

Поверхностные электроны над жидким гелием в узком канале. Моделирование токовых процессов

В.Е. Сивоконь, И.В. Шарапова

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: sivokon@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 5 декабря 2016 г., опубликована онлайн 25 июля 2017 г.

Методом молекулярной динамики проведено моделирование токовых процессов в пространственно упорядоченной системе поверхностных электронов над жидким гелием (вигнеровском кристалле), расположенной в узком канале. Показано, что электрические поля, прикладываемые к электронной системе при измерениях, могут приводить к существенной перестройке пространственной конфигурации электронов. Следствием этой перестройки и является измеряемый ток. Показано, что при определенных условиях электроны могут покидать канал, преодолевая энергетический барьер, что приводит к появлению всплесков на токовых характеристиках системы. На основании сравнения результатов моделирования с существующими экспериментальными данными сделан вывод о том, что наблюдаемые в экспериментах эффекты обусловлены исключительно электрон-электронным взаимодействием и влиянием внешних полей и не имеют отношения к особенностям электрон-риплонного взаимодействия.

Методом молекулярної динаміки проведено моделювання струмових процесів у просторово впорядкованій системі поверхневих електронів над рідким гелієм (вігнерівському кристалі), яка розташована у вузькому каналі. Показано, що електричні поля, які прикладено до електронної системи при вимірюваннях, можуть призводити до значної перебудови просторової конфігурації електронів. Наслідком цієї перебудови і є струм, що вимірюється. Показано, що при певних умовах електрони, які долають енергетичний бар'єр, можуть залишати канал, що призводить до появи сплесків на струмових характеристиках системи. На основі порівняння результатів моделювання з існуючими експериментальними даними було зроблено висновок про те, що ефекти, які спостерігались в експериментах, зумовлені виключно електрон-електронною взаємодією та впливом зовнішніх полів та не мають відношення до особливостей електрон-риплонної взаємодії.

PACS: 73.20.Qt Электронные кристаллы;
73.20.-r Электронные состояния на поверхностях и границах раздела;
31.15.xv Молекулярная динамика и другие численные методы.

Ключевые слова: вигнеровский кристалл, двумерная система, токовые процессы, жидкий гелий, метод молекулярной динамики.

1. Введение

Поверхностные электроны над жидким гелием представляют собой классическую систему частиц с кулоновским взаимодействием. Квантование движения электронов в направлении, перпендикулярном поверхности жидкости, приводит к тому, что при достаточно низких температурах движение электронов ограничено двумя пространственными измерениями, а взаимодействуют они преимущественно с квантованными колебаниями

поверхности жидкости (риплонами). Ввиду малости диэлектрической проницаемости жидкого гелия подвижность электронов вдоль поверхности жидкости очень велика. Одним из наиболее интересных явлений в этой системе является вигнеровская кристаллизация — образование упорядоченной системы электронов в поле внешнего однородно распределенного положительного заряда [1]. Кристаллизация приводит к локализации электронов, что, естественно, вызывает деформацию жидкой диэлектрической подложки. Образуется дефор-

мационный рельеф поверхности жидкости в виде пространственно упорядоченного набора локальных прогибов поверхности (лунок). В кристаллической фазе движение электронов вдоль поверхности жидкости существенно изменяется: резко возрастает их эффективная масса, появляется возможность возбуждения специфических колебаний, обусловленных как пространственным упорядочением, так и наличием лунок (связанные электрон-риплонные колебания). Взаимодействие электрона и лунки может сильно отличаться в зависимости от характерного для процесса масштаба времени: в пределе малых скоростей лунка движется вместе с электроном, а в пределе больших скоростей электрон колеблется в статической лунке.

Электронный кристалл (ЭК) над поверхностью жидкого гелия со времени своего открытия в 1979 году [2] интенсивно исследовался как экспериментально, так и теоретически (см. обзоры [3–5]), но все же существуют проблемы, в решении которых достаточной ясности до сих пор не достигнуто. В частности, нет однозначного понимания того, какими физическими процессами определяется зависимость проводимости кристалла от электрического поля в плоскости электронного слоя (нелинейная проводимость). Согласно одной из точек зрения, наблюдаемые нелинейные особенности связывают с потерей пространственного упорядочения в системе электронов (плавление или динамическое плавление кристалла) [6,7], которое, в свою очередь, приводит к изменению и исчезновению деформационного рельефа жидкости. Другая точка зрения основана на предположении, что экспериментально обнаруженная зависимость проводимости кристалла от ведущего поля обусловлена особенностями электрон-риплонного взаимодействия, которые проявляются при движении кристалла как целого с достаточно большой скоростью вдоль поверхности жидкости (брэгг-черенковское излучение риплонов, соскальзывание кристалла с луночного рельефа жидкости) [8,9].

Нужно отметить, что оба объяснения основаны в значительной мере на умозрительных соображениях, поскольку прямых экспериментальных данных, однозначно свидетельствующих в пользу той или иной точки зрения, нет. Более того, существуют проблемы в интерпретации самих экспериментальных данных по нелинейному транспорту ЭК. Проводимость электронной системы над жидким гелием обычно определяют емкостным методом в ячейках различной геометрии. Возбуждающий электрод формирует ведущее поле, приводящее к тому, что в электронном слое появляется ток, вызывающий изменение заряда на приемном электроде и, как следствие, ток во входных цепях измерительного прибора. При емкостном методе измерения ведущее поле, как правило, неоднородно, а измеряемый ток есть интегральная характеристика всех процессов, связанных с перемещением зарядов в элект-

ронном слое. Для того чтобы из соотношения между измеренным током и возбуждающим напряжением определить проводимость электронного слоя, необходимо, кроме измерительной модели ячейки (эквивалентная схема из сосредоточенных элементов, модель, основанная на анализе длинной линии и т.п.), сделать предположения относительно свойств самого электронного слоя, например, предположить, что проводимость слоя не зависит от ведущего напряжения, а размеры слоя фиксированы при всех условиях эксперимента. Очевидно, что при изучении нелинейных свойств первое условие не выполняется, поэтому анализ выходного тока в условиях неоднородного ведущего поля и представление результата в виде усредненной характеристики электронного слоя (проводимости, подвижности электронов) содержит элемент неопределенности и является аппаратно зависимым.

Опубликованы результаты экспериментов, в которых исследуется транспорт электронов в квазиодномерных каналах при возбуждении тока синусоидальным напряжением на возбуждающем электроде [10] и при линейном по времени изменении возбуждающего напряжения [11]. В экспериментах получены интересные экспериментальные данные: в частности, при линейной протяжке напряжения обнаружены всплески на токе в канале, которые зависят от условий эксперимента (температура, внешние поля). Для построения физической картины процессов, определяющих токи в канале, используются представления о соскальзывании электронов с деформационного рельефа жидкости и брэгг-черенковском излучении риплонов [12,13], ранее разработанные при анализе нелинейного транспорта в электронном кристалле. Никакие альтернативные возможности авторами не рассматриваются.

Предложенное авторами [11] объяснение наблюдаемых особенностей тока в канале требуют, как и в работах [12,13], неявных предположений о том, что электронный кристалл движется в канале с достаточно большой скоростью и при этом его структура существенно не нарушается. Оба эти предположения неочевидны и никак не следуют из геометрии эксперимента и способа возбуждения тока в канале. Для более обоснованного представления о процессах, протекающих в электронной системе, нужна дополнительная информация. Такая информация может быть получена в результате компьютерного моделирования, которое позволяет провести анализ пространственных перестроек в электронной системе при изменении внешних полей.

Цель настоящей работы — проведение модельных компьютерных экспериментов по протеканию тока в системе электронов над жидким гелием в узком канале при линейном изменении напряжений на возбуждающем электроде в условиях, сравнимых с условиями экспериментов [11].

2. Моделирование

Моделирование проводилось методом молекулярной динамики (МД). Рассчитывались координаты и скорости электронов, образующих в плоскости (x,y) двумерную систему из N частиц ($N = 100$), находящихся на расстоянии $d = 10^{-4}$ см в z -направлении от прямоугольного прижимающего электрода с размерами $L = 10^{-2}$ см и $M = 8 \cdot 10^{-4}$ см (рис. 1) и имеющих температуру $10^{-3} - 10^{-1}$ К. Дополнительно могли учитываться силы, обусловленные внешними электродами (возбуждающим и охранными). Таким образом, моделировалось поведение электронов в канале длиной L и шириной M . Для определения конфигурации электронов в различных условиях пошагово решалась система уравнений движения. При заданном временном шаге Δt координата $\mathbf{r}_i(t)$ и скорость $\mathbf{v}_i(t)$ i -электрона в плоскости (x,y) в момент времени $t + \Delta t$ определяются уравнениями

$$\mathbf{r}_i(t + \Delta t) = \mathbf{r}_i(t) + \mathbf{v}_i \Delta t + \frac{\mathbf{f}_i(t)}{2m} (\Delta t)^2. \quad (1a)$$

$$\mathbf{v}_i(t + \Delta t) = \mathbf{v}_i(t) + \frac{\mathbf{f}_i(t)}{m} \Delta t, \quad (1b)$$

где $\mathbf{f}_i(t)$ — сила, действующая на электрон в момент времени t ; $i = 1 \dots N$.

