Физика низких температур, 1996, т. 22, № 11, с. 1272–1275

Нестационарное диссипативное поведение токонесущих сверхпроводников II рода в продольном магнитном поле

Ю. А. Гененко

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины,
Украина, 340114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72
E-mail:genenko@host.dipt.donetsk.ua

На основе точных решений для спиральных магнитных вихрей в сверхпроводящих цилиндре и пластине анализируется диаграмма резистивного состояния сверхпроводника II рода в координатах ток—поле. Сформулировано обобщенное правило Сильсби для появления резистивности во внешнем магнитном поле, параллельном транспортному току. Показана возможность циклических диссипативных режимов с осцилляциями продольного магнитного момента и эдс благодаря левоспиральной неустойчивости вихрей продольного поля, особенно актуальной в низкоразмерных сверхпроводниках.

На основі точних рішень для спіральних магнітних вихорів в надпровідних циліндрі і пластині аналізується діаграма резистивного стану надпровідника II роду в координатах струм—поле. Сформульовано узагальнене правило Сільсбі для появи резистивності у зовнішньому магнітному полі, паралельному транспортному струму. Показано можливість циклічних дисипативних режимів з осциляціями поздовжнього магнітного момента і едс завдяки лівоспіральній нестійкості вихорів поздовжнього поля, особливо актуальній у низькорозмірних надпровідниках.

В то время как механизм диссипации в токонесущих сверхпроводниках (СП), помещенных в магнитное поле, перпендикулярное транспортному току, представляется в принципе ясным, резистивное поведение в поле, параллельном току, все еще является предметом острой дискуссии [1,2].

Действительно, сила Лоренца $\mathbf{f}_L \propto [\mathbf{j}_T \times \mathbf{H}]$, действующая со стороны транспортного тока $\mathbf{j}_T$ на вихрь поля $\mathbf{H}$, равна нулю, когда поле вихря $\mathbf{H}$ параллельно $\mathbf{j}_T$. Это дало основание некоторым авторам утверждать, что при такой ориентации нельзя объяснить резистивность обычным механизмом «flux-flow» [1], и необходимо конструировать специальные необычные магнитные вихри, способные нести продольный электрический ток [2].

Необычные особенности магнитного поведения сверхпроводников в продольном магнитном поле наблюдались уже давно. В работе Тисдейла и Роршаха [3] наблюдались нерегулярные осцилляции продольного магнитного момента СП образца при больших токах. В работе Ландау [4] на СП I рода было зафиксировано формирование большого продольного магнитного момента и его регулярные осцилляции при токах выше критического. Позднее подобные осцилляции продольного момента и эдс наблюдались Вомсли и Тиммсом на СП II рода [5].

Качественная картина резистивности в продольном поле, предложенная еще в 70-е годы [6], основывалась на рассмотрении спиральных винтовых вихрей, однако появился ряд вопросов, обсуждаемых до последнего времени [1,2]. Как заметил Клем [7], для поддержания постоянным продольного электрического поля $\mathbf{E}_z$ в резистивном состоянии, в образец должна непрерывно «втекать» азимутальная компонента магнитного поля. Но если поле входит в виде геликоидальных вихрей, то это означает непрерывное нарастание аксиального магнитного момента до бесконечности, что, конечно, не наблюдалось.

Между тем эти проблемы были в принципе сняты еще в работах Клема [8] и Брандта [9]. Оказалось, что достаточно лишь отказаться от требования постоянства $\mathbf{E}_z$ и рассмотреть нестационарный, например циклический, режим диссипации, обусловленный входом и выходом вихрей из образцов, чтобы сложилась разумная картина резистивного поведения в продольном магнитном поле.

Причиной выталкивания магнитного потока из токонесущего СП образца является левоспиральная неустойчивость вихрей продольного поля, открытая Клемом [8]. Суть этого явления заключается в том, что сила Лоренца, действующая на вихрь

© Ю. А. Гененко, 1996

со стороны транспортного тока, стремится увеличить радиус левоспирального винтового вихря, в то время как внешнее магнитное поле и сила линейного натяжения вихря стремятся его уменьшить. В результате этой конкуренции возникает критический ток неустойчивости $j_{in}(H)$, при превышении которого линейный вихрь, параллельный току, становится неустойчивым относительно определенных левоспиральных флуктуаций, раздувается и выходит из образца. Позднее результат Клема был обобщен Брандтом на случай продольной решетки вихрей [9].

