

Эффекты увлечения между заряженными сверхтекучими двумерными бозе-газами, разделенными твердой стенкой

С. И. Шевченко, С. В. Терентьев

*Физико-технический институт низких температур им Б. И. Веркина, НАН Украины
Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail: shevchenko@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 17 апреля 1997 г.

Выполнен микроскопический расчет эффекта увлечения в системе двумерных сверхтекучих заряженных бозе-газов, разделенных тонкой диэлектрической перегородкой. Показано, что в отличие от нормальных систем эффект увлечения существует при $T=0$. Найдена температурная зависимость тока увлечения. Предложен эксперимент по обнаружению эффекта.

Здійснено мікроскопічний розрахунок ефекту захоплення в системі двовимірних надплинних заряджених бозе-газів, розділених тонкою діелектричною перегородкою. Показано, що на відміну від нормальних систем ефект існує при $T=0$. Знайдено температурну залежність струму захоплення. Запропоновано експеримент по виявленню ефекту.

PACS: 74.25.Fy, 74.76.-w

На возможность передачи движения через твердую стенку впервые указали Андреев и Мейерович, предсказавшие увлечение одной жидкости другой жидкостью, отделенной от нее неподвижной перегородкой [1]. Увлечение через стенку между электронными газами вследствие кулоновского взаимодействия электронов предсказано Погребинским [2] и несколько позже — Прайсом [3], а вследствие электрон-фононного взаимодействия — Гуржи и Копелиовичем [4]. В последнее время созданы совершенные низкоразмерные системы и увлечение между двумерными электронными газами, разделенными диэлектрической прослойкой, стало объектом многочисленных экспериментальных [5–8] и теоретических [9–13] исследований.

В большинстве работ обсуждается проблема увлечения между электронами в нормальных системах. Насколько нам известно, увлечение между электронами пространственно разделенных сверхпроводников рассматривалось лишь в теоретической работе [14]. Выполненный в [14] анализ имеет качественный характер и оставляет открытым ряд вопросов. В частности, приводимое в [14] выражение для тока увлечения

не содержит сверхпроводящих характеристик системы, т.е. ток не зависит от величины потенциала спаривания. Такой результат представляется удивительным и мы покажем в настоящей работе, что зависимость от потенциала спаривания существует. С этой целью рассмотрим задачу об увлечении между заряженными бозе-газами, т.е. случай большого потенциала спаривания. Полученные нами результаты отличаются от приводимых в [14].

Рассмотрим систему, состоящую из двух одинаковых двумерных заряженных бозе-газов, разделенных диэлектрической прослойкой толщиной d .

Гамильтониан системы имеет вид

$$H = \sum_{\alpha} \int \frac{\hbar^2}{2M} \nabla \hat{\psi}_{\alpha}^{+}(\mathbf{r}) \nabla \hat{\psi}_{\alpha}(\mathbf{r}) d^2r + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \int \hat{\psi}_{\alpha}^{+}(\mathbf{r}) \hat{\psi}_{\beta}^{+}(\mathbf{r}') V_{\alpha\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\psi}_{\beta}(\mathbf{r}') \hat{\psi}_{\alpha}(\mathbf{r}) d^2r d^2r' , \quad (1)$$

$\hat{\psi}_{\alpha}^{+}$ и $\hat{\psi}_{\alpha}$ — операторы рождения и уничтожения бозона в слое $\alpha = 1, 2$; потенциалы

$$V_{\alpha\alpha} = Q^2/\varepsilon_0 r, \quad V_{\alpha\bar{\alpha}} = Q^2/(\varepsilon_0 \sqrt{r^2 + d^2}), \quad (2)$$

где $Q = 2e$ — заряд бозона; ε_0 — диэлектрическая проницаемость прослойки.

Найдем сначала энергетический спектр системы.