В начальный момент времени $t = 0$ электроны распределены случайным образом в прямоугольнике со сторонами L и M и имеют случайные скорости, которые изменяются на каждом шаге, но таким образом, чтобы выполнялось условие

$$\frac{m}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i^2 = NT. \quad (2)$$

Здесь T — температура. Скорости корректировались на каждом шаге вычислений для того, чтобы обеспечить выполнение условия $T = \text{const}$. После определения конфигурации зарядов в момент времени $t + \Delta t$ вновь решались уравнения движения с тем же временным шагом Δt , но с новым исходным временем $t' = t + \Delta t$ и т.д. Время Δt выбиралось таким образом, чтобы на каждом шаге вычислений смещение $|\mathbf{r}_i(t + \Delta t) - \mathbf{r}_i(t)|$ не превышало $\sim 10^{-2}$ среднего расстояния между частицами. В ходе численного эксперимента количество шагов вычислений составляло порядка 10^5 , что достаточно для образования устойчивой конфигурации частиц.

Силу \mathbf{f}_i , действующую на электрон в плоскости слоя, можно записать как:

$$\mathbf{f}_i = e^2 \sum_{j \neq i} \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3} + \mathbf{F}_i^{(\perp)} + \mathbf{F}_i^{\text{excit}} + \mathbf{F}_i^{\text{quard}}, \quad (3)$$

где первый член обусловлен кулоновским взаимодействием между электронами, второй член — проекция

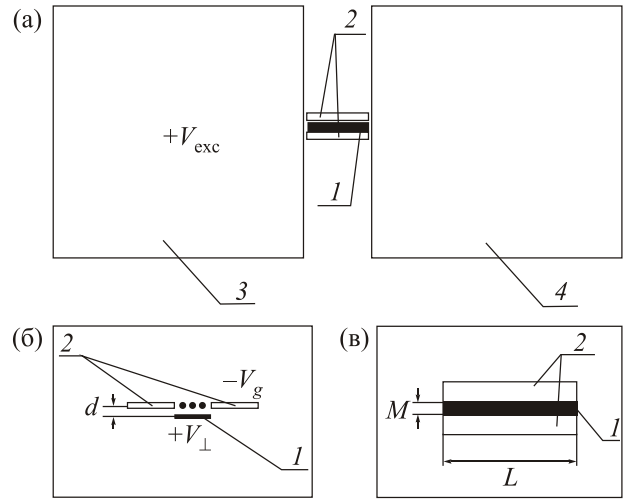


Рис. 1. Расположение электродов при измерениях тока в электронной системе: общий вид сверху (а), вид сбоку (б) и область канала и охранных электродов в увеличенном виде (в). Прижимающий электрод (1), над которым располагается слой электронов, охранные электроды (2), возбуждающий электрод (3), приемный электрод (4).

силы, действующей на электрон со стороны прижимающего электрода, имеющего конечные размеры, на плоскость слоя, а третий и четвертый — силы, обусловленные возбуждающим и охранными электродами. Сила $\mathbf{F}_i^{(\perp)}$ может быть вычислена в предположении, что заряд равномерно распределен по прижимающему электроду с поверхностной плотностью σ (пропорциональной прижимающему напряжению), а граничными эффектами можно пренебречь, поскольку выполнено условие $d \ll L, M$. В этом случае компоненты силы, действующей на i -электрон в плоскости слоя со стороны прижимающего электрода, можно представить в виде

$$F_x^{(\perp)}(x_i, y_i) = \sigma e \int_{-M/2}^{M/2} dy' \int_{-L/2}^{L/2} dx' \frac{(x' - x_i)}{\left[(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2 + d^2 \right]^{3/2}},$$

$$F_y^{(\perp)}(x_i, y_i) = \sigma e \int_{-M/2}^{M/2} dy' \int_{-L/2}^{L/2} dx' \frac{(y' - y_i)}{\left[(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2 + d^2 \right]^{3/2}}. \quad (4)$$

После вычисления интегралов получаем:

$$F_x^{(\perp)}(x_i, y_i) = \sigma e \ln \frac{(-y_p + \sqrt{x_m^2 + y_p^2 + d^2})(y_m + \sqrt{x_p^2 + y_m^2 + d^2})}{(y_m + \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + d^2})(-y_p + \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + d^2})},$$

$$F_y^{(\perp)}(x_i, y_i) = \sigma e \ln \frac{(-x_p + \sqrt{y_m^2 + x_p^2 + d^2})(x_m + \sqrt{y_p^2 + x_m^2 + d^2})}{(x_m + \sqrt{y_m^2 + x_m^2 + d^2})(-x_p + \sqrt{y_p^2 + x_p^2 + d^2})}. \quad (5)$$

Здесь введены обозначения

$$x_p = \frac{L}{2} + x_i, \quad x_m = \frac{L}{2} - x_i, \quad y_p = \frac{M}{2} + y_i, \quad y_m = \frac{M}{2} - y_i.$$

Аналогичным образом вычислялись силы, действующие на электрон со стороны возбуждающего электрода и охранных электродов.

На рис. 1 представлена схема электродов, отражающая рассматриваемую модель эксперимента. Размеры электродов выбраны несколько произвольно, но они сравнимы с теми, которые использовались в экспериментах [11]. В начальный момент времени электроны находятся на расстоянии d над прижимающим электродом 1 с размерами L и M . На прижимающий электрод подается напряжение $+V_{\perp}$. На электронный слой можно влиять, подавая напряжение на два симметрично расположенных охранных электрода 2. Охранные электроды расположены в плоскости электронного слоя и имеют размеры L и $2M$. На охранные электроды может подаваться напряжение $-V_g$. Возбуждающий электрод 3 предназначен для возбуждения тока в слое электронов. Он расположен в одной плоскости с прижимающим электродом и представляет собой квадрат со стороной $5 \cdot 10^{-2}$ см. На него подается напряжение V_{exc} , которое может изменяться со временем. Приемный электрод 4 соединен с входом измерительного прибора.

2.1. Моделирование тока в канале. Вариант 1

Вначале рассмотрим поведение электронной системы без учета влияния охранных электродов. Силы в плоскости электронного слоя, действующие на электрон со стороны прижимающего и охранных электродов, можно рассчитать, используя выражения (5). Величина σ на каждом электроде зависит от напряжения, подаваемого на него. В расчете вместо напряжений V_i (где V_i — V_{exc} , V_g или V_{\perp}) используются безразмерные напряжения \tilde{V}_i , нормированные на напряжение V_{sat} ($V_i = \tilde{V}_i \cdot V_{sat}$), соответствующее условию полной экранировки поля E_{sat} , созданного прижимающим электродом. Это напряжение легко определить из соотношений $E_{sat} = V_{sat} / 2d$ и $E_{sat} = 2\pi n_s e$. Здесь $n_s = N / (L \cdot M)$, а e — заряд электрона. Предполагается, что $\sigma = n_s e$. Эти оценки, строго говоря, справедливы для бесконечного электронного слоя и на масштабах много больших расстояний между электронами, но возможным влиянием ограниченности электронной системы и ее дискретности пренебрегаем. Итак, рассмотрим систему из $N = 100$ электронов, находящуюся над прижимающим электродом, на который подано напряжение $\tilde{V}_{\perp} = 1$ и рассчитаем эволюцию этой системы при подаче на возбуждающий электрод напряжения, изменяющегося линейно по времени. Иллюстрацией влияния напряжения на возбуждающем электроде на электронную систему служит рис. 2. Здесь представлена энергия, харак-

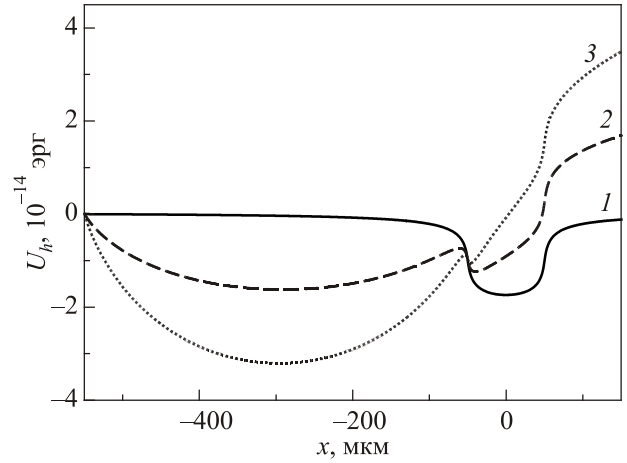


Рис. 2. Энергия, характеризующая притяжение электрона к системе электродов при напряжении на прижимающем электроде $\tilde{V}_{\perp} = 1$ и напряжениях на возбуждающем электроде: $\tilde{V}_{exc} = 0$ (1); 0,1 (2) и 0,2 (3). Напряжение на охранных электродах $V_g = 0$.