Однако, поскольку транспортный ток, а значит, и сила Лоренца, экспоненциально малы в глубине массивного СП, в этом случае критический ток неустойчивости одиночного вихря оказывается экспоненциально большим, и, стало быть, «нефизическим» (в отличие от неустойчивости решетки вихрей [9]). В образцах пониженной размерности — тонких нитях и пленках — транспортный ток нельзя считать малым и необходимо учитывать взаимодействие вихря с поверхностью образцов, в ранних работах [8,9] это не было сделано.

В работах [10,11] в лондоновском приближении было получено точное решение для спирального вихря в СП цилиндре и пластине произвольных размеров с учетом взаимодействия с поверхностью. В данной работе анализируется диаграмма резистивного состояния в координатах ток—поле, в случае тонкого СП действительно определяемая явлением неустойчивости.

Геликоидальный магнитный вихрь в СП образце может быть описан уравнением Лондонов со специальной правой частью $\vec{\Phi}$ [10,11]:

$$\lambda^2 \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{h} + \mathbf{h} = \vec{\Phi}\,, \qquad (1)$$

где

$$\vec{\Phi} = \Phi_0 \frac{\mathbf{e}_1}{(\mathbf{e}_1\mathbf{e}_\varphi)}\,\delta(\rho - r)\delta(z - L\varphi)$$

представлена в цилиндрических координатах (ρ, φ, z) с осью z, совпадающей с осью симметрии цилиндра (пластины); $\mathbf{e}_\varphi$ — единичный азимутальный вектор; $\mathbf{e}_1$ — единичный вектор, касательный к спиральному кору вихря, навитому на воображаемый цилиндр радиусом r; $2\pi L$ — высота витка спирального вихря; λ — лондоновская глубина проникновения поля в массивный СП; Φ_0 — квант магнитного потока.

Для изучения проблемы проникновения магнитного вихря в токонесущий СП или проблемы выхода неустойчивого вихря из образца следует вычислить изменение свободной энергии Гиббса, G, возникающее при движении вихря с учетом работы, совершаемой источниками постоянного поля, ΔW_H, и тока, ΔW_I [12]:

$$G = F - \Delta W_I - \Delta_H\,, \qquad (2)$$

где F — вклад собственной энергии вихря.

В цилиндрической конфигурации ΔW_H может быть найдена как

$$\Delta W_H = \frac{1}{4\pi}\int \mathbf{h}\mathbf{H}_{||}\,dV = H_{||}\Phi_z(r)/4\pi\,, \qquad (3)$$

где $\mathbf{H}_{||}$ — внешнее поле. Поток $\Phi_z(r)$ равняется в случае СП цилиндра радиусом R [10]

$$\Phi_z = \Phi_0\,[1 - I_0(r/\lambda)/I_0\,(R/\lambda)]\,, \qquad (4)$$

а в случае СП пластины толщиной $2d$ [11]

$$\Phi_z = \Phi_0[1 - I_0(r/\lambda)/\operatorname{ch}\,(d/\lambda)]\,. \qquad (5)$$

Работа источника тока в случае цилиндра [10]

$$\Delta W_I = \frac{1}{c}\,I\,\Phi_I\,(r)\,, \qquad (6)$$

где величина $\Phi_I(r)$ измеряет магнитный поток, оставляющий цепь источника, когда вихрь смещается с краю в положение с радиусом r:

$$\Phi_I(r) = \frac{\Phi_0}{2\pi L}\Big[1 - rI_1(r/\lambda)/RI_1(R/\lambda)\Big]\,. \qquad (7)$$

В случае пластины величина ΔW_I (на единицу длины)

$$\Delta W_I = \int_0^r dr \int_0^{2\pi} rd\varphi\,\frac{j\Phi_0}{2\pi cL} = I(r)\Phi_0/2\pi Lc\,, \qquad (8)$$

где $I(r)$ — ток, протекающий через сечение πr^2 внутри вихревой спирали.

Точное выражение для собственной энергии вихря весьма громоздко [10,11], ниже будет сделана его оценка. Типичные зависимости энергии Гиббса от радиуса правоспирального вихря показаны на рис. 1. Вихрь может проникнуть в образец, когда ширина краевого барьера падает до характерного размера поверхностных дефектов δ, либо — в случае идеальной поверхности — до СП длины когерентности ξ.

