

# Высокочастотная спиновая восприимчивость двумерного электронного газа с примесными состояниями электронов

Н. В. Глейзер, А. М. Ермолаев, А. Д. Руднев

*Харьковский государственный университет, Украина, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4*

Статья поступила в редакцию 28 февраля 1997 г.

Вычислена высокочастотная асимптотика динамической спиновой восприимчивости двумерного электронного газа. Учтены локальные состояния электронов на примесных атомах и квантующее магнитное поле. Восприимчивость имеет резонансные особенности на частотах переходов электронов между уровнями Ландау и локальными уровнями. В отсутствие магнитного поля вещественная часть восприимчивости имеет логарифмическую особенность, а мнимая часть — максимум на пороговой частоте активации связанных электронов переменным магнитным полем.

Розраховано високочастотну асимптотику динамічної спінової сприйнятливості двовимірного електронного газу. Враховано локальні стани електронів на домішкових атомах і квантуюче магнітне поле. Сприйнятливості має резонансні особливості на частотах переходів електронів між рівнями Ландау і локальними рівнями. При відсутності магнітного поля дійсна частина сприйнятливості має логарифмічну особливість, а уявна частина — максимум на пороговій частоті активації зв'язаних електронів змінним магнітним полем.

PACS: 73.20.Nv, 75.50.Rr

## 1. Введение

Реакция двумерного электронного газа на слабое переменное магнитное поле характеризуется тензором динамической спиновой восприимчивости  $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ , зависящим от волнового вектора  $\mathbf{q}$  и частоты поля  $\omega$ . Особенности восприимчивости на комплексной плоскости частоты  $\omega$  определяют спектр и затухание магнитных возбуждений системы. Восприимчивость позволяет получить спектр флуктуаций спиновой намагниченности двумерного электронного газа, сечение магнитного рассеяния нейтронов током спиновой намагниченности электронов проводимости и другие величины.

Вычислению спиновой восприимчивости двумерных электронных систем [1] посвящено большое количество работ. Результаты вычислений статической восприимчивости свободного электронного газа в магнитном поле, перпендикулярном плоскости движения электронов, содержатся в работе [2]. Кулоновское взаимодействие электронов учтено в [3]. Точное выражение для динамической

спиновой восприимчивости, а также функции реакции плотность—плотность свободного вырожденного двумерного электронного газа приведены в работах [1,4]. Квантующее магнитное поле учтено в [5]. Высокочастотная асимптотика спиновой восприимчивости двумерной ферми-жидкости получена в работе [6]. Влияние примесных атомов, потенциально рассеивающих электроны проводимости, на восприимчивость рассмотрено в [7]. Обзор свойств двумерных неупорядоченных систем в магнитном поле приведен в [8].

Будучи чувствительной к динамике электронов проводимости, спиновая восприимчивость испытывает влияние примесных атомов в системе. В частности, примесные состояния электронов должны сказываться на восприимчивости и связанных с ней величинах. Учет этих состояний актуален, поскольку в двумерном случае примесный атом, как угодно слабо притягивающий электроны, образует связанное состояние. Соответствующий локальный уровень расположен у нижнего края двумерной зоны

проводимости. В магнитном поле происходит «размножение» локальных уровней. Они существуют как в поле притягивающих, так и отталкивающих рассеивателей. Локальные уровни расположены между уровнями Ландау.

В настоящей статье рассматривается влияние локальных состояний на высокочастотную спиновую восприимчивость двумерного электронного газа при низких температурах. Использован метод локальных возмущений [9], примененный ранее [10] для расчета тензора проводимости. Предполагается, что частота поля  $\omega$  велика по сравнению с частотой столкновений электронов.

В разд. 2 рассмотрено влияние локальных состояний электронов в поле изолированных примесных атомов на высокочастотную спиновую восприимчивость двумерного электронного газа. В разд. 3 учтено квантующее магнитное поле, перпендикулярное электронному слою. В разд. 4 кратко подытожены результаты, намечены перспективы их использования.

