

# Электрическая поляризация He II, обусловленная вторым и первым звуками

И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина  
E-mail: ig.nik.adamenko@gmail.com

Статья поступила в редакцию 19 октября 2016 г., после переработки 22 ноября 2016 г., опубликована онлайн 25 июля 2017 г.

Показано, что в трехкомпонентном газе квазичастиц сверхтекучего гелия (He II), который образован фононами, ротонами и квантованными вихревыми кольцами (КВК), равновесие устанавливается мгновенно в масштабах времен рассматриваемых экспериментов. В итоге образуется единая нормальная компонента, которая может двигаться относительно сверхтекучей компоненты со скоростью  $w$ . Показано, что при наличии  $w$  в He II возникает электрическое поле, которое наблюдалось в экспериментах. Причины этого заключаются в анизотропной зависимости энергии КВК от его импульса при наличии  $w$  и существовании дипольного момента у КВК. Рассмотрен случай, когда дипольный момент КВК образован его собственным дипольным моментом и дипольным моментом, созданным внешним полем. Решена задача о возникновении электрического потенциала в стоячей волне второго звука во внешнем постоянном электрическом поле. Получены электрические потенциалы, возникающие в волне первого звука за счет флексоэлектрического эффекта, ускорения жидкости и внешнего постоянного электрического поля. По полученным формулам выполнены численные расчеты, которые позволяют сопоставить теорию с экспериментами, и могут стимулировать постановку новых экспериментов.

Показано, що у трикомпонентному газі квазічастинок надплинного гелію (He II), який утворено фононами, ротонами та квантованими вихровими кільцями (КВК), рівновага встановлюється миттєво у масштабах часів розглянутих експериментів. У результаті утворюється єдина нормальна компонента, яка може рухатися щодо надплинної компоненти зі швидкістю  $w$ . Показано, що при наявності  $w$  в He II виникає електричне поле, яке спостерігалось в експериментах. Причини цього полягають в анізотропній залежності енергії КВК від його імпульсу при наявності  $w$  та існування дипольного моменту у КВК. Розглянуто випадок, коли дипольний момент КВК утворено його власним дипольним моментом та дипольним моментом, створеним зовнішнім полем. Розв'язано задачу про виникнення електричного потенціалу в стоячій хвилі другого звуку в зовнішньому постійному електричному полі. Отримано електричні потенціали, що виникають в хвилі першого звуку за рахунок флексоелектричного ефекту, прискорення рідини та зовнішнього постійного електричного поля. За отриманими формулами виконано чисельні розрахунки, які дозволяють зіставити теорію з експериментами та можуть стимулювати постановку нових експериментів.

PACS: 67.25.D– Сверхтекучая фаза;  
67.25.dk Вихри и турбулентность;  
67.25.dt Звук и возбуждения.

Ключевые слова: сверхтекучесть, гелий, первый и второй звуки, поляризация, электрическое поле.

## 1. Введение

Работа [1], в которой впервые наблюдалось возникновение электрической разности потенциалов при возбуждении волны второго звука в сверхтекучем <sup>4</sup>He (He II), положила начало новому направлению в физике сверхтекучего гелия — исследованию электрических

свойств He II. Согласно работе [1], электрический сигнал в волне первого звука отсутствует. Из экспериментальных результатов, представленных в [1], следовал однозначный вывод, что наблюдаемые электрические свойства характерны только для второго звука и проявляются лишь в сверхтекучем состоянии гелия. Таким образом, проявление электрической активности гелия

могло оказаться связанным с природой возникновения сверхтекучести. Развитие этой идеи привело к постановке новых экспериментов и созданию целого ряда теоретических моделей.

В частности, выдвинутую в [1] гипотезу о том, что возникновение электрического потенциала связано с относительным движением нормальной и сверхтекучей компонент, подтвердили эксперименты [2], в которых наблюдалось возникновение электрической разности потенциалов при торсионных колебаниях пленки He II. В последующих работах [3–7], в число соавторов которых входил автор работы [1], продолжались экспериментальные исследования электрических свойств He II. Работа [1] инициировала эксперименты [8,9], которые подтвердили основные результаты работы [1].