теризующая притяжение электрона со стороны прижимающего и возбуждающего электродов при разных постоянных напряжениях $\tilde{V}_{exc} = 0; 0,1; 0,2$ на возбуждающем электроде. Эта энергия рассчитана как $U_h(x) = \int dx \cdot F_x^{\perp}(x, y = 0)$. Видно, что при $\tilde{V}_{exc} = 0$ электрон имеет минимальную энергию, находясь в области канала. При увеличении \tilde{V}_{exc} минимум энергии появляется в области возбуждающего электрода, но переход из области канала в область возбуждающего электрода связан с преодолением энергетического барьера. Преодоление барьера происходит тогда, когда энергия электрона, обусловленная его взаимодействием с электродами и всеми остальными электронами, превышает высоту барьера. Вероятность преодоления барьера повышается при повышении температуры электронов. Как видно на рис. 2, по мере увеличения \tilde{V}_{exc} величина барьера уменьшается, а кроме того, изменяется сила, действующая на электроны, находящиеся в самом канале, что вызывает их перераспределение. На рис. 3 показано распределение частиц в канале при условии $\tilde{V}_{exc} = 0, \tilde{V}_{\perp} = 1$. Конфигурация получена из начального случайного распределения частиц и случайного распределения их скоростей. Сумма квадратов скоростей электронов на каждом вычислительном шаге соответствовала температуре $T = 10^{-3}$ К. Границы рисунка соответствуют границам прижимающего электрода. Для того чтобы проиллюстрировать тонкие особенности в распределении электронов, используется различный масштаб по горизонтали и вертикали. При использовании одинакового масштаба при изображении центральной части канала (рис. 3(б)) хорошо видно, что электроны в канале образуют кристалл. При наличии такого распределения частиц в канале на возбуждающий электрод подавалось положительное напряжение, возрастающее от $\tilde{V}_{exc} = 0$ до $\tilde{V}_{exc} = 0,027$, что привело

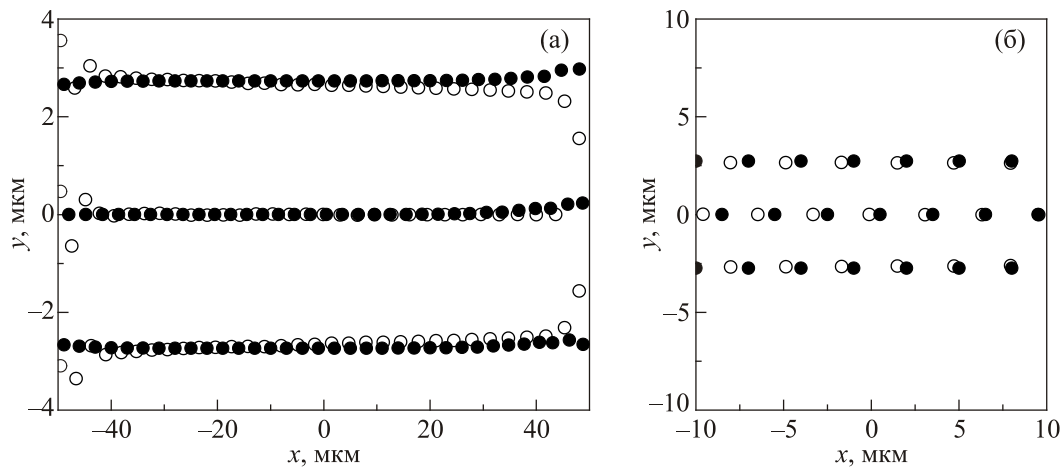


Рис. 3. Расположение электронов в канале при $\tilde{V}_\perp = 1$, $\tilde{V}_g = 0$ и $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0$ (●) и $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,027$ (○). Весь канал (границы рисунка соответствуют границам канала) (а); центральная часть канала в одинаковом масштабе по осям (б).

к новому распределению электронов в канале. При этом часть электронов переместилась в область над возбуждающим электродом. Полная картина распределения электронов при условии $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,027$; $\tilde{V}_\perp = 1$ показана на рис. 4(а), а рис. 4(б) иллюстрирует распределение электронов в канале. Дальнейшее изменение напряжения на входном электроде и возврат его к нулевому значению $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0$ приводит не к возвращению электронов в канал, а к новой конфигурации, показанной звездочками.

Итак, при изменении напряжения на возбуждающем электроде наблюдается перераспределение заряда в канале. Скорость перераспределения заряда и особенности этого перераспределения определяют ток, текущий в канале. В этот ток дают вклад скорости перемещения каждого электрона, но в эксперименте измеряется интегральная характеристика, которая есть результат усреднения по всем электронам в канале. Ток измеряется с помощью специального измерительного электрода, на который действует поле со стороны всех электронов

в системе. При перераспределении электронов поле, действующее на приемный электрод, изменяется, что, в свою очередь, приводит к перераспределению заряда во входных цепях измерительного прибора, которое регистрируется как ток. Мы не обсуждаем здесь детали измерения тока в ходе эксперимента, ограничившись расчетом тока в канале. Поскольку измеряемый ток есть интегральная величина, то при его расчете необходимо ввести средние величины, характеризующие заряд в канале. В начальный момент времени $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0$ можно считать, что суммарный заряд электронов в канале

$$q_c = N_c e \text{ характеризуется } x\text{-координатой } x_0 = \frac{1}{N_c} \sum_i^{N_c} x_i.$$

Здесь N_c — количество электронов в канале, а x_i — их координаты. При изменении напряжения на возбуждающем электроде положение электронов в канале изменяется. Может измениться и их количество, если часть электронов покинет канал.

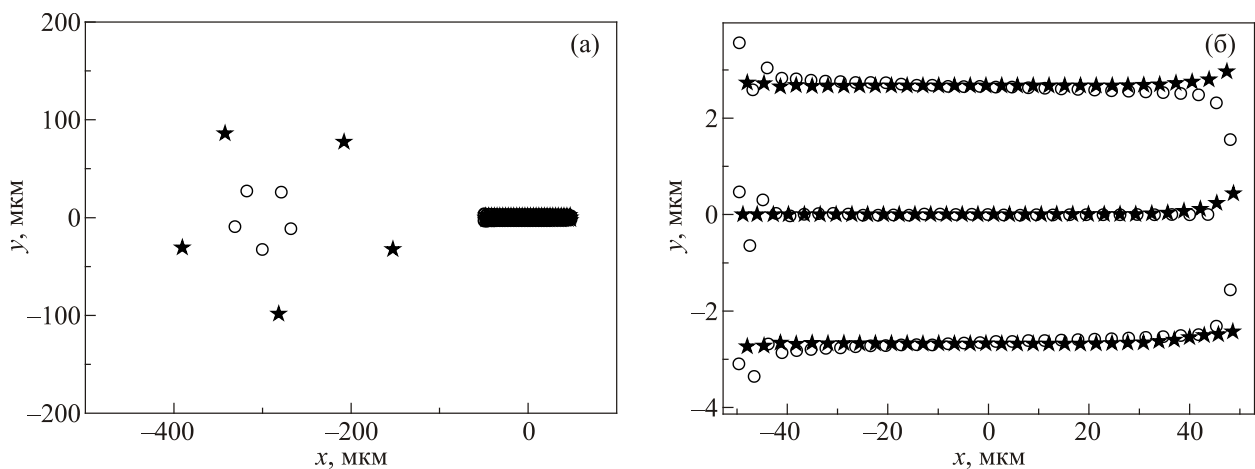


Рис. 4. Расположение электронов при $\tilde{V}_\perp = 1$, $\tilde{V}_g = 0$, $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,027$ (○), и после изменения \tilde{V}_{exc} от 0,027 до 0 (★). (а) — полная картина, включающая в себя электроны над возбуждающим электродом и (б) — конфигурация электронов, оставшихся в канале.