Можно оценить критические параметры спонтанного вхождения вихря, используя критерий $\partial G/\partial r\,|_{r\to R} = 0$, соответствующий выходу максимума G на поверхность, где производную следует брать при $r = R - \max(\delta, \xi)$. В этой области в сво-

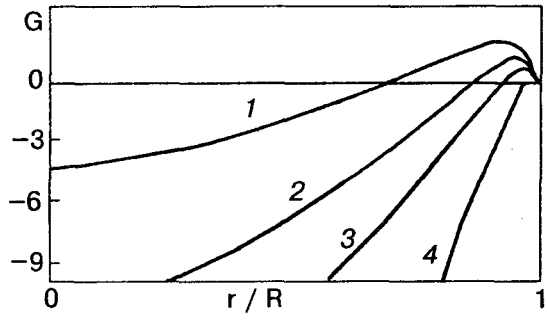

Рис. 1. Свободная энергия Гиббса G на единицу длины СП цилиндра радиусом $R = 0{,}5\lambda$ (в единицах $(\Phi_0/\lambda)^2$), содержащего правоспиральный магнитный вихрь с шагом $L = 0{,}5\lambda$ в зависимости от его радиуса r . Приложенное магнитное поле $H = H_c$. Плотность транспортного тока на поверхности $j/j_L = 0$ (*1*); 0,2 (*2*); 0,4 (*3*); 0,97 (*4*).

бодной энергии вихря доминирует вклад притяжения к отражению, и она может быть оценена, как

$$F = (\Phi_0/4\pi\lambda)^2(1 + s^2)^{1/2} \ln\,[2(R - r)/\xi)]\,, \quad (9)$$

где $s = R/L$ обозначает тангенс угла наклона оси геликоида к оси z.

Используя предложенный критерий, можно найти критическое поле (или ток) вхождения оптимального геликоида, для которого достигается наименьший краевой барьер. Удобно записать критические условия вхождения вихря в физически ясной форме в координатах внешнее поле — поле тока, введя зависящий от размеров цилиндра множитель $\nu = I_1(R/\lambda)/I_0(R/\lambda)$ и величину собственного поля тока на поверхности $H_1 = 2I/cR$:

$$(\nu H_{||})^2 + (H_I/\nu)^2 = H_c^2\,, \quad (10)$$

где H_c — термодинамическое критическое поле. Принимая во внимание, что $\nu \to 1$ при $R >> \lambda$ и члены в левой части (10) группируются в квадрат полного магнитного поля на поверхности $H^2 = H_I^2 + H_{||}^2$, можно видеть, что в случае внешнего поля, приложенного параллельно токонесущему цилиндру с идеальной поверхностью, справедливо обобщенное правило Сильсби [13]

$$H = H_c\,. \quad (11)$$

В случае неидеальной поверхности область бездиссипативного состояния также описывается уравнением (11), где поле H_c заменяется на $H_c(\xi/\delta)$ с учетом области абсолютной термодинамической невыгодности вихря, показанной на рис. 2 горизонтальной штриховкой.

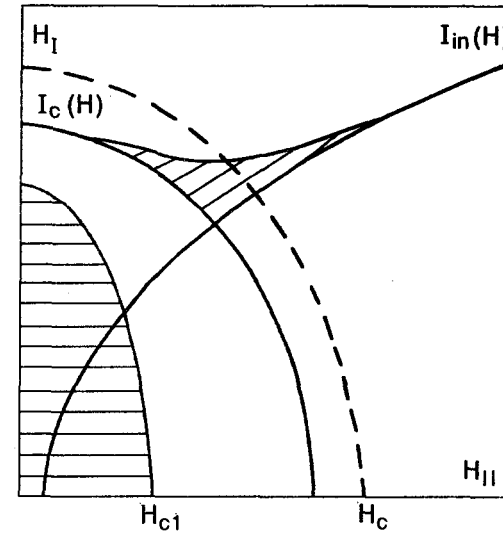

Рис. 2. Диаграмма резистивного состояния СП II рода в координатах ток—поле (см. пояснения в тексте).

Левоспиральную неустойчивость вихря можно исследовать при малых r, заменив в (2) знак перед работой ΔW_I, что дает для цилиндра [10]

$$j_{\text{in}} \cong j_L(2\sqrt{2}\lambda\xi/R^2)\exp\,(R/2\lambda)(\pi R^2 H/\Phi_0 - 1)^{1/2}\,, \quad (12)$$

где лондоновское значение критического тока $j_L = cH_c/4\pi\lambda$. Отличие этого результата от результатов Клема [8] состоит в появлении области абсолютной неустойчивости вихря в полях $H < \Phi_0/\pi R^2$.

Критический ток спиральной неустойчивости для тонкой пленки с $d < \lambda$ равен (на краю пленки) [11]

$$j_{\text{in}} \cong j_{c1}\sqrt{2W/d}\sqrt{(H - H_d)/2H_{c1}}\,, \quad (13)$$

$H_d \propto \Phi_0/\pi d^2$ — нижнее критическое поле вхождения вихрей в пластину [14], а характерный ток $j_{c1} = cH_{c1}/4\pi\lambda$ в тонких пленках имеет тот же порядок величины пропорциональный 10^6 А/см^2, что и критический ток вхождения вихрей через геометрический барьер $j_c = cH_{c1}/2\pi d$ [15].