После выхода статей [1,2] было опубликовано значительное количество теоретических работ, в которых были подробно исследованы электрические свойства He II (см., например, [10–23] и цитируемую там литературу). Однако эти работы не давали последовательного и непротиворечивого объяснения экспериментов [1,2].

Новый подход для объяснений экспериментов [1,2] был предложен в работах [24,25], где было показано, что электрические свойства квантованных вихревых колец и относительное движение нормальной и сверхтекучей компонент вызывают поляризацию He II, которая приводит к появлению разности электрических потенциалов.

Одной из целей этой работы было предложить новые эксперименты, которые дали бы новую информацию об электрической активности He II. Сопоставление результатов таких экспериментов с расчетными значениями, приведенными в этой статье, позволит понять, насколько предлагаемая теория адекватна рассматриваемому явлению. В связи с этим в данной работе решена задача о возникновении электрического потенциала в стоячей волне второго звука во внешнем электрическом поле.

В тезисах доклада [26] на конференции в Праге (август 2016 г.) сообщалось о том, что в отличие от результата работы [1], разность электрических потенциалов наблюдалась не только в волне второго звука, но и в волне первого звука. Такое несоответствие результатов работ [1] и [26] инициировало проведение в этой статье расчетов возникающей разности электрических потенциалов в волне первого звука за счет всех известных нам механизмов.

Одной из возможных причин различия результатов работ [1] и [26] может быть наличие в экспериментах [26] неконтролируемого внешнего наведенного электрического поля, в котором создавалась волна первого звука. В связи с этим в данной работе получено также явное выражение для электрического потенциала, возникающего в волне первого звука при наличии внешнего постоянного электрического поля.

## 2. Свойства квантованных вихревых колец (КВК) в He II

К тепловым возбуждениям в сверхтекучем гелии наряду с фононами и ротонами относятся также и квантованные вихревые кольца (КВК). Эти три типа тепловых возбуждений образуют трехкомпонентный газ квазичастиц сверхтекучего гелия, определяя, тем самым, термодинамические и кинетические свойства He II. Описание свойств фононов и ротонов дано в монографии [27] и статьях, а свойства КВК изложены в ряде монографий и многочисленных работах (см., например, [28–31] и цитируемую там литературу).

Термодинамические функции КВК в изотропном случае полностью определяются зависимостью энергии КВК  $\varepsilon$  от модуля его импульса  $p$ , которая дается выражениями

$$\varepsilon = \frac{2\pi^2 n_0 \hbar^2}{m} r_c \left( \ln \frac{8r_c}{r_0} - 2 \right), \quad p = 2\pi^2 n_0 \hbar r_c^2, \quad (1)$$

содержащих в качестве параметра величину радиуса КВК —  $r_c$ . В равенствах (1)  $n_0 = 2,17 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$  — атомная плотность  $^4\text{He}$ ,  $m = 6,69 \cdot 10^{-24} \text{ г}$  — масса атома  $^4\text{He}$ ,  $r_0 = 0,4 \text{ \AA}$  — радиус кора вихря. Согласно теории и экспериментам, величина  $r_c$  ограничена снизу неравенством  $r_c \geq r_{0c} = 2,5 \text{ \AA}$ , поэтому энергия и импульс КВК ограничены снизу соответствующими неравенствами  $\varepsilon \geq \varepsilon_0 = 12,9 \text{ К}$  и  $p \geq p_0 = 2,68 \text{ \AA}^{-1}$ .