## 2. Влияние локальных состояний электронов на динамическую спиновую восприимчивость

Для вычисления тензора спиновой восприимчивости используем формулу Кубо

$$\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega) = i \int_0^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle [M_{\alpha}(\mathbf{q}, t), M_{\beta}(-\mathbf{q}, 0)] \rangle, \quad (1)$$

где  $\mathbf{M}(\mathbf{q}, t)$  — пространственная компонента Фурье гейзенберговского оператора спиновой намагниченности двумерных электронов; квадратными скобками обозначен коммутатор операторов, а угловыми — гиббсовское усреднение и усреднение по конфигурациям примесных атомов;  $\alpha, \beta = x, y$ ; площадь образца и квантовая постоянная приняты равными единице. Оператор спиновой намагниченности в представлении вторичного квантования имеет вид

$$M_{\alpha}(\mathbf{q}) = -\mu \sum_{pss'} \sigma_{ss'}^{\alpha} a_{(p-\mathbf{q})s'}^{\dagger} a_{ps}, \quad (2)$$

где  $\mu$  — магнитный момент электрона;  $\mathbf{p}$  и  $s$  — импульс и спиновое квантовое число;  $a_{ps}$  и  $a_{ps}^{\dagger}$  — операторы уничтожения и рождения электронов в состоянии  $|ps\rangle$ ;  $\sigma^{\alpha}$  — матрицы Паули. Подставляя выражение (2) в формулу (1), получаем связь тензора восприимчивости с компонентой Фурье запаздывающей двухэлектронной функции

Грина. Для вычисления последней используем метод температурных функций Грина [11].

В одноэлектронном приближении двухчастичная функция Грина сводится к произведению двух одночастичных гриновских функций, усредненному по конфигурациям примесных атомов. Если пренебречь вершинными поправками [11], то это среднее сведется к произведению средних одночастичных функций Грина. Используя их спектральные представления [11], получаем для тензора (1) выражение

$$\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega) = -\mu^2 \sum_{pss'} \sigma_{ss'}^{\alpha} \sigma_{ss'}^{\beta} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon' \frac{f(\varepsilon) - f(\varepsilon')}{\varepsilon - \varepsilon' - \omega - i0} \rho_s(\mathbf{p}, \varepsilon) \rho_{s'}(\mathbf{p}-\mathbf{q}, \varepsilon'), \quad (3)$$

в котором  $f(\varepsilon)$  — функция Ферми;  $\rho_s(\mathbf{p}, \varepsilon)$  — спектральная плотность одноэлектронной функции Грина, усредненной по конфигурациям примесей. В чистом образце она равна

$$\rho_0(\mathbf{p}, \varepsilon) = \delta(\varepsilon - \varepsilon_p),$$

где  $\varepsilon_p = p^2/2m$ ,  $m$  — эффективная масса электрона.

Одночастичная функция Грина  $G$  связана с оператором рассеяния  $T$  электронов примесными центрами соотношением [9]

$$G = G_0 + G_0 T G_0, \quad (4)$$

где  $G_0$  — функция Грина свободных электронов. Точное выражение для среднего значения оператора рассеяния электронов короткодействующими примесными атомами в одноцентровом приближении известно [9]. Следовательно, спектральная плотность средней функции Грина (4) может быть представлена в виде  $\rho = \rho_0 + \delta\rho_i$ , где  $\delta\rho_i$  — примесная добавка. В линейном приближении по плотности примесных атомов  $n_i$  она пропорциональна  $n_i$ . В результате  $\chi = \chi_0 + \delta\chi_i$ , где  $\chi_0$  — тензор спиновой восприимчивости чистого образца, а  $\delta\chi_i$  — примесный вклад. Он равен  $\delta\chi_{\alpha\beta}^{(i)} = \delta\chi_i \delta_{\alpha\beta}$ , где

$$\delta\chi_i(\mathbf{q}, \omega) = -2\mu^2 \sum_p \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \delta\rho_i(\mathbf{p}, \varepsilon) [f(\varepsilon) - f(\varepsilon_{p+\mathbf{q}})] \times$$

$$\times \left( \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_{p+q} - \omega - i0} + \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_{p+q} + \omega + i0} \right). \quad (5)$$