При $T = 0$ его можно было бы найти, применив известную процедуру Боголюбова по замене конденсатных операторов на C -числа. Однако при $T \neq 0$ бозе-конденсат в двумерных системах отсутствует, поэтому для нахождения спектра мы перейдем к ρ - ϕ -представлению, т.е. запишем операторы Ψ_α в виде

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}_\alpha(\mathbf{r}) &= \exp(i\hat{\phi}(\mathbf{r})) \sqrt{\hat{\rho}_\alpha(\mathbf{r})} \equiv \\ &\equiv \exp(i\hat{\phi}_\alpha(\mathbf{r})) \sqrt{\rho_0} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\delta\hat{\rho}_\alpha}{\rho_0}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\hat{\rho}_\alpha(\mathbf{r})$ и $\hat{\phi}_\alpha(\mathbf{r})$ — операторы плотности и фазы бозонов в слое α , удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$[\hat{\rho}_\alpha(\mathbf{r}), \hat{\phi}_\beta(\mathbf{r}')] = i\delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (4)$$

$\rho_0 = \langle \hat{\rho}_\alpha \rangle$ — средняя плотность бозонов, одинаковая для обоих проводящих слоев, а $\delta\hat{\rho}_\alpha \equiv \hat{\rho}_\alpha - \rho_0$. Второе из равенств в (3) справедливо при $\rho_0^2 \gg \langle \delta\hat{\rho}_\alpha^2 \rangle$. Можно показать, что данное неравенство в двухслойной системе выполняется в случае высокой плотности, т.е. при $\rho_0 \geq (me^2/\hbar^2\varepsilon_0)^2$. Подставляя (3) в (1) и учитывая лишь члены, квадратичные по ϕ и $\delta\hat{\rho}_\alpha$, получаем

$$\begin{aligned} H = S \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \sum_{\alpha} \frac{\hbar^2 k^2 n}{2M} \hat{\phi}_\alpha^+(\mathbf{k}) \hat{\phi}_\alpha(\mathbf{k}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \hat{\rho}_\alpha^+(\mathbf{k}) V_{\alpha\beta}(k) \hat{\rho}_\beta(\mathbf{k}) \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь S — площадь системы; $V_{\alpha\beta}(k)$ — фурье-компоненты потенциалов, равные

$$V_{\alpha\alpha}(k) = \frac{2\pi Q^2}{\varepsilon_0 k} \quad \text{и} \quad V_{\alpha\bar{\alpha}}(k) = \frac{2\pi Q^2}{\varepsilon_0 k} e^{-kd}, \quad (6)$$

для краткости введено обозначение $n = \rho_0$.

После перехода к переменным

$$\hat{\rho}_\pm(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\rho}_1(\mathbf{k}) \pm \hat{\rho}_2(\mathbf{k})), \quad \hat{\phi}_\pm(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\phi}_1(\mathbf{k}) \pm \hat{\phi}_2(\mathbf{k})) \quad (7)$$

гамильтониан (5) приводится к сумме гамильтонианов для двух независимых мод.

Введя операторы уничтожения элементарного возбуждения сорта $\sigma = \pm$

$$\hat{b}_\sigma(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{E_\sigma(k)S}{\varepsilon(k)n} \right)^{1/2} \hat{\rho}_\sigma(\mathbf{k}) + 2i \left(\frac{\varepsilon(k)nS}{E_\sigma(k)} \right)^{1/2} \hat{\phi}_\sigma(\mathbf{k}) \right\} \quad (8)$$

и сопряженные им операторы рождения $\hat{b}_\sigma^\dagger(\mathbf{k})$, диагонализуем эти гамильтонианы и найдем энергию элементарного возбуждения

$$E_\sigma^2(k) = \varepsilon^2(k) + 2n (V_{11}(k) + \sigma V_{12}(k)) \varepsilon(k), \quad (9)$$

где $\varepsilon(k) = \hbar^2 k^2 / 2M$. Легко видеть, что мода $E_+(k)$ отвечает колебаниям бозе-газа в двух проводящих пленках как целого, а мода $E_-(k)$ — колебаниям плотности в одной пленке относительно другой при неизменной общей плотности. При $kd \ll 1$ из (9) следует

$$E_+^2(k) = \frac{4\pi Q^2 n \hbar^2}{\varepsilon_0 M} k, \quad E_-^2(k) = \frac{2\pi Q^2 n \hbar^2 d}{\varepsilon_0 M} k^2. \quad (10)$$

Полезно отметить, что эти выражения совпадают с выражениями для спектра коллективных возбуждений в двухслойной нормальной ферми-системе, полученными с учетом эффектов экранирования [13]. (Следует лишь заменить заряд фермиона e и его массу m на заряд бозона $Q = 2e$ и массу $M = 2m$.) Для рассматриваемой системы нет необходимости дополнительно учитывать эффекты экранирования благодаря тому, что гамильтониан (5) диагонализирован точно.

