актуальных состояний вблизи дна зоны проводимости цепочки. Обсуждается существование порогового эффекта вытеснения состояний из квантовых цепочек с небольшой глубиной потенциальной ямы, обусловленного квантованием продольного движения.

2. Конечная цилиндрическая цепочка потенциальных ям

Рассмотрим систему N соосных цилиндрических квантовых ям длиной a и радиусом R каждая. В данной модели ямы имеют глубину U_0 и разделены бесконечно узкими перегородками с непроницаемостями Ω (рис. 1,а). Потенциальную энергию такой системы можно представить суммой $U(\rho, z) = U_0(\rho, z) + \Delta U(\rho, z)$, где аддитивная по цилиндрическим переменным ρ, z часть имеет вид $U_0(\rho, z) = U_\rho + U_z$;

$$U_z = \begin{cases} \frac{\hbar^2 \Omega}{m^*} \sum_{l=1}^{N-1} \delta(z - la), & z \in (0, Na), \\ U_0, & z \notin (0, Na); \end{cases} \quad (1)$$

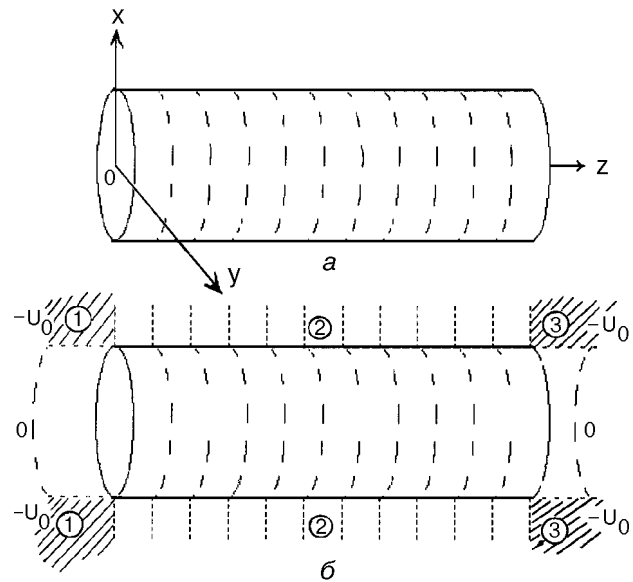


Рис. 1. а — цилиндрическая цепочка потенциальных ям конечной глубины: U_0 — глубина, потенциал внутри цепочки равен нулю, б — корректирующая потенциальная энергия $\Delta U(\rho, z)$. Пунктирные линии отвечают δ -углублениям с непроницаемостями Ω .

$$\Delta U(\rho, z) = \begin{cases} 0, & \rho < R, \\ -U_z, & \rho > R, \quad z \in (0, Na), \\ -U_0, & \rho > R, \quad z \notin (0, Na). \end{cases}$$

Потенциальная энергия U_ρ равна нулю для $\rho < R$ и U_0 для $\rho > R$, ρ — радиус-вектор в цилиндрической системе координат. Выбранный потенциал нулевого приближения в виде суперпозиции одномерного ограниченного потенциала Кронига—Пенни, опущенного в общую потенциальную яму глубиной U_0 , и потенциала неограниченной цилиндрической ямы глубиной U_0 с плоским дном позволяет получить точное решение задачи. Из-за большого числа ям в системе поправка $\Delta U(\rho, z)$ слабо изменяет спектр нулевого приближения (см. ниже) и может быть учтена по теории возмущений. Обозначая

$$\Delta_\rho = \frac{d}{\rho d\rho} \left(\rho \frac{d}{d\rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{d^2}{d\varphi^2}, \quad \Delta_z = \frac{d^2}{dz^2},$$

где φ — азимутальный угол, для аддитивной части гамильтониана получаем

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m^*} (\Delta_\rho + \Delta_z) + U_\rho + U_z. \quad (2)$$

Корректирующая добавка к нулевому гамильтониану $\Delta U(\rho, z)$ (см. рис. 1,б) уничтожает δ -барьеры в пространстве вне

цилиндра и «срезает» на величину U_0 излишнее превышение потенциала в заштрихованных областях 1 и 3. Поскольку в гамильтониане \hat{H}_0 переменные разделены, для l -фрагмента волновой функции в нулевом приближении имеем

$$(\Psi_{kk_\perp}(z, \rho))_l = (A_l e^{ikz} + B_l e^{-ikz}) e^{in\phi} \begin{cases} A_\perp \mathbf{K}_n(\bar{k}_\perp \rho), & \rho > R, \\ B_\perp \mathbf{J}_n(k_\perp \rho), & \rho < R, \end{cases} \quad (3)$$