Из формулы (4) видно, что функция  $G$  имеет дополнительные особенности, связанные с особенностями оператора рассеяния. Им соответствуют локальные уровни энергии электронов на изолированных примесных атомах. Вклад локальных уровней в спектральную плотность средней функции Грина равен

$$\delta\rho(\mathbf{p}, \varepsilon) = |v_0|n_i(\varepsilon - \varepsilon_p)^{-2}\delta[1 - v_0F(\varepsilon)], \quad (6)$$

где  $v_0$  — константа, характеризующая интенсивность короткодействующего примесного потенциала;  $F(\varepsilon)$  — функция, входящая в уравнение Лифшица [9]  $1 - v_0F(\varepsilon) = 0$  для локальных уровней. Из формулы (6) видно, что спектральная плотность имеет дельтаобразные максимумы на локальных уровнях:

$$\delta\rho(\mathbf{p}, \varepsilon) = n_i \sum_l r_l (\varepsilon_p - \varepsilon_l)^{-2} \delta(\varepsilon - \varepsilon_l), \quad (7)$$

где  $\varepsilon_l$  — положение  $l$ -го локального уровня;

$$r_l = \left| \frac{dF(\varepsilon)}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon = \varepsilon_l} \right|^{-1}$$

— вычит амплитуды рассеяния электронов изолированным примесным центром в полюсе  $\varepsilon_l$ . В случае мелкого ( $m|v_0| \ll 1$ ) локального уровня он равен

$$r = 2\pi|\varepsilon_l|/m.$$

Из формул (5) и (7) находим вклад локальных уровней в высокочастотную спиновую восприимчивость:

$$\delta\chi(\mathbf{q}, \omega) = 2\mu^2 n_i \sum_{pl} r_l (\varepsilon_{p-q} - \varepsilon_l)^{-2} [f(\varepsilon_p) - f(\varepsilon_l)] \times \left( \frac{1}{\varepsilon_l - \varepsilon_p - \omega - i0} + \frac{1}{\varepsilon_l - \varepsilon_p + \omega + i0} \right). \quad (8)$$

Как и следовало ожидать, вещественная часть этого выражения является четной функцией частоты, а мнимая — нечетной.

Если в энергетическом спектре системы присутствует лишь один локальный уровень, расположенный у нижнего края двумерной зоны проводимости, из формулы (8) после интегрирования по направлениям вектора  $\mathbf{p}$  получаем

$$\delta\chi(q, \omega) = 4\pi\mu^2 r n_i \times$$

$$\times \int_0^\infty d\varepsilon [f(\varepsilon) - f(\varepsilon_l)] \left( \frac{1}{\varepsilon_l - \varepsilon + \omega + i0} + \frac{1}{\varepsilon_l - \varepsilon - \omega - i0} \right) |\varepsilon - \varepsilon_l + \varepsilon_q| [(\varepsilon - \varepsilon_l + \varepsilon_q)^2 - 4\varepsilon\varepsilon_q]^{-3/2}. \quad (9)$$

В случае слабой пространственной дисперсии ( $\varepsilon_q \ll |\varepsilon_l|$ ) можно ограничиться разложением вещественной части функции (9) в ряд по степеням  $\varepsilon_q/|\varepsilon_l|$ . Тогда для вырожденных электронов с учетом членов порядка  $q^2$  находим

$$\text{Re } \delta\chi(q, \omega) = 4\pi\mu^2 r n_i \omega^{-2} \times$$

$$\times \left\{ \left[ 1 - \frac{4\varepsilon_q}{\omega} \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_l}{\omega} \right) \right] \ln \left| \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_l}{\omega + \varepsilon_F - \varepsilon_l} \right| + \frac{4\varepsilon_q}{\varepsilon_l} \left( 1 - \frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_l} \right)^{-1} \left[ 1 - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_l} \right)^{-1} \right] \right\} + (\omega \rightarrow -\omega), \quad (10)$$

где  $\varepsilon_F$  — энергии Ферми, а через  $(\omega \rightarrow -\omega)$  обозначено слагаемое, которое получается из предыдущего изменением знака частоты. Функция (10) имеет логарифмическую особенность на пороговой частоте  $\varepsilon_F + |\varepsilon_l|$  активации локализованных на примесях электронов переменным магнитным полем. Примесное поглощение энергии переменного поля имеет порог на этой частоте.