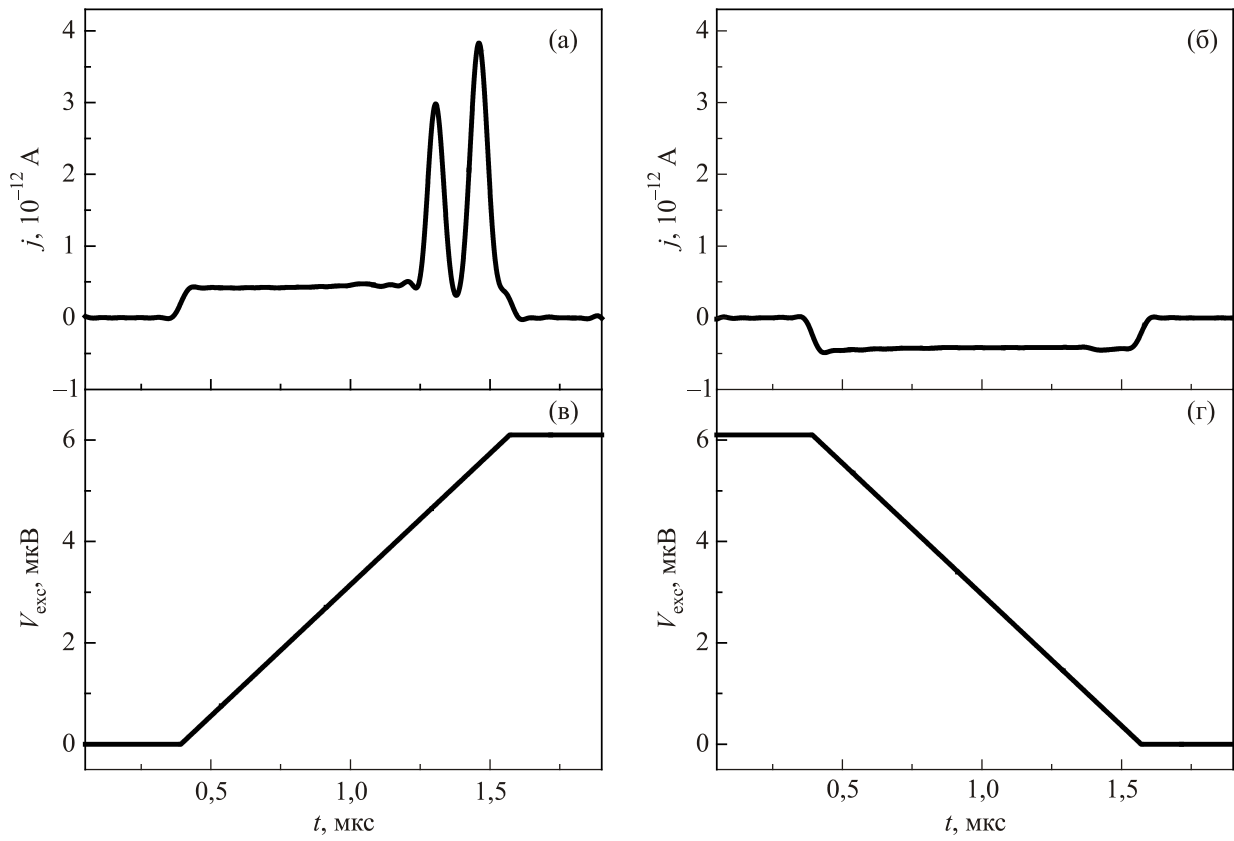


Рис. 5. Ток в канале: при изменении возбуждающего напряжения $\tilde{V}_{exc} = 0 \rightarrow 0,027$ (а) и $\tilde{V}_{exc} = 0,027 \rightarrow 0$ (б), соответствующие диаграммы изменения напряжения (в) и (г).

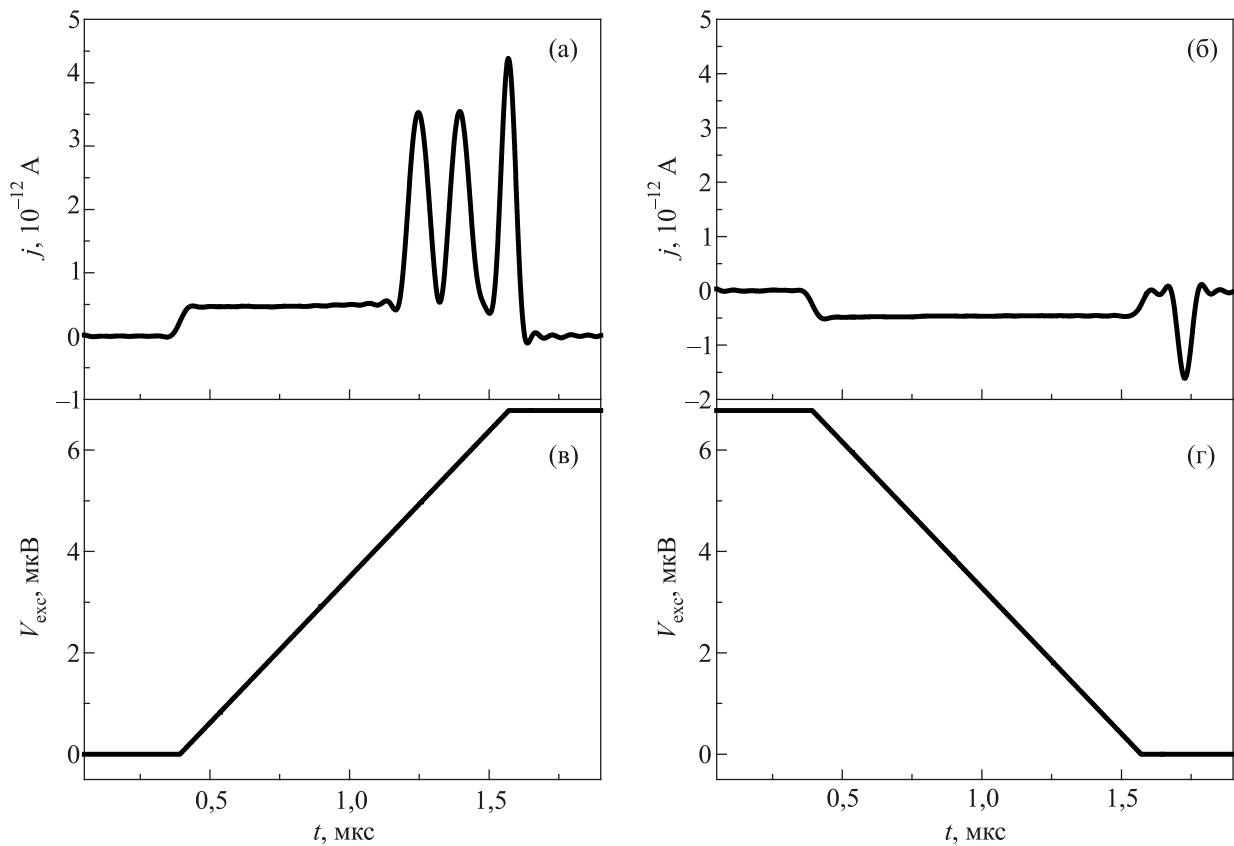


Рис. 6. Ток в канале: при изменении возбуждающего напряжения $\tilde{V}_{exc} = 0 \rightarrow 0,03$ (а) и $\tilde{V}_{exc} = 0,03 \rightarrow 0$ (б), соответствующие диаграммы изменения напряжения (в) и (г).

При напряжении $\tilde{V}_{\text{exc}} \neq 0$ имеем суммарный заряд

$$\tilde{q}_c = \tilde{N}_c e \text{ с координатой } \tilde{x} = \frac{1}{N_c} \sum_i \tilde{x}_i. \text{ При изменении}$$

напряжения на возбуждающем электроде перемещение суммарного заряда из одной точки в другую происхо-

дит со средней скоростью $v_{\text{dr}}^x = \frac{1}{\tilde{N}_c(t)} \sum_i \tilde{N}_c(t) v_i^x$, где v_i^x

— скорости электронов вдоль канала. Усреднение проводится только по тем электронам, которые находятся в канале. Ток, текущий в канале можно определить как

$$J_x(t) = en_l(t)v_{\text{dr}}^x(t). \text{ Заметим, что дрейфовая скорость}$$

зависит от характера изменения \tilde{V}_{exc} , а $n_l = \tilde{N}_c(t) d / (L \cdot M)$ — средняя линейная плотность электронов в канале. Средняя линейная плотность электронов в канале изменяется, если электроны покидают канал.

На рис. 5(а) показаны результаты расчета зависимости тока в канале от времени при изменении напряжения на возбуждающем электроде, которое иллюстрирует рис. 5(в). Приведены сглаженные значения тока в канале, поскольку при расчете наблюдается большой шум, обусловленный, по всей видимости, малым числом частиц. Ток постоянен до достижения некоторой величины возбуждающего напряжения, при которой наблюдаются всплески тока. Эти всплески связаны с тем, что часть электронов преодолевает энергетический барьер и покидает канал, смещаясь в центральную область возбуждающего электрода (рис. 4). Уход электрона из канала происходит быстро по сравнению с изменением напряжения на возбуждающем электроде, что приводит к быстрому изменению электрических полей в области канала и всплеску тока. Смещения же электронов, остающихся в канале, относительно малы (рис. 3), но связаны с искажением первоначальной, соответствующей $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0$, структуры. Последующее уменьшение возбуждающего напряжения (рис. 5(г)) не приводит к возвращению к первоначальному распределению электронов, поскольку электроны, покинувшие канал, обратно не вернулись, а при $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0$ заняли новые положения над возбуждающим электродом. Ток, соответствующий уменьшению \tilde{V}_{exc} , показан на рис. 5(б) в зависимости от времени. Он наблюдается в области изменения напряжения и постоянен ввиду линейного по времени изменения напряжения. Ток связан с перераспределением электронов в канале. При увеличении максимального значения \tilde{V}_{exc} в область над возбуждающим электродом будет переходить большее количество электронов, а при дальнейшем уменьшении \tilde{V}_{exc} до нуля часть электронов может вернуться в канал. Рисунок 6 иллюстрирует токовую картину при изменении \tilde{V}_{exc} от нуля до 0,03. Как следует из картины рас-