где k , k_\perp — продольный и поперечный волновые векторы; $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — угловое квантовое число; $l \in [0, N+1]$ нумерует квантовые ямы, крайние значения l отвечают левому и правому берегам одномерного потенциала с соответствующим видоизменением выражения в первых скобках; \mathbf{J}_n — функция Бесселя n -порядка; \mathbf{K}_n — функция Макдональда n -порядка; A_\perp, B_\perp — нормировочные константы поперечной части волновой функции

$$k^2 + k_\perp^2 = \frac{E}{E_0 a^2}, \quad k_\perp^2 + \bar{k}_\perp^2 = g_0^2; \quad (4)$$

$$g_0^2 = \frac{2m^* U_0}{\hbar^2}, \quad E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^* a^2}.$$

Здесь E — собственное значение энергии в трехмерной задаче. Граничные условия в произвольной точке (z, ϕ) на боковой стенке цилиндра приводят к уравнению квантования поперечного движения:

$$\bar{k}_\perp \mathbf{J}_n(k_\perp R) \mathbf{K}_{n+1}(\bar{k}_\perp R) = k_\perp \mathbf{J}_{n+1}(k_\perp R) \mathbf{K}_n(\bar{k}_\perp R). \quad (5)$$

Уравнение (5) является точным дисперсионным соотношением, описывающим энергетический спектр частицы в неограниченной цилиндрической потенциальной яме конечной глубины [13,14]. Рассчитанный по формуле (5) энергетический спектр поперечного движения при $U_0 = 4E_0$ и угловом квантовом числе $n = 0$ в зависимости от радиуса R приведен на рис. 2*. Как следует из рисунка, состояния в неограниченной цилиндрической яме с плоским

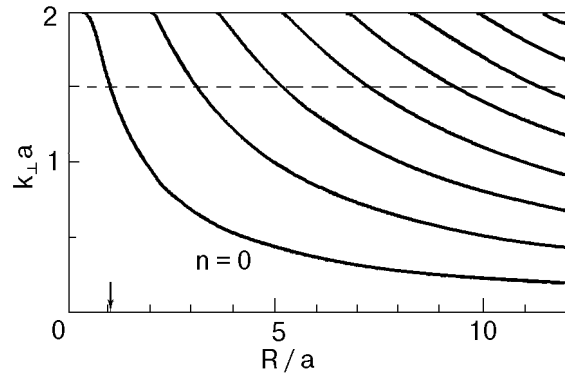


Рис. 2. Квантование поперечного движения. Сплошные кривые — ветви поперечного движения. Квантовые числа N_r отсчитываются снизу. Стрелкой отмечено положение предельного радиуса цепочки для нулевого приближения $R_{\min} \approx 1,1a$; горизонтальная пунктирная линия соответствует предельному волновому числу $k_{\max} \approx 1,486/a$.

дном и конечной глубиной возникают при сколь угодно малом радиусе R , поскольку нижняя ветвь поперечного движения начинается непосредственно у точки $R = 0$. Этот результат согласуется с известным общим выводом об отсутствии порога существования состояний в произвольной цилиндрической яме [12]. Более высокие ветви состояний таким порогом обладают: для $n = 0$ он определяется из (5) нулями $\mathbf{J}_1(k_\perp R)$. В пределе $U_0 \rightarrow \infty$ получаем квантовую нить в цилиндрическом потенциальном ящике [9,11]. Рост поперечного размера системы описывается соответствующим перемещением вертикального сечения на рис. 2, задающего радиальные квантовые числа $N_r = 1, 2, \dots, N_{\max}$. Например, при $R = 9a$ имеем $N_{\max} = 6$ для $n = 0$ и $N_{\max} = 5$ для $n = 1$.