Обратимся теперь к задаче об увлечении бозонов одного слоя движущимися бозонами другого слоя. Если в слое 1 течет однородный сверхток, то полевой оператор Ψ_1 в этом слое должен быть записан в виде

$$\hat{\Psi}_1(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}_{s1} + i\hat{\phi}_1(\mathbf{r})) \sqrt{\hat{\rho}_1(\mathbf{r})}. \quad (11)$$

При этом средний импульс на бозон в слое 1 равен $\hbar \mathbf{k}_{s1}$, а средняя сверхтекучая скорость в этом слое равна $\mathbf{v}_{s1} = \hbar \mathbf{k}_{s1} / M$. В результате к гамильтониану (5) добавится слагаемое

$$iS \sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{s1}}{2} (\hat{\phi}_1(\mathbf{k}) \hat{\rho}_1(-\mathbf{k}) + \hat{\rho}_1(-\mathbf{k}) \hat{\phi}_1(\mathbf{k})) \equiv M \hat{S} \hat{\mathbf{j}}_{s1} \cdot \mathbf{v}_{s1}. \quad (12)$$

Здесь $\hat{\mathbf{j}}_{s1}$ — оператор двумерной плотности тока в слое 1. Считая скорость \mathbf{v}_{s1} малой и учитывая (12) по теории возмущений, найдем средний ток в слое 2, индуцированный током в слое 1:

$$\hat{j}_{21} = \frac{1}{2MS} \sum_{\mathbf{k}} \hbar \mathbf{k} \left\{ n_+(\mathbf{k}) + n_-(\mathbf{k}) + \frac{\hbar \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{s1}}{4E_+ E_-} \left[\frac{(E_+ - E_-)^2}{E_+ + E_-} (n_+(\mathbf{k}) + n_-(-\mathbf{k}) + 1) - \frac{(E_+ + E_-)^2}{E_+ - E_-} (n_+(\mathbf{k}) - n_-(\mathbf{k})) \right] \right\}. \quad (13)$$

Здесь n_+ и n_- – бозевские функции распределения:

$$n_{\sigma}(\mathbf{k}) = \left[\exp \left(\frac{E_{\sigma}(k) + \hbar \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{s1}/2}{T} \right) - 1 \right]^{-1}. \quad (14)$$

При дальнейших вычислениях мы предполагаем, что выполняются неравенства

$$d \gg \left[\frac{\hbar^2 \epsilon_0}{8\pi Q^2 n M} \right]^{1/3}, \quad T \ll \left[\frac{2\pi Q^2 n \hbar^2}{M \epsilon_0 d} \right]^{1/2} \equiv T_0. \quad (15)$$

Первое из этих неравенств позволяет для всех существенных в задаче импульсов бозонов считать закон дисперсии $E_{\sigma}(k)$ линейным. В силу второго неравенства при отличных от нуля температурах можно пренебречь возбуждением E_+ мод. Последнее утверждение вытекает из того, что при данной температуре T возбуждены моды, у которых $E_-(k) \leq T$; предельное волновое число, удовлетворяющее этому условию, $k_c \approx (M \epsilon_0 T^2 / 2\pi Q^2 n \hbar^2 d)^{1/2}$, а при $k < k_c$ отношение $E_+^2/E_-^2 > T_0/2T \gg 1$.

С учетом (15) получаем из (13), удерживая лишь члены линейные по \mathbf{v}_{s1} ,

$$\mathbf{j}_{21} = \frac{1}{8\pi n_s} \frac{\hbar^2}{M d^4} \frac{1}{T_0} \left\{ 0,0406 - 2\zeta(3) \left(\frac{T}{T_0} \right)^3 \right\} \mathbf{j}_1. \quad (16)$$

Здесь $\zeta(y)$ – дзета-функция Римана; T_0 – температура, введенная в (15); $\mathbf{j}_1 = n_s \mathbf{v}_{s1}$. Для характерных значений $n = 10^{15} \text{ см}^{-2}$, $M = 2m_0$, где m_0 – масса свободного электрона, $Q = 2e$, $\epsilon_0 = 10$, $d = 10^{-6} \text{ см}$, имеем $T_0 \approx 4 \cdot 10^3 \text{ К}$.