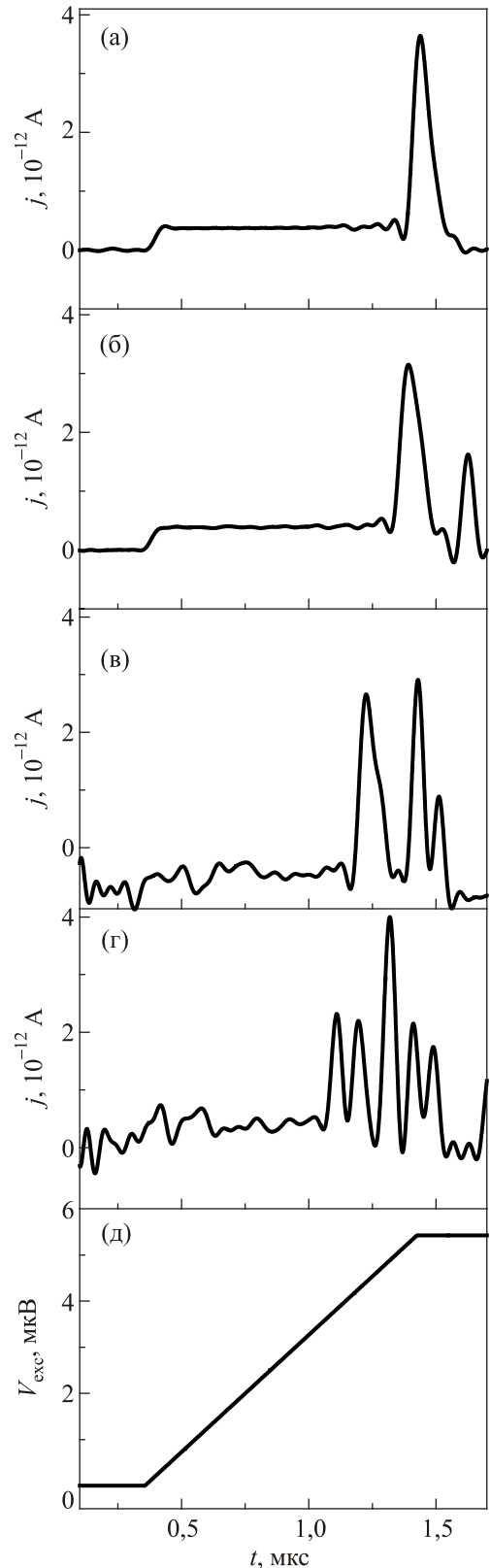


Рис. 7. Ток в канале при различных температурах T , К: $1 \cdot 10^{-3}$ (а); $1 \cdot 10^{-2}$ (б); $5 \cdot 10^{-2}$ (в); $8 \cdot 10^{-2}$ (г) при $\tilde{V}_{\perp} = 1$, $\tilde{V}_g = 0$ и изменении $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0 \rightarrow 0,024$ (д).

положения электронов (соответствующий рисунок в статье не приведен), при увеличении \tilde{V}_{exc} канал тремя порциями покидает 9 электронов, а при возврате \tilde{V}_{exc}

до 0 один из электронов возвращается в канал, причем уже после того, как изменение напряжения закончилось. На возврат электрона на токовой зависимости указывает пик в правой части зависимости. В конечном итоге все электроны должны вернуться в канал, чтобы восстановить равновесную конфигурацию, но процесс перераспределения электронов может быть значительно более медленным, чем процесс уменьшения напряжения на возбуждающем электроде при возврате к нулевому значению и время измерения будет недостаточным для наблюдения возврата покинувших канал электронов.

Изменение температуры изменяет величины флуктуаций энергии электронов, а следовательно, и вероятность преодоления барьера, что сказывается на особенностях тока в канале. На рис. 7 показаны результаты расчета тока в канале при разных температурах: $T = 1 \cdot 10^{-3}$; $1 \cdot 10^{-2}$; $5 \cdot 10^{-2}$; $8 \cdot 10^{-2}$ К. Величина \tilde{V}_{exc} изменяется от 0 до 0,024. По мере увеличения температуры всплески тока начинаются при меньших значениях возбуждающего напряжения, количество всплесков увеличивается, указывая на то, что количество электронов, покидающих канал, возрастает.

2.2. Моделирование тока в канале. Вариант 2

В экспериментах при исследовании тока можно существенно влиять на электронную систему в канале, изменяя прижимающее напряжение и используя охранные электроды различной геометрии. Роль этих факторов можно проанализировать, моделируя измерение тока в условиях, при которых прижимающее поле заметно

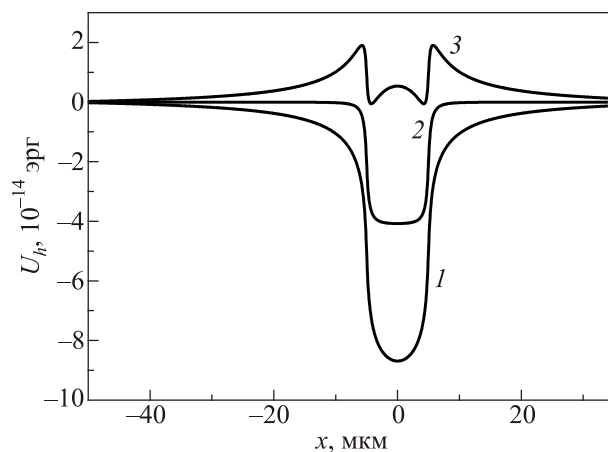


Рис. 8. Энергия электрона, обусловленная прижимающим электродом при $\tilde{V}_{\perp} = 5$ и наличии охранного потенциала \tilde{V}_g : 0 (1); -1 (2) и -2 (3) на обоих охранных электродах.

больше, чем поле, соответствующее насыщенному случаю и используются дополнительные охранные электроды, на которые подается отрицательный потенциал. Геометрия и расположение этих электродов могут быть различными. В наших расчетах мы учитываем охранные электроды, расположенные по сторонам канала (рис. 1), ширина каждого из охранных электродов в два раза превышает ширину канала.

Увеличение прижимающего напряжения и подача напряжения на охранные электроды приводит к изменению сил, действующих на электроны со стороны внешних электродов. На рис. 8 показана энергия, связанная

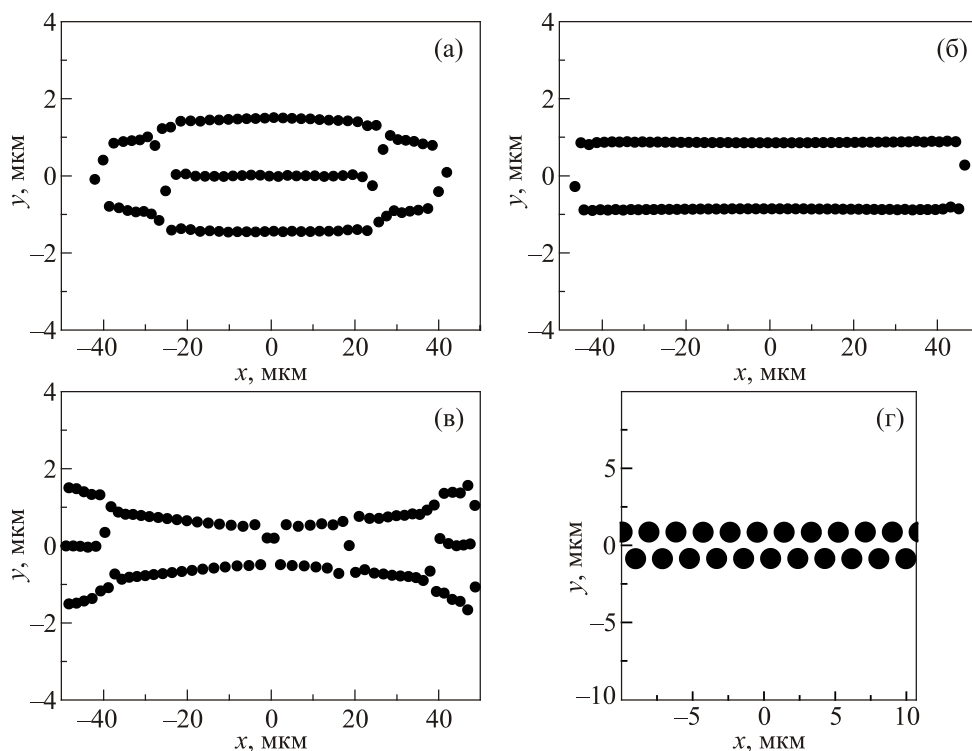


Рис. 9. Конфигурации электронов в канале при $\tilde{V}_{\perp} = 5$ и $\tilde{V}_g = 0$ (а); -1 (б), -2 (в). Центральная часть конфигурации (б) показана на рис. (г) при одинаковом масштабе по осям.

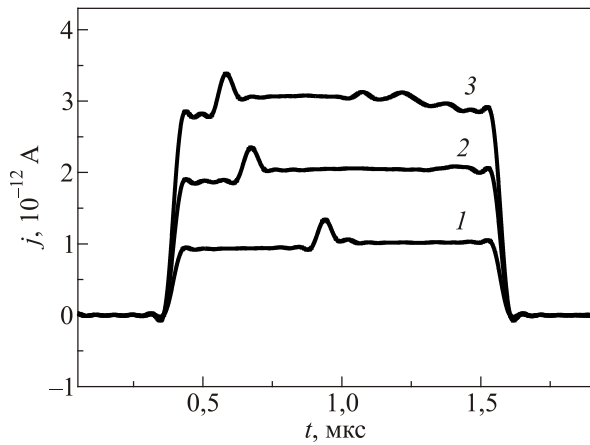


Рис. 10. Ток в канале при изменении возбуждающего напряжения $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0 \rightarrow 0,1$ (1); $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0 \rightarrow 0,2$ (2) и $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0 \rightarrow 0,3$ (3). Прижимающее напряжение $\tilde{V}_{\perp} = 5$, а напряжение на охраняемых электродах $\tilde{V}_g = -1$.