Продольное квантование определяется гамильтонианом

$$\hat{H}_z = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta_z + U_z. \quad (6)$$

Решение задачи на собственные значения для ограниченной системы потенциальных ям без использования приближения трансляционной инвариантности основано на свертке произведения трансфер-матриц $\hat{\Lambda}$, связывающих векторы (A_l, B_l) в соседних ямах [12]:

* Ветви, отвечающие $n = 1$ на рис. 2, располагаются практически точно посередине между ветвями $n = 0$, а ветви $n = 2$ — между ветвями $n = 1$.

$$\hat{\Lambda}^m = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (\mu + \sqrt{\lambda v})^m + (\mu - \sqrt{\lambda v})^m, & \xi \sqrt{v/\lambda} [(\mu + \sqrt{\lambda v})^m - (\mu - \sqrt{\lambda v})^m] \\ [(\mu + \sqrt{\lambda v})^m - (\mu - \sqrt{\lambda v})^m] \xi \sqrt{\lambda/v}, & (\mu + \sqrt{\lambda v})^m + (\mu - \sqrt{\lambda v})^m \end{bmatrix} \quad (7)$$

где $\xi = \text{sgn } v$, $\bar{\xi} = \text{sgn } \lambda$, $m = N - 2$.

$$\hat{\Lambda} = \begin{bmatrix} \mu & v \\ \lambda & \mu \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$\lambda = (\Omega^2 - \kappa^2) \sin \kappa a + 2\Omega \kappa \cos \kappa a,$$

$$v = \sin \kappa a, \quad \mu = -\Omega \sin \kappa a - \kappa \cos \kappa a.$$

Внутри энергетических щелей ($\lambda v > 0$) существуют локальные состояния. Согласно [8], для $N \gg 1$ уравнение локальных состояний одномерной системы (6) имеет вид

$$\sqrt{\lambda/v} = \zeta \begin{cases} \lambda_0/v_0 \\ (\Omega^* - \Omega)/2 \end{cases}, \quad (9)$$

где $\zeta = \xi \text{sgn } \mu$; $v_0 = \kappa_0 \sin \kappa a + \kappa \cos \kappa a$
 $\lambda_0 = (\Omega \kappa_0 - \kappa^2) \sin \kappa a + \kappa(\Omega + \kappa_0) \cos \kappa a$; $\kappa_0^2 = g_0^2 - \kappa^2$; Ω^* — коэффициент непроницаемости одиночного возмущенного барьера вдали от краев; κ — волновое число продольного движения; λ_0/v_0 соответствует локальным состояниям вблизи торцов, а $(\Omega^* - \Omega)/2$ — внутреннему локальному состоянию. Зонные состояния соответствуют отрицательным подкоренным выражениям λv . Преобразование общего дисперсионного уравнения дает в этом случае обобщенное уравнение Кронига—Пенни для энергетического спектра продольного движения:

$$\cos \frac{\pi s + 2\phi_0}{m} = \cos \kappa a + \frac{\Omega}{\kappa} \sin \kappa a, \quad (10)$$

где $\phi_0 = \arctg((v_0/\lambda_0) \xi \sqrt{-\lambda/v})$, $s \in Z$, $(\pi s + 2\phi_0)/m \in [0, \pi]$. Отличие (10) от известного результата для неограниченной одномерной системы δ -барьеров (см., например, [14]) проявляется в дополнительной фазе $2\phi_0$, слабо модифицирующей состояния вблизи краев зон. Однако точные волновые функции зонных состояний ограниченной системы заметно отличаются от обычно используемых волновых функций Блоха — они имеют вид стоячих волн и не обнаруживают тенденции к трансляционной инвариантности при $N \rightarrow \infty$ [8,9].

Простота соотношений (5), (9), (10) позволяет получать энергетическую картину состояний в некотором интервале изменения непроницаемости