Из (16) следует, что даже при $T = 0$ ток в одной сверхпроводящей пленке благодаря кулоновскому взаимодействию пространственно разделенных электронов приводит к току в другой сверхпроводящей пленке, а с ростом температуры сверхток увлечения уменьшается. Подчеркнем, что этот результат получен нами с помощью последовательного микроскопического расчета, а не путем качественных рассуждений, как в [14]. При $T = 0$ сверхток увлечения, согласно [14], должен равняться $\sqrt{2} \hbar \mathbf{j}_1 / 48\pi n_s m v_F d^3$. Учитывая, что скорость звука моды E_- равна $c_- = (2\pi n Q^2 d / M \epsilon_0)^{1/2}$ (см. (10)), наш результат при $T = 0$ можно записать в виде $\mathbf{j}_{21} = \hbar \mathbf{j}_1 / 200\pi n_s M c_- d^3$. Нам представляется, что результат [14] справедлив лишь в приближении

слабой связи, с ростом межэлектронного притяжения результаты должны быть модифицированы и в пределе двух бозе-газов фермиевскую скорость спаривающихся электронов необходимо заменить скоростью звука c_- медленной моды. Поскольку эта скорость является функцией расстояния d между проводящими слоями, это изменяет зависимость тока увлечения от d .

Для обнаружения увлечения между электронами в случае пространственно разделенных нормальных систем в одном проводящем слое пропускают ток, а в другом слое, концы которого разомкнуты, измеряют разность потенциалов. Этот метод, однако, не пригоден в случае сверхпроводящих слоев, так как электрическое поле не может существовать в сверхпроводнике. Одна из возможностей наблюдения тока увлечения состоит в том, чтобы замкнуть вторичную цепь и измерять создаваемый им магнитный поток. Принципиальная схема эксперимента показана на рис. 1.

Чтобы найти электрический ток \mathbf{j}_2 во вторичной цепи, следует учесть, что в общем случае этот ток дается выражением

$$\mathbf{j}_2 = \frac{Q n_s}{M} \left(\hbar \nabla \varphi - \frac{Q}{c} \mathbf{A} \right) + \mathbf{j}_{21}. \quad (17)$$

Здесь \mathbf{A} – векторный потенциал магнитного поля, порождаемого током \mathbf{j}_2 , а под \mathbf{j}_{21} мы понимаем уже не поток частиц, а электрический ток. Поскольку в замкнутом контуре фаза φ должна удовлетворять условию

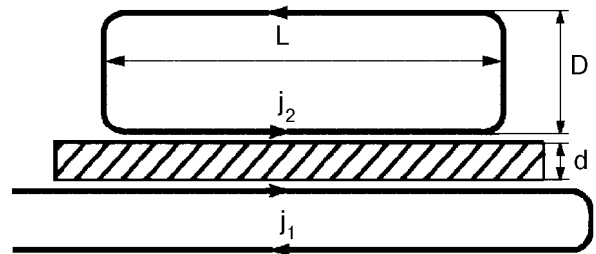


Рис. 1. Схематическое изображение эксперимента по обнаружению эффекта увлечения между сверхпроводящими слоями. Нижний сверхпроводящий слой загнут, чтобы избежать возбуждения тока в верхнем слое магнитным полем нижнего слоя.

$$\oint \nabla\varphi \cdot d\mathbf{l} = 2\pi n,$$

где n — целое число, при достаточно малых токах j_{21} минимуму энергии отвечает равная нулю фаза. Поэтому для рассматриваемой нами цепи полный ток увлечения j_2 в нижней пленке должен равняться $-(Q^2 n_s / Mc) \mathbf{A}_L + j_{21}$, а в верхней пленке он должен равняться $-(Q^2 n_s / Mc) \mathbf{A}_H$, где \mathbf{A}_L и \mathbf{A}_H — значения векторного потенциала в нижней и верхней пленках. Решая уравнение Максвелла $\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j} / c$, нетрудно найти, что

$$j_2 = \frac{j_{21}}{2 + \gamma}, \quad \text{где } \gamma = \frac{4\pi n_s Q^2 D}{Mc^2}. \quad (18)$$