с прижимающим полем при $\tilde{V}_{\perp} = 5$ и различных значениях охранного потенциала $\tilde{V}_g = 0$ (1); -1 (2); -2 (3), а на рис. 9 — соответствующие конфигурации частиц в канале. Как хорошо видно, конфигурации электронов,

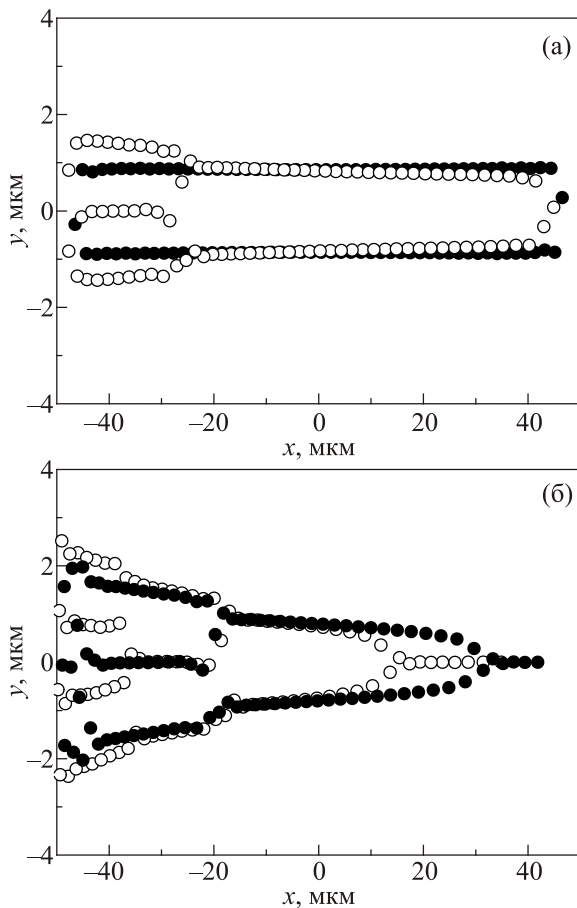


Рис. 11. Конфигурации электронов в канале при $\tilde{V}_{\perp} = 5$, $\tilde{V}_g = -1$ и постоянном напряжении на возбуждающем электроде $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0$ (●) и $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,1$ (○) (а) и $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,2$ (●) и $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,3$ (○) (б).

определяемые внешними полями, могут заметно отличаться от треугольной кристаллической решетки. Наиболее симметричной оказывается конфигурация электронов при $\tilde{V}_g = -1$, которая представляет собой зигзаг. Рассмотрим протекание тока в канале при такой начальной конфигурации электронов (рис. 9(б)). При подаче напряжения \tilde{V}_{exc} на возбуждающий электрод в канале течет ток, пропорциональный скорости изменения напряжения. Это хорошо видно на рис. 10, где показан ток в системе при изменении напряжения \tilde{V}_{exc} за одно и то же время до значений 0,1, 0,2, 0,3. Заметны особенности тока в виде небольших всплесков, по всей видимости, обусловленные перестройкой электронов в канале. Следует отметить, что, несмотря на протекающий в канале ток, ни один электрон не покидает канал. Ток обусловлен исключительно изменением положения электронов в самом канале. Конечные конфигурации электронов в канале показаны на рис. 11. Они существенно отличаются от первоначальной и определяются, кроме взаимодействия самих электронов между собой, влиянием внешних полей.

По мере дальнейшего увеличения возбуждающего напряжения достигаются условия, при которых часть электронов покидает канал, что приводит к появлению пика на временной зависимости тока (рис. 12(а)). Мак-

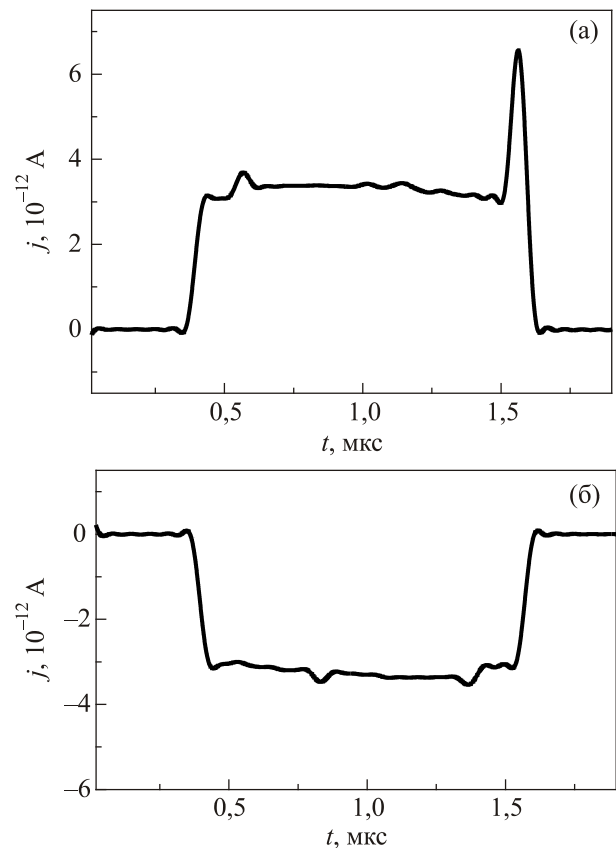


Рис. 12. Ток в канале при изменении возбуждающего напряжения $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0 \rightarrow 0,33$ (а); $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,33 \rightarrow 0$ (б). Прижимающее напряжение $\tilde{V}_{\perp} = 5$, а напряжение на охраняемых электродах $\tilde{V}_g = -1$.

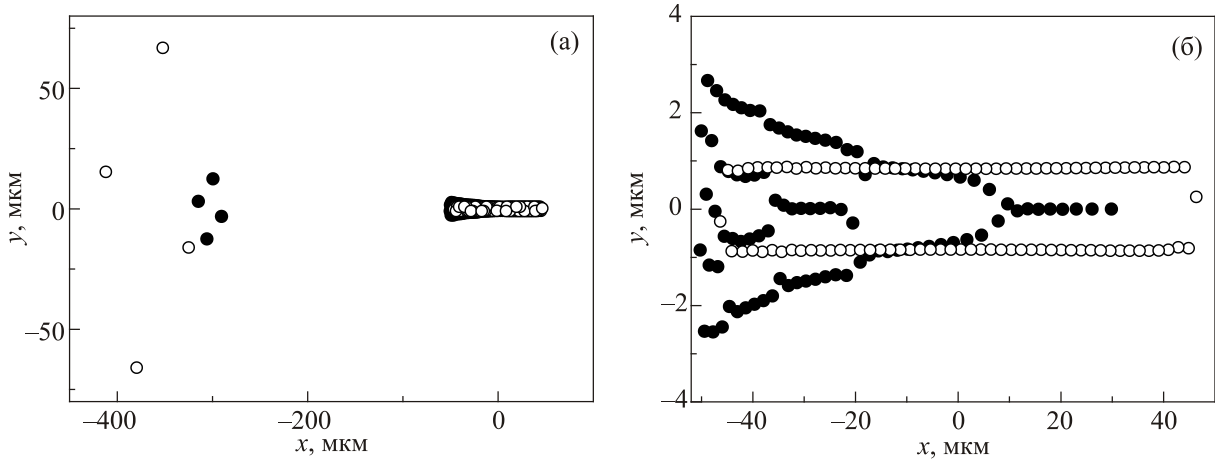


Рис. 13. Расположение электронов при $\tilde{V}_\perp = 5$, $\tilde{V}_g = -1$, $\tilde{V}_{exc} = 0,33$ (●) и после изменения \tilde{V}_{exc} от 0,33 до 0 (○): полная картина (а), электроны в канале (б).

симальная величина \tilde{V}_{exc} при этих расчетах составила $\tilde{V}_{exc} = 0,33$.