В отличие от макроскопического случая ток неустойчивости [13] не является экспоненциально большим и соизмерим с критическими токами другой природы — барьерной, пиннинговой — наблюдаемыми на реальных пленках. Следовательно, он в такой же мере определяет их резистивное поведение.

Рассмотрим диаграмму резистивного поведения макроскопического СП в координатах ток—поле (рис. 2). Нисходящая пунктирная кривая представляет собой зависимость критического тока вхождения вихрей в идеальный СП $I_c(H)$, ограничивающую область бездиссипативного поведения в

идеальном случае. Нижняя штрихованная область, ограниченная кривой

$$H_{\parallel} + H_J / (H_c^2 - H_J^2)^{1/2} = H_{c1} , \qquad (14)$$

соответствует абсолютно бездиссипативному поведению ввиду абсолютной неустойчивости вихрей: $G > 0$. Реальная зависимость критического тока от поля, обусловленная эффектами пиннинга и краевого барьера, расположена в области между этими кривыми и показана сплошной линией. Восходящая кривая демонстрирует ток спиральной неустойчивости вихрей в образце I_{in}, представленный, например, формулой (12) для цилиндра или (13) для пластины.

Схематически данная диаграмма верна для любых протяженных образцов, помещенных в параллельное току внешнее поле, независимо от природы критического тока $I_c(H)$. Однако в случае низкоразмерных образцов — пленок и нитей — $I_{in}(H)$ сопоставим по величине с $I_c(H)$, и поэтому может образоваться широкая надкритическая область циклического диссипативного поведения. В этой области СП неустойчив относительно вхождения правоспиральных вихрей, но также неустойчив и в продольном смешанном состоянии относительно левоспиральных флуктуаций, поэтому могут реализоваться осцилляции продольного магнитного момента и эдс, вовлекающие один [10] , два [8] или более [9] вихрей. Представляет интерес экспериментальное изучение данного явления на образцах малого сечения или толщины (в несколько λ), где могут быть ясно отделены различные циклы и возможный переход к стохастическому поведению.

1. K. Kadowaki, Y. Songliu, and K. Kitazawa, *Supercond. Sci. Technol.* **7**, 519 (1994).
2. G. E. Marsh, *Phys. Rev.* **B50**, 571 (1994); **B49**, 450 (1994).
3. T. S. Teasdale and H. E. Rorschach, *Phys. Rev.* **90**, 709 (1953).
4. И. Л. Ландау, *ЖЭТФ* **64**, 557 (1973).
5. D. G. Walmsley and W. E. Timms, *J. Phys.* **F5**, 287 (1975); **F7**, 2373 (1977).
6. A. M. Campbell and J. E. Evets, *Critical Currents in Superconductors*, Taylor and Francis, London (1972).
7. J. R. Clem, *Phys. Lett.* **A54**, 452 (1975).
8. J. R. Clem, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1425 (1977).
9. R. H. Brandt, *Phys. Lett.* **A79**, 207 (1980); *Phys. Rev.* **B25**, 5756 (1982).
10. Ю. А. Гененко, Письма в *ЖЭТФ* **59**, 807 (1994); *Physica* **C235–240**, 2709 (1994); *Phys. Rev.* **B51**, 3686 (1995).
11. Ю. А. Гененко, *Письма в ЖЭТФ* **62**, 711 (1995).
12. J. R. Clem, R. P. Huebener, and D. E. Gallus, *J. Low Temp. Phys.* **12**, 449 (1973).
13. М. Тинкхам, *Введение в сверхпроводимость*, Атомиздат, Москва (1977).
14. В. В. Шмидт, *ЖЭТФ* **61**, 211 (1972).
15. E. Zeldov, A. I. Larkin, V. B. Geshkenbein et. al., *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1428 (1994).

Nonstationary dissipative behavior of current-carrying type-II superconductors in longitudinal magnetic field

Yu. A. Genenko

The current-field diagram of a type-II superconductor resistive state is considered on the basis of exact solutions for helical magnetic vortices inside superconducting cylinder and plate. A generalized Silsbee rule for the onset of dissipation in external magnetic field parallel to a transport current is stated. A variety of dissipation cycles with oscillations of the longitudinal magnetic moment and emf are shown to be a possibility due to the left-handed spiral instability of longitudinal vortices, especially in low-dimensional cases.