Квазичастицы КВК образуют бозе-газ тепловых возбуждений He II с функцией распределения, которая, с учетом неравенства  $\varepsilon \gg k_B T$  записывается в виде  $n(\varepsilon) = \exp(-\varepsilon/k_B T)$ . Плотность числа КВК  $n_V$  при заданной температуре дается интегралом от функции распределения КВК по фазовому пространству. Учитывая, что основной вклад в этот интеграл дают КВК с минимальными значениями  $r_{0c}, \varepsilon_0$  и  $p_0$ , получим

$$n_V = 8\pi \left( \frac{p_0}{2\pi\hbar} \right)^3 \frac{k_B T}{\varepsilon_0} g(T) \exp\left(-\frac{\varepsilon_0}{k_B T}\right), \quad (2)$$

где  $g(T)$  — безразмерная функция температуры, вычисленная в [28], численное значение которой меняется от 0,5 при  $T = 0 \text{ К}$  до 0,7 при  $T = 2 \text{ К}$ .

Фононы, ротоны и КВК, будучи квазичастицами гелия, образуют нормальную компоненту He II. Однако для формирования единого газа квазичастиц необходимо, чтобы равновесие между отдельными компонентами наступало мгновенно в масштабах характерных времен экспериментов [1,2,8,9]. Согласно [27], для фононного и ротонного газов это условие выполняется. При температурах, характерных для экспериментов [1,2,8,9] ( $T > 1 \text{ К}$ ), основную роль играют ротоны и КВК, поэтому для определения условий равновесия необходимо определить характерные времена установления равновесия в системе ротоны–КВК.

Исходя из газокинетической теории для характерного времени столкновения КВК с ротонем, которое можно считать временем установления равновесия между системой КВК и системой ротонов, имеем:

$$\tau_{\text{eq}} = \frac{1}{n_{\text{rot}} \sigma_{\text{in}} v_0}. \quad (3)$$

Здесь  $n_{\text{rot}}$  — плотность числа ротонов,  $\sigma_{\text{in}}$  — поперечное сечение рассеяние ротон–КВК, а  $v_0$  — относительная скорость ротон–КВК.

Расчет времени проводится для типичных параметров КВК и ротонов. Так, сечение рассеяния принимаем равным  $\sigma_{\text{in}} = \pi r_{0c}^2 \approx 1,96 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$ , Характерная скорость КВК

$$v_{QVR} = \frac{\hbar}{2r_{0c}m} \left( \ln \frac{8r_{0c}}{r_0} - \frac{1}{2} \right). \quad (4)$$

По порядку величины  $v_{QVR} \approx 1 \cdot 10^4 \text{ см/с}$  совпадает с тепловой скоростью ротонов при температурах 1–2 К, поэтому для скорости относительного движения ротонов и КВК выбираем величину  $v_0 \approx 10^4 \text{ см/с}$ . В итоге для времени релаксации ротоны–КВК получаем величину  $\tau_{\text{eq}} \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ с}$  при 2 К и  $\tau_{\text{eq}} \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ с}$  при 1 К. Полученные времена релаксации на несколько порядков меньше характерных времен экспериментов [1,2,8,9].

Таким образом, в условиях экспериментов [1,2,8,9], фононы, ротоны и КВК формируют единую нормальную компоненту He II. В результате нормальная компонента может двигаться как единое целое со скоростью  $\mathbf{v}_n$ , которая может отличаться от скорости движения сверхтекучей компоненты  $\mathbf{v}_s$ .

Наличие относительной скорости  $\mathbf{w} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$  приводит к появлению анизотропной зависимости энергии КВК от импульса  $\varepsilon_{\mathbf{w}} = \varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}$ . В этом случае функция распределения КВК дается соотношением

$$n(\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}) = \exp \left( -\frac{\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}}{k_B T} \right). \quad (5)$$

Квантованные вихревые кольца обладают нетривиальными электрическими свойствами. Квадрупольный момент КВК получен в работах [12,24]. В работе [24] было показано, что квадрупольный момент КВК при наличии относительной скорости движения  $\mathbf{w}$  приводит к поляризации сверхтекучего гелия. Однако, как следует из расчетов работы [24], возникающая за счет квадрупольного момента КВК электрическая разность потенциалов в волне второго звука на несколько порядков меньше наблюдаемой в [1].