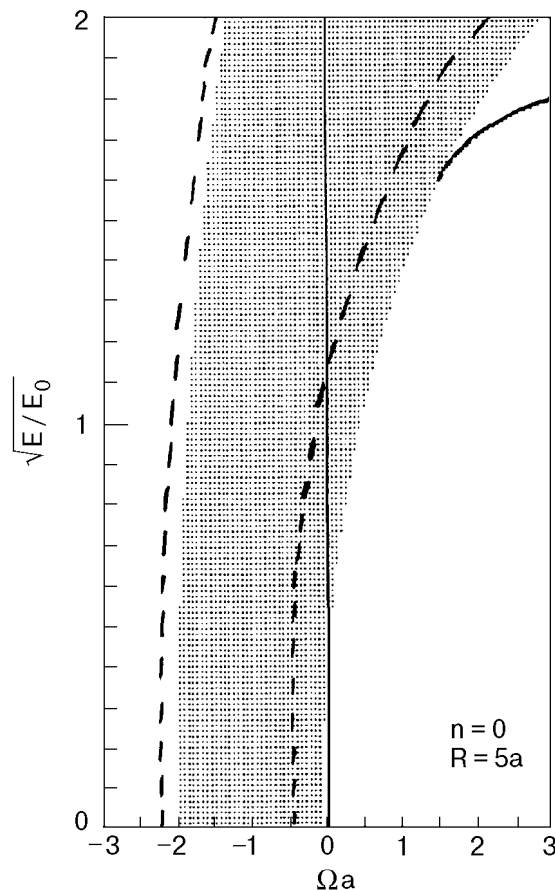


Рис. 3. E - Ω -диаграмма квазиодномерной модели. Заштрихованная область — зонные состояния для $N_r = 1$, $n = 0$; сплошная линия — рассчитанное по (9) внешнее локальное состояние; пунктиром отмечено положение зонных состояний для $N_r = 2$, $n = 0$, локальное состояние вытесняется в область сплошного спектра.

межъямных барьеров Ω (E - Ω -диаграмма). На рис. 3 приведена E - Ω -диаграмма ограниченной цепочки потенциальных ям для нижайшего поперечного квантового числа $N_r = 1$ при $n = 0$. Выбранная глубина потенциальной ямы U_0 на рис. 2, 3 отвечает работе выхода 4,7 эВ (углерод, $a = 0,142$ нм [15]). Характерная для фуллеренов ширина запрещенной зоны 1,88 эВ достигается при $\Omega a \approx 0,8$; при $R = 5a$ из рис. 2 имеем $N_{\max} = 3$. На рис. 3 видно, что исследуемая система при таких параметрах локальных состояний не имеет, а ее зона проводимости простирается от $E_{g1} \approx 1,6E_0$ до уровня вакуума (континуума). Переход цепочки в состояние с $N_r = 2$ без изменения углового квантового числа поднимает дно зоны проводимости до положения $E_{g2} \approx 2,25E_0$ ($E_0 = U_0/4$). Состояние с поперечным квантовым числом $N_r = 3$ не реализуется при данных R и U_0 . Это объясняется наличием энергетической щели в спектре продольного движения. На рис. 2

горизонтальная пунктирная линия отделяет поперечные состояния с энергией $E_{\perp} > U_0 - E_{g1}$, которые, комбинируясь с продольными состояниями, попадают в область сплошного спектра. Здесь $E_{\perp} = \kappa_{\perp}^2 a^2 E_0$. Указанная энергетическая щель приводит к возникновению порога существования связанного состояния в цепочке неглубоких цилиндрических потенциальных ям, разделенных барьерами. Наименьший радиус цепочки, для которого в рассматриваемом здесь нулевом приближении еще существует электронная проводимость при данных параметрах, отмечен на рис. 2 стрелкой.

3. Малые параметры задачи

Полученный спектр для мультипликативной волновой функции (3) нулевого приближения не учитывает влияние поправочного потенциала $\Delta U(z, \rho)$. Предваряя дальнейшее рассмотрение, отметим, что внутри областей 1 и 3 (рис. 1, б), где этот потенциал велик: $\Delta U(z, \rho) = -U_0$, волновые функции зонных состояний проникают лишь своими «хвостами». Зато в области собственно цепочки, в которой сосредоточена основная плотность зонных состояний, $\Delta U(z, \rho) = 0$, что дает основание надеяться на эффективность избранного сепарабельного приближения, по крайней мере, для зонных состояний и глубоко лежащих локальных состояний (быстро затухающих во внешней области). Оценим величину поправок к полученным значениям энергии.

Поправка первого порядка теории возмущений к энергии определяется выражением

$$\Delta E = \int d\phi \int \rho d\rho \int dz \psi_{kk_{\perp}}^2(z, \rho) \Delta U(\rho, z). \quad (11)$$

Интеграл в (11) берется по всему пространству, однако ненулевой вклад вносят области 1 и 3 в полупространства слева и справа от цилиндра (ΔE_1), где $\Delta U(\rho, z) = -U_0$, а также область 2 компенсирующих δ -барьеров (ΔE_2) (рис. 1, б). С учетом свойства амплитуд $A_l = -B_l^*$, выражение в первых скобках в (3) можно записать в вещественном виде [12]:

$$\psi_{\parallel}(z) = A_{\parallel} \begin{cases} \exp(\pm \kappa_0 z), & z \notin [0, Na], \\ C_l \sin(kz + \phi_l), & z \in [0, Na], \end{cases} \quad (12)$$

где C_l , $\phi_l = \arctg(\text{Im } A_l / \text{Re } A_l)$ определяются из системы граничных условий, а A_{\parallel} — из условия нормировки продольной части волновой функции. Слагаемые ΔE_1 и ΔE_2 для различных

типов состояний неравнозначны. В случае зонных состояний ΔE_1 содержит асимптотически малый множитель $A_{\parallel}^2 / \kappa_0 = l_{\text{ex}} / L$, где $L = Na$ — размер кристалла, а l_{ex} — длина спада «хвоста» плотности вероятности во внешнюю среду.