Конечная конфигурация показана на рис. 13. Видно, что четыре электрона переместились из канала в область, расположенную над центральным электродом

(рис. 13(а), закрытые кружки), а расположение электронов в канале (рис. 13(б), закрытые кружки) стало весьма отличным от первоначального. При последующем изменении напряжения от 0,33 до 0 вернуться к начальной конфигурации электронов не удастся, по-

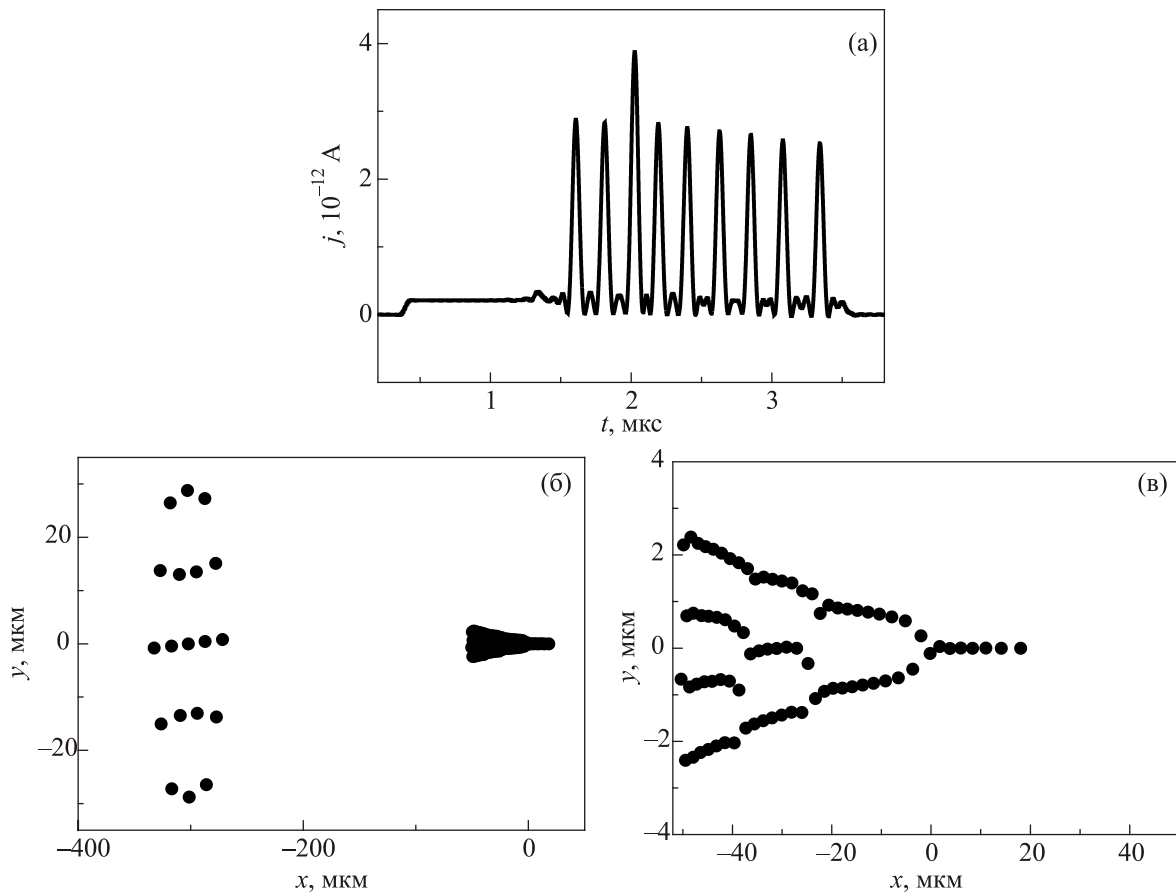


Рис. 14. Ток в канале при изменении возбуждающего напряжения $\tilde{V}_{exc} = 0,3 \rightarrow 0,36$ (а). Расположение электронов при $\tilde{V}_{exc} = 0,36$: общая картина (б) и электроны в канале (в). Прижимающее напряжение $\tilde{V}_\perp = 5$, а напряжение на охранных электродах $\tilde{V}_g = -1$.

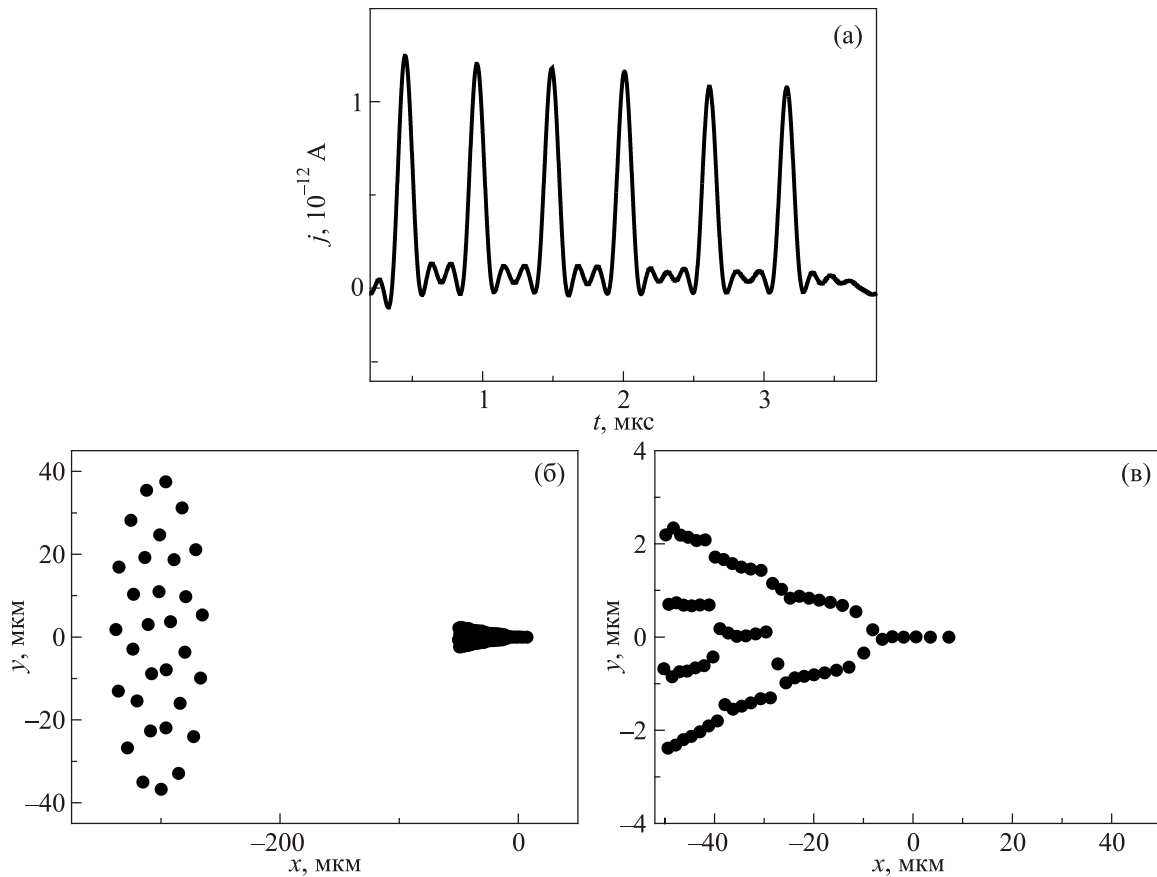


Рис. 15. Ток в канале при изменении возбуждающего напряжения $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,36 \rightarrow 0,39$ (а). Расположение электронов при $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,39$: общая картина (б) и электроны в канале (в). Прижимающее напряжение $\tilde{V}_{\perp} = 5$, а напряжение на охранных электродах $\tilde{V}_g = -1$.

сколькx несколько электронов в канал не возвращается, а занимают новые положения над возбуждающим электродом. Как следствие, пик на токовой зависимости не наблюдается (рис. 12(б)).

Наблюдаемая токовая картина в канале зависит от скорости изменения напряжения на возбуждающем электроде. На рис. 14 и 15 показаны зависимости тока от времени для двух скоростей протяжки. В обоих случаях медленная протяжка производится после достижения значений $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,3$ и $0,36$. При достижении некоторого значения \tilde{V}_{exc} (рис. 14) на зависимости тока от времени появляются всплески, которые связаны с тем, что электроны начинают покидать канал. Всплески тока расположены более или менее регулярно. При меньшей скорости изменения возбуждающего напряжения расстояния между пиками увеличиваются. По мере того, как электроны покидают канал и суммарный заряд в канале уменьшается, величина тока в канале тоже уменьшается, что проявляется в виде уменьшения амплитуды всплесков. Ширина пиков не несет особого физического смысла, поскольку связана с выбранной процедурой сглаживания, а в реальном физическом эксперименте она определяется, по всей видимости, параметрами входных цепей измерительных приборов.

3. Оценка измерительного тока

Представляет интерес возможность оценки по результатам моделирования измерительного тока, который наблюдался бы в рассмотренной системе при экспериментальных исследованиях. Ток, который получен при моделировании — это величина, отражающая перемещение электронов непосредственно в канале. Ток, который измеряется в эксперименте — это ток, текущий во входных цепях измерительного прибора. Очевидно, что измеренный ток является результатом перемещения электронов в канале, но для установления взаимосвязи между ними, нужно более внимательно проанализировать процесс измерения.