В [29] была высказана гипотеза о существовании у КВК собственного дипольного момента  $\mathbf{d}_{\text{in}} = d_{\text{in}} \mathbf{p} / p$ . В [29] обсуждались возможные механизмы появления  $\mathbf{d}_{\text{in}}$ . Однако численное значение  $\mathbf{d}_{\text{in}}$ , следующее из этих механизмов, в [29] не было получено.

Внешнее поле ведет к появлению внешней силы  $\mathbf{F}$ , которая поляризует атомы  ${}^4\text{He}$ . В итоге у КВК появляется дипольный момент  $\mathbf{d}_{\text{out}} = d_{\text{out}} \mathbf{F} / F$ .

Таким внешним полем может быть поле силы Ван дер Ваальса, которое поляризует атомы  ${}^4\text{He}$  в пленке сверхтекучего гелия, расположенной на поверхности твердого тела. Такая ситуация была реализована в экспериментах [2], где скорость  $\mathbf{w}$  создавалась торсионными осцилляциями пленки. Другим таким полем может быть внешнее электрическое поле  $\mathbf{E}_{\text{out}}$ . Таким образом, дипольный момент КВК представляется в виде суммы  $\mathbf{d}_c = \mathbf{d}_{\text{in}} + \mathbf{d}_{\text{out}}$  собственного дипольного момента и дипольного момента, появляющегося в присутствии внешних сил.

Плотность дипольного момента (вектор поляризации) КВК при наличии  $\mathbf{w}$  задается равенством

$$\mathbf{P} = \int \mathbf{d}_c n(\varepsilon - \mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (6)$$

Разложение (6) в ряд по малой  $\mathbf{w}$  вплоть до квадратичных членов дает

$$\begin{aligned} \mathbf{P} = & \int \mathbf{d}_{\text{out}} n(\varepsilon) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} - \int \mathbf{d}_{\text{in}} (\mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} + \\ & + \frac{1}{2} \int \mathbf{d}_{\text{out}} (\mathbf{p}\mathbf{w})^2 \frac{\partial^2 n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \end{aligned} \quad (7)$$

В правой части равенства (7) опущены слагаемые, содержащие нечетные степени  $\mathbf{p}$ , поскольку они равны нулю. В экспериментах [1,2,8,9] измерялась зависящая от времени разность потенциалов, поэтому первое слагаемое в (7) не дает вклад в наблюдаемую поляризацию.

### 3. Электрический потенциал, возникающий в волне второго звука

В волне второго звука колеблются температура и скорость относительного движения  $\mathbf{w}$  [27,30]. В нулевом приближении по малому значению коэффициента теплового расширения жидкость можно считать неподвижной, а плотность и давление — постоянными. В экспериментах [1,8,9] создавалась стоячая волна второго звука, в которой скорость относительного движения компонент задавалась соотношением

$$\mathbf{w} = w_A \cos(k_2 x + \gamma_x) \cos(\omega t + \gamma_t) \mathbf{i}_x, \quad (8)$$

где  $\omega$  — частота звука,  $k_2$  — волновое число, а  $\gamma_x$  и  $\gamma_t$  — соответствующие фазы.

Начнем с рассмотрения случая отсутствия внешних полей, который был реализован в [1,8,9]. В этом случае  $\mathbf{d}_{\text{out}} = 0$  и для поляризации в волне второго звука, с учетом (7), получаем

$$\mathbf{P}_{\text{in}} = - \int \mathbf{d}_{\text{in}} (\mathbf{p}\mathbf{w}) \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{1}{3} d_{\text{in}} n_V \frac{\mathbf{w}}{v_T}, \quad (9)$$

где  $v_T = k_B T / p_0$  температурная скорость КВК.

Возникающий в стоячей волне второго