Вклад области 2 более значительный. Принимая во внимание соотношение между амплитудами поперечной части волновой функции

$$A_{\perp} = B_{\perp} J_n(k_{\perp} R) / K_n(\bar{k}_{\perp} R), \quad (13)$$

при $n = 0$ имеем

$$\Delta E_2 = -2E_0 \Omega a \left[\frac{\sum_{l=1}^{N-1} C_l^2 \sin^2(\kappa a + \phi_l)}{a/A_{\parallel}^2} \right] \times \frac{E_{\perp}}{U_0} \left(1 - \frac{K_0^2(\bar{k}_{\perp} R)}{K_1^2(\bar{k}_{\perp} R)} \right). \quad (14)$$

Здесь E_{\perp} — энергия поперечного кванта, она определяется из рис. 2. Выражение в квадратных скобках в (14) не превышает единицы, как это следует из явного вида A_{\parallel}^{-2} . Два последних множителя для случая $N_r = 1$ и определенных выше параметров равны 0,05 и 0,091 соответственно; для $N_r = 2$ они равны 0,105 и 0,25. Легко подсчитать, что в первом случае $|\Delta E_2| \leq 0,006E_{g1}$, а во втором — $|\Delta E_2| \leq 0,02E_{g2}$. Следовательно, основная поправка ΔE_2 дает сужение энергетической щели, не превышающее 0,6% для нижней ветви поперечного движения и 2% для верхней ветви.

Для локальных состояний поправка ΔE_1 существенна. Если положить выражение в квадратных скобках в (14) равным единице, то сумма двух вкладов

$$\Delta E = -\frac{E_{\perp}}{U_0} \left(2\Omega a E_0 + U_0 \frac{l_{\text{ex}}}{l_{\text{ex}} + l_{\text{in}}} \right) \left(1 - \frac{K_0^2(\bar{k}_{\perp} R)}{K_1^2(\bar{k}_{\perp} R)} \right), \quad (15)$$

где l_{in} — эффективная длина спада состояния от торца внутрь цепочки. Для глубоких состояний, когда $l_{\text{ex}} \ll l_{\text{in}}$, поправка ΔE становится малой в сравнении с полной энергией $E = E_{\perp} + E_s$, где E_s — энергия отщипившегося от одномерной зоны локального состояния.

4. Состояния в узкой или неглубокой цепочке

В общем случае зарождение энергетического уровня в системе слабых потенциальных ям носит сугубо несепарабельный характер и корреляцией поперечного и продольного движений пренебрегать нельзя. Однако для широких и длинных цепочек ($R \gg a$, $N \gg 1$) проблема пороговой глубины общей потенциальной ямы, когда в нее опускается один из квазидискретных уровней континуума, разрешается уже в сепарабельном приближении. Поскольку $E_{\perp} \ll E_g$ при $R \gg a$, при достаточной длине цепочки ($N \geq 20$) можно считать пороговую глубину $U_0 \approx E_g$, где ширина щели E_g определяется, согласно (8) и (10), условием $\lambda = 0$. Этот вывод справедлив и в случае конечной ширины барьеров, разделяющих потенциальные ямы; в обозначениях [8,9]) E_g задается уравнением $\lambda_v = 0$.

Что же касается порогового радиуса R_{\min} , при котором в цепочке конечной глубины возникает связанное состояние, то выше производилась лишь качественная оценка этого параметра с точностью до первого порядка теории возмущений. Подставляя в (14) полученное из условия $E_{\perp} + E_g = 0$ предельное значение $k_{\perp} = 1,486/a$ ($\bar{k}_{\perp} = 1,339/a$), при $R \approx 1,1a$ рассчитываем поправку $\Delta E_g \approx 0,1E_{\perp}$, откуда, в соответствии с рис. 2, получаем интервал значений R_{\min} в пределах от $1,1a$ до $1,2a$. Уточнение этого результата требует применения интегральных подходов, например метода функций Грина (см. [14]).