Здесь D — расстояние между верхней и нижней пленкой вторичной цепи (см. рис. 1). Связанный с током j_2 магнитный поток между пленками равняется

$$\Phi \equiv HDL = \frac{4\pi}{c} \frac{j_{21}}{2 + \gamma} DL. \quad (19)$$

При $\gamma \ll 1$ магнитный поток линейно растет с ростом D . При $\gamma \approx 1$ он выходит на насыщение и при $\gamma \gg 1$ поток Φ от D уже не зависит. При этом

$$\Phi = \Phi_{\max} = \frac{0,02e\hbar L j_1}{Q^2 T_0 (2\pi n_s d^2)^2} \Phi_0, \quad (20)$$

где $\Phi_0 = hc/2e$ — квант магнитного потока.

Приведем теперь численные оценки. При $n_s = n = 10^{15} \text{ см}^{-2}$, $Q = 2e$, $M = 2m_0$, безразмерная константа γ порядка единицы при $D \approx 10^{-4} \text{ см}$. Если $D \gg 10^{-4} \text{ см}$, то $\gamma \gg 1$ и поток $\Phi = \Phi_{\max}$. При оценке потока Φ_{\max} следует учитывать, что он сильно зависит от d ($\Phi_{\max} \sim d^{-7/2}$), и брать толщину d как можно меньше. При этом следует следить за тем, чтобы d оставалось достаточно большим и можно было пренебрегать туннелированием электронов через диэлектрический слой, разделяющий первичную и вторичную цепь. Для $d \approx 50 \text{ \AA}$, $L = 1 \text{ см}$, $v_{s1} = 10^5 \text{ см/с}$ поток $\Phi_{\max} \approx \approx 3 \cdot 10^{-6} \Phi_0$.

Таким образом, мы показали, что ток увлечения между двумя сверхпроводниками

отличен от нуля даже при $T = 0$ и зависит от величины потенциала спаривания электронов. Любопытно, что мы получили весьма простой тест, чтобы отличить «бозонную» сверхпроводимость от «фермионной». В первом случае ток увлечения и поток Φ_{\max} пропорциональны $d^{-7/2}$, а во втором — d^{-3} , где d — толщина прослойки, разделяющей два сверхпроводящих слоя.

1. А. Ф. Андреев, А. Э. Мейерович, *Письма в ЖЭТФ* **15**, 56 (1972).
2. М. Б. Погребинский, *Физика и техника полупроводников* **11**, 637 (1977).
3. J. Price, *Physica* **B117**, 750 (1983).
4. Р. Н. Гуржи, А. И. Копелиович, *Письма в ЖЭТФ* **26**, 150 (1977).
5. P. M. Solomon, P. J. Price, D. J. Frank, and D. C. L. Tullipe, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2508 (1989).
6. T. J. Gramila, J. P. Eisenstein, A. H. MacDonald, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1216 (1991).
7. U. Sivan, P. M. Solomon, and H. Shtrikman, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1196 (1992).
8. H. Rubel, E. H. Linfield, D. A. Ritchie, K. M. Brown, M. Pepper, and G. A. C. Jones, *Semicond. Sci. Technol.* **10**, 1229 (1995).
9. B. Laikhtman and P. M. Solomon, *Phys. Rev.* **B41**, 9921 (1990).
10. A. G. Rojo and G. D. Mahan, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2074 (1992).
11. H. C. Tso, P. Vasilopoulos, and F. M. Peeters, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2516 (1992).
12. L. Zheng and A. H. MacDonald, *Phys. Rev.* **B48**, 8203 (1993).
13. K. Flensberg and B. Y.-K. Hu, *Phys. Rev.* **B52**, 14796 (1995).
14. J.-M. Duan and S. Yip, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3647 (1993).

Drag effects between two-dimensional superfluid charged Bose-gases separated by a solid partition

S. I. Shevchenko and S. V. Terent'ev

A microscopic calculation of the drag effect has been made in a system of 2D superfluid Bose gases separated by a thin dielectric partition. It is shown that in contrast to normal systems the drag effect exists at $T = 0$. A temperature dependence of drag current is found. An experiment is proposed to reveal the effect.