Мнимая часть (9) при любой степени вырождения электронов и любом  $q$  равна

$$\text{Im } \delta\chi(q, \omega) = 4\pi^2\mu^2 r n_i |\omega_+| \Theta(\omega + \varepsilon_l) [f(\varepsilon_l) - f(\varepsilon_l + \omega)] [\omega_+^2 - 4\varepsilon_q(\omega + \varepsilon_l)]^{-3/2} - (\omega \rightarrow -\omega), \quad (11)$$

где  $\omega_{\pm} = \omega \pm \varepsilon_q$ ;  $\Theta$  – функция Хевисайда. При конечной температуре выражение (11) имеет порог на частоте  $\omega_g = |\varepsilon_l|$  активации локального уровня. По мере понижения температуры порог смещается в точку  $\varepsilon_F + |\varepsilon_l|$  в соответствии с принципом Паули. При переходе через пороговую частоту мнимая часть восприимчивости (11) испытывает скачок, равный (при  $q = 0$ )  $4\pi^2 m \mu^2 n_i \omega_g^{-2}$ . С ростом частоты выражение (11) убывает пропорционально  $\omega^{-2}$ . Учет конечной ширины локального уровня приводит, естественно, к размытию скачка.

### 3. Влияние магнитного поля на спиновую восприимчивость

Метод локальных возмущений, использованный выше, применим и в том случае, когда двумерный электронный газ находится в квантующем магнитном поле, перпендикулярном плоскости  $z = 0$ , в которой движутся электроны. В этом случае электроны располагаются на уровнях Ландау и отщепленных от них локальных уровнях. Для расчета тензора спиновой восприимчивости такой системы удобно использовать представление Ландау. В частности, пространственная компонента Фурье оператора спиновой намагниченности в этом представлении имеет вид

$$M_{\alpha}(\mathbf{q}) = -\mu \sum_{v'v's'} \sigma_{s's}^{\alpha} I_{v'v}(-\mathbf{q}) a_{v's'}^{+} a_{vs},$$

где  $v$  – набор орбитальных квантовых чисел электрона в магнитном поле;  $I_{v'v}(\mathbf{q}) = \langle v|e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}|v'\rangle$  – матричные элементы плоской волны в базисе Ландау.

В результате преобразований, описанных выше, получаем вклад локальных уровней в тензор высокочастотной спиновой восприимчивости двумерных электронов:

$$\begin{aligned} \delta\chi_{\alpha\beta}(q, \omega) &= \frac{m\mu^2\omega_c n_i}{2\pi} \sum_{knn's's'} r_{ks} \times \\ &\times \frac{\Phi_{nn'}^2(q)}{(\varepsilon_{ns} - \varepsilon_{k's'}^l)^2} [f(\varepsilon_{n's'}) - f(\varepsilon_{k's'}^l)] \times \\ &\times \left( \frac{\sigma_{s's}^{\alpha} \sigma_{s's}^{\beta}}{\varepsilon_{k's}^l - \varepsilon_{n's'} + \omega + i0} + \frac{\sigma_{s's}^{\alpha} \sigma_{s's}^{\beta}}{\varepsilon_{k's}^l - \varepsilon_{n's'} - \omega - i0} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь  $\omega_c$  – циклотронная частота;  $\varepsilon_{ns}$  и  $\varepsilon_{k's}^l$  – положение  $n$ -го уровня Ландау и  $k$ -го локального уровня;

$$\Phi_{n'n} = \left( \frac{n!}{n'} \right)^{1/2} \xi^{\frac{1}{2}(n'-n)} \exp\left(-\frac{\xi}{2}\right) L_n^{n'-n}(\xi),$$

$L_n^{n'-n}$  – обобщенные многочлены Лагерра;  $\xi = q^2/(2m\omega_c)$ ; волновой вектор  $\mathbf{q}$  параллелен оси

$y$ . Если расстояние  $\omega_0$  между уровнем Ландау и отщепленным от него локальным уровнем мало по сравнению с  $\omega_c$ , вычет амплитуды рассеяния электронов примесным атомом в полюсе  $\varepsilon_{k's}^l$  равен

$$r = 2\pi\omega_0^2/(m\omega_c).$$

В том случае, когда  $\xi \ll 1$ , пространственной дисперсией тензора (12) можно пренебречь. Тогда циркулярные компоненты восприимчивости равны

$$\begin{aligned} \delta\chi_{\pm}(\omega) &= \delta\chi_{xx}(\omega) \pm i\delta\chi_{yx}(\omega) = \\ &= \frac{m\mu^2\omega_c n_i}{\pi} \sum_{kn} \frac{r_{k+}}{(\varepsilon_{n+} - \varepsilon_{k+}^l)^2} [f(\varepsilon_{n-}) - f(\varepsilon_{k+}^l)] \times \\ &\times \frac{1}{\varepsilon_{k+}^l - \varepsilon_{n-} \pm \omega \pm i0} + (+ \leftrightarrow -), \end{aligned} \quad (13)$$

где индексы  $\pm$  у  $r_{k\pm}$ ,  $\varepsilon_{n\pm}$  и  $\varepsilon_{k\pm}^l$  соответствуют ориентации спина электрона вдоль и против магнитного поля; через  $(+ \leftrightarrow -)$  обозначено слагаемое, которое получается из предыдущего изменением знака проекции спина электрона, а также знака  $\omega + i0$ . Из формул (12) и (13) видно, что спиновая восприимчивость двумерного электронного газа имеет резонансные особенности на частотах переходов электронов между уровнями Ландау и локальными уровнями,

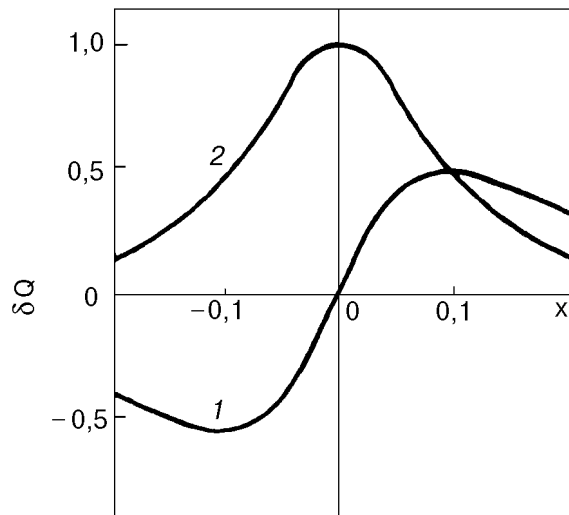


Рис. 1. Зависимость вещественной (1) и мнимой (2) частей восприимчивости (14) от частоты в окрестности резонанса.

сопровождающихся перебро́сом спина. Резонансные частоты равны  $|\epsilon_{n\pm} - \epsilon_{k\mp}^I|$ .

На рис. 1 приведены зависимости вещественной (1) и мнимой (2) частей величины

$$\delta Q = \frac{\omega_1 \gamma}{2\mu^2 n_i} \delta \chi_- \quad (14)$$

от  $x = 1 - \omega/\omega_1$  вблизи частоты  $\omega_1 = \omega_c - \omega_0$  резонансных переходов электронов между уровнем Ландау и локальным уровнем с перебро́сом спина электрона ( $- \rightarrow +$ ) в пределах одной подзоны Ландау. Здесь  $\gamma = \Gamma/\omega_1$ , где  $\Gamma$  — суммарная ширина уровней, участвующих в переходах. Расчеты выполнены для  $\gamma = 0,1$ . Отношение максимального значения  $\text{Re } \delta \chi_-$  к паулиевской восприимчивости двумерного электронного газа [2]

$$\chi_0 = e^2/(4\pi m c^2)$$

равно

$$k = \frac{\pi n_i}{m \omega_1 \gamma}.$$

Подставив значения  $n_i = 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ,  $H = 10^4 \text{ Э}$  — напряженность постоянного магнитного поля,  $\omega_0/\omega_c = 0,1$ , типичные для экспериментов с инверсионным слоем на границе Si — SiO<sub>2</sub>, получим  $k = 218$ .

#### 4. Заключение

В настоящей статье рассмотрено влияние локализации электронов в поле примесных атомов на тензор высокочастотной спиновой восприимчивости двумерного электронного газа. Предполагается, что среднее расстояние между примесными атомами велико по сравнению с радиусом связанного состояния электрона и радиусом электронной орбиты в магнитном поле, а частота переменного магнитного поля существенно превышает частоту столкновений электронов. Это позволяет воспользоваться разложением восприимчивости в ряд по степеням плотности  $n_i$  примесных атомов и выделить вклад локальных уровней, пропорциональный  $n_i$ . Локальные уровни являются полюсами одноэлектронной функции Грина, усредненной по конфигурациям примесей. Они проявляются в виде дельта-образных максимумов на зависимости спектральной плотности средней функции Грина от энергии электрона. Учет этих максимумов позволяет получить вклад в

восприимчивость, обусловленный переходами электронов между связанными и зонными состояниями, индуцированными переменным полем. Этот вклад получен как при наличии квантующего магнитного поля, перпендикулярного электронному слою, так и без него.

В отсутствие магнитного поля вещественная часть динамической спиновой восприимчивости вырожденных электронов имеет логарифмическую особенность на пороговой частоте переходов локализованных электронов в двумерную зону проводимости. Мнимая часть восприимчивости имеет порог и испытывает скачок на этой частоте. Учет конечной ширины локального уровня приводит к размытию скачка и к максимуму на частотной зависимости восприимчивости.

В квантующем магнитом поле восприимчивость имеет резонансные особенности на частотах переходов электронов между уровнями Ландау и чередующимися с ними локальными уровнями. Вещественная часть восприимчивости как функция частоты имеет простые полюсы на резонансных частотах, а мнимая — дельтаобразные максимумы. Отметим, что при выводе формул (10)–(13) использован лишь факт существования локальных уровней в энергетическом спектре электронов. Их характеристики (положения уровней  $\epsilon_{ks}^I$  и вычеты амплитуды рассеяния  $r_{ks}^I$ ) не конкретизированы. Следовательно, формулы (10)–(13) могут быть использованы для получения этих характеристик путем сравнения теории с опытом.

Полученные результаты могут быть использованы при изучении высокочастотных магнитных свойств инверсионных слоев на границе полупроводников и диэлектриков, гетеропереходов, сверхрешеток, двумерных и слоистых металлов, тонких металлических пленок в условиях, когда электроны заполняют лишь нижний уровень энергии, обусловленный пространственным квантованием [1]. Полученные выше особенности вещественной части восприимчивости необходимо учитывать в дисперсионном уравнении для спектра спиновых волн в двумерной неферромагнитной фермижидкости. По-видимому, они приведут к перестройке спектра волн в окрестности резонансных частот. Максимумы мнимой части восприимчивости должны проявляться в поглощении энергии высокочастотного поля, в сечении неупругого магнитного рассеяния нейтронов двумерным электронным газом.

1. Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн, *Электронные свойства двумерных систем*, Мир, Москва (1985).
2. D. Shoenberg, *J. Low Temp. Phys.* **56**, 417 (1984).
3. A. Isihara and D. Y. Kojima, *Phys. Rev.* **B19**, 846 (1979).
4. F. Stern, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 546 (1967).
5. M. L. Glasser, *Phys. Rev.* **B22**, 472 (1980).
6. S. Yarlagadda and G. F. Giuliani, *Phys. Rev.* **B39**, 3386 (1989).
7. J. S. Nkoma, *J. Phys.* **C14**, 1685 (1981).
8. H. Fukuyama, *Techn. Rept. ISSP*, Ser. A, No 1304, 1 (1983).
9. И. М. Лифшиц, С. А. Гредескул, Л. А. Пастур, *Введение в теорию неупорядоченных систем*, Наука, Москва (1982).
10. Н. В. Глейзер, А. М. Ермолаев, *ФНТ* **23**, 73 (1997).
11. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).

## High-frequency spin susceptibility of two-dimensional electron gas with impurity states of electrons

N. V. Gleizer, A. M. Ermolaev, and A. D. Rudnev

A high-frequency asymptotic of the dynamic spin susceptibility of a two-dimensional electron gas is derived. Local states of electrons on impurity atoms and quantizing magnetic field are taken into account. The susceptibility has resonant singularities at the frequencies of electrons transitions between the Landay levels and the local levels. In the absence of a magnetic field a real part of the susceptibility has a logarithmic singularity and an imaginary part has a maximum at the threshold frequency of the bound electrons activation in a variable magnetic field.