На рис. 1(а) схематически изображены электроды, которые определяют поведение электронной системы. На возбуждающий электрод 3, при измерениях подается напряжение с линейной разверткой, а приемный электрод соединен с входом измерительного прибора. В эксперименте измеряется ток, который отражает скорость изменения заряда на этом электроде. Перед началом измерения тока в канале находится электронный кристалл некоторой плотности. Поданы соответствующие напряжения на прижимающий электрод и охранные электроды. Электроды влияют друг на друга,

на возбуждающий и приемный электрод, и на электроны в кристалле посредством создаваемых ими электрических полей. Электроны, в свою очередь, воздействуют на электроды. При статических условиях существует некоторая равновесная конфигурация полей. При подаче напряжения на возбуждающий электрод конфигурация полей изменяется. Это приводит к смещению и пространственной перестройке электронов в канале (при определенных условиях электроны могут даже покинуть канал) и, как следствие, изменению поля, действующего со стороны электронов на измерительный электрод. Для компенсации этого изменения поля изменяется заряд на электроде. Это изменение заряда обеспечивает ток, который начинает течь во входных цепях измерительного прибора. Для того чтобы при моделировании оценить этот ток, нужно определить связь между изменением конфигурации электронов в канале и изменением заряда на входном электроде. Естественно предположить, что заряд, который появится на приемном электроде при изменении конфигурации электронов, равен заряду, который будучи размещенным на входном электроде, привел бы к такому же изменению

конфигурации электронов. Для проверки этого предположения было проведено моделирование перестройки электронной системы при двух условиях: при подаче на возбуждающий электрод напряжения, изменяющегося от 0 до $+\tilde{V}_{\text{exc}}$, и при подаче на приемный электрод напряжения от 0 до $-\tilde{V}_{\text{exc}}^{(1)}$. Соответствующие конфигурации приведены на рис. 16(а). Видно, что конфигурации не идентичны, но достаточно близки одна к другой. Интегральной характеристикой, описывающей смещение электронов служит среднее значение x -координаты электронов в канале (рис. 16(б)). Зависимости весьма близки при несколько отличающихся величинах \tilde{V}_{exc} и $\tilde{V}_{\text{exc}}^{(1)}$, что позволяет оценить величину появляющегося на входном электроде заряда при изменении конфигурации электронов в канале. Сила, действующая на электрон, со стороны электрода (прижимающего, входного, возбуждающего или охранного), пропорциональна плотности заряда σ на нем, формула 4, и, следовательно, подаваемому на электрод напряжению. Поскольку поле, соответствующее напряжению $\tilde{V}_{\perp} = 1$, полностью экранируется слоем электронов с плотностью n_s , то очевидно, что при подаче напряжения $\tilde{V}_{\text{exc}}^{(1)}$ на входной электрод на нем появляется заряд $q_{\text{in}} = en_s \tilde{V}_{\text{exc}}^{(1)} S$, где S — площадь входного электрода, а ток, соответственно, равен $j = q / \Delta t$, где Δt — время изменения напряжения. Для расчета при условиях $\tilde{V}_{\perp} = 5$, $\tilde{V}_g = -1$, $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,3$ (расчет для тока в канале приведен на рис. 10) при экспериментальных исследованиях ток должен составить $j = 1,2 \cdot 10^{-9}$ А.

Выводы

Таким образом, в работе проведено моделирование токовых процессов в системе поверхностных электронов над жидким гелием, расположенной в узком канале. Моделирование проводилось методом молекулярной динамики. Возбуждение тока в системе было обусловлено линейным изменением напряжения на возбуждающем электроде подобно тому, как это реализуется в эксперименте [11]. Полученные в расчете результаты качественно согласуются с экспериментальными данными. Обнаружено, что при изменении напряжения на возбуждающем электроде электроны в канале существенно перестраивают свою пространственную конфигурацию, а не смещаются с сохранением первоначальной структуры. Процесс перестройки конфигурации сопровождается перемещением суммарного заряда в канале, то есть током.

При достаточно большом возбуждающем напряжении часть электронов покидает канал, что приводит к скачкообразному изменению поля в канале и, как следствие, появлению пиков на зависимости тока в канале от времени. Выход электрона из канала связан с преодолением энергетического барьера, который формируется в результате действия электрических полей, обусловленных внешними электродами. Барьер несим-

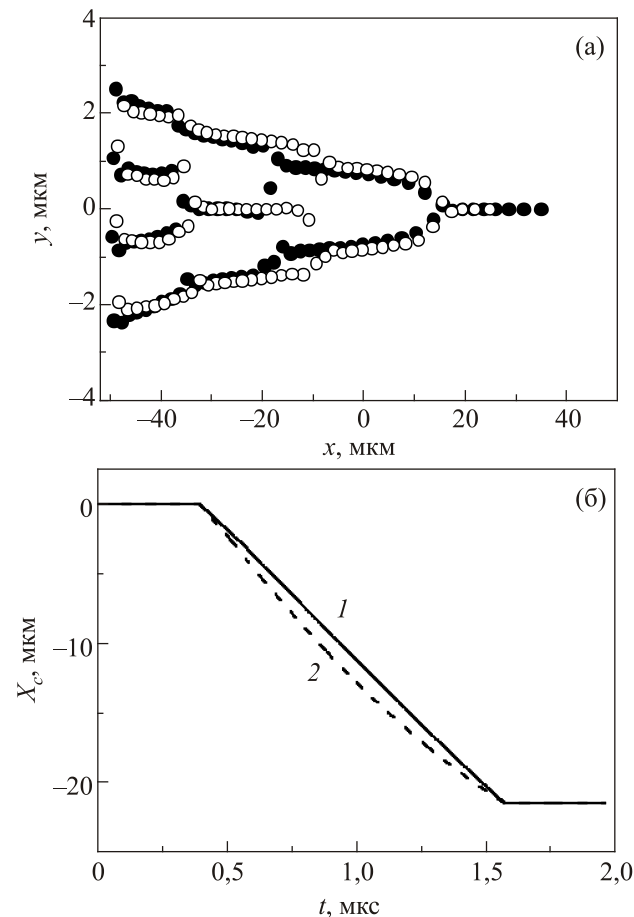


Рис. 16. Конфигурация электронов $\tilde{V}_{\text{exc}} = 0,3$ на возбуждающем электроде (●) и $\tilde{V}_{\text{exc}} = -0,38$ на приемном электроде (○). $\tilde{V}_{\perp} = 5$, $\tilde{V}_g = -1$ (а), зависимость средней величины x -координаты электронов в канале при изменении напряжения на возбуждающем (1) и приемном электродах (2) (б).

метричен, вследствие чего процесс ухода электронов из канала не полностью обратим и изменения возбуждающего напряжения от 0 до $+\tilde{V}_{\text{exc}}$ и от $+\tilde{V}_{\text{exc}}$ до 0 приводят к разным токовым зависимостям. С ростом температуры при прочих равных условиях вероятность того, что электрон покинет канал, возрастает.

Увеличение возбуждающего напряжения и подача напряжения на охранные электроды качественно картину не меняют.

Нужно отметить, что при моделировании никак не учитывалось взаимодействие электронов с поверхностью гелия, рассматривалось только электрон-электронное взаимодействие. Тем не менее полученные в расчетах результаты качественно подобны результатам экспериментальных исследований электронов над жидким гелием в сравнимых условиях [11]. По нашему мнению, для понимания природы явлений, наблюдаемых в экспериментах по протеканию тока в электронной системе, в частности в узком канале [11], нет необходимости привлекать соображения о нелинейности электрон-риплонного взаимодействия. По всей видимости, роль электрон-риплонного взаимодействия в таких экспериментах сводится всего лишь к перенормировке эффективной массы электрона. Причиной наблюдаемых в эксперименте особенностей тока является не движение электронного кристалла как целого, а перестройка пространственной конфигурации электронов, обусловленная внешними электрическими полями.

Результаты работы могут быть полезны при планировании экспериментов по изучению поверхностных электронов и при анализе результатов исследований.

1. R.S. Crandall, *Phys. Rev. A* **8**, 2136 (1973).
2. C.C. Grimes and G. Adams, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 795 (1979).
3. В.Б. Шикин, Ю.П. Монарха, *Двумерные заряженные системы в гелии*, Мир, Москва (1989).
4. Yuriy Monarkha and Kimitoshi Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids*, Springer, Heidelberg (2004).
5. Ю.П. Монарха, В.Е. Сивоконь, *ФНТ* **40**, 1355 (2012) [*Low Temp. Phys.* **40**, 1067 (2012)].
6. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ФНТ* **38**, 8 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 6 (2012)].

7. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, И.В. Шарапова *ФНТ* **40**, 1219 (2014) [*Low Temp. Phys.* **40**, 953 (2014)].
8. K. Shirahama and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 781 (1995).
9. K. Kono and K. Shirahama, *J. Low Temp. Phys.* **104**, 237 (1996).
10. H. Ikegami, H. Akimoto, and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 046807 (2009).
11. D.G. Rees, N.R. Beysengulov, Juhn-Jong Lin, and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 206801 (2016).
12. M.I. Dykman and Y.G. Rubo, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4813 (1997).
13. W.F. Vinen, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 9709 (1999).

Surface electrons over liquid helium in a narrow channel. Modeling of the current processes

V.E. Syvokon and I.V. Sharapova

Modeling of electric current in the spatially ordered system of surface electrons over liquid helium (Wigner crystal) in a narrow channel are performed by the molecular dynamics method. It is shown that electric field, applied to the electron system under measurements can result in the essential spatial rearrangement of the electrons. The rearrangement yields the measured electric current. It is shown that under certain conditions the electrons can leave the channel overcoming an energy barrier. That leads to the current spikes. As a result of comparison our results with the published experimental data we conclude that observed phenomena are due to electron-electron interaction and external electric fields, mainly and do not rely to features of the electron-riplon interaction.

PACS: 73.20.Qt Electron solids;
73.20.-r Electron states at surfaces and interfaces;
 31.15.xv Molecular dynamics and other numerical methods.

Keywords: Wigner crystal, two-dimensional system, current processes, liquid helium, molecular dynamics method.