5. Обсуждение результатов

Использованный в разд. 2 прием выделения аддитивной части потенциала может быть применен для решения задачи о квантовой проволоке, моделью которой служит система ям-параллелепипедов, образующих параллельные нити. Волновые функции нулевого приближения в этом случае имеют вид тройного произведения выражения в первых скобках соотношения (3), записанного для разных степеней свободы. Условия малости поправок аналогичны рассмотренным выше при обсуждении (14).

Из размерной зависимости энергетического спектра следует, что плавное уменьшение R до R_{\min} приводит к непрерывному смещению энергетической картины (рис. 3) вверх с последовательным вытеснением связанных состояний в сплошной спектр. Экспериментально подобные вариации спектра могут наблюдаться в процессе растяжения исходной квантовой

цепочки или ее сжатия, вызванного, например, взаимодействием атомов цепочки с подложкой. Увеличение расстояния между центрами ям сопровождается сужением поперечных размеров ям и соответствующим ростом ширины запрещенной зоны. Для выбранных параметров переход в диэлектрическое состояние происходит при $R \approx a$. Однако следует иметь в виду, что данный вывод получен для одиночной цепочки потенциальных ям с плоским дном. В реальных полупроводниковых квантовых проволоках [10] поперечные волны существенно искажаются рассеянием на межатомных барьерах. Для толстой квантовой проволоки — пучка рассмотренных выше цилиндрических цепочек — предложенная модель дает почти полную независимость интегральных характеристик энергетического спектра — ширины зоны, положения дна зоны — от числа цепочек в пучке при их числе порядка нескольких десятков.

Модель дает небольшие искажения исходного зонного спектра (см.(10)) для случая, когда данная цепочка потенциальных ям пересекается другой цепочкой при не слишком малых углах. Полученные результаты неприменимы, если число пересечений велико, т.е. близко к N .

Учет конечной толщины межатомных барьеров не вносит принципиальных изменений в описанную картину [8].

Выражаю искреннюю благодарность рецензентам этой работы за ряд ценных замечаний.

Автор благодарен Международному фонду Сороса за поддержку работы.

1. Э. А. Пашицкий, *ФНТ* **21**, 10 (1995); *ФНТ* **21**, 1091 (1995).
2. Ю. М. Абрикина, Б. Л. Оксендгендлер, *Письма в ЖЭТФ* **60**, 258 (1994).
3. П. И. Арсеев, Н. С. Маслова, *ЖЭТФ* **102**, 1056 (1992).
4. Н. С. Маслова, *Письма в ЖЭТФ* **51**, 627 (1990).
5. О. В. Демичева, Д. Н. Рогачев, С. Г. Смирнова, Е. И. Шклярова, М. Ю. Яблоков, В. М. Андреев, Л. Н. Григоров, *Письма в ЖЭТФ* **51**, 228 (1994).
6. И. В. Кукушкин, А. С. Плаут, К. фон Клитцинг, К. Плог, Д. Хайтман, *Письма в ЖЭТФ* **51**, 176 (1994).
7. К. Schuller, *Solid State Commun.* **92**, 141 (1994).
8. Е. Я. Глушко, *ФТТ* **36**, 2417 (1994); *ФТТ* **38**, 2051 (1996).
9. Е. Я. Глушко, В. Н. Евтеев, *Methods and Aspects of Exact Solvable Models of Quantum Wells Structures*, Препринт КрГПИ, Кривой Рог (1994); Е. Я. Глушко, В. Н. Евтеев, *УФЖ* **40**, 719 (1995).
10. В. Р. Гуцин, *ЖЭТФ* **100**, 924 (1991).
11. С. Г. Тиходеев, *ЖЭТФ* **99**, 1871 (1991).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
13. В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган, *Задачи по квантовой механике*, Наука, Москва (1981).

-
14. В. В. Ульянов, *Задачи по квантовой механике и квантовой статистике*, Харьков, Вища школа (1980).
 15. А. В. Елецкий, Б. В. Смирнов, *УФН* **165**, 977 (1995).

Energy spectrum of a finite cylindric quantum well chain

E. Ya. Glushko

Analytical approximate solution of the Schrödinger equation is derived for a terminated quasi-one-di-

mensional system of cylindric potential wells. The system is considered as a model of an atomic chain or a quantum filament. It is shown that smooth variations in transverse dimensions of the system leads to spectrum modification caused by the appearance (the annihilation) of transverse quanta. The threshold character of wide chain states caused by longitudinal motion quantization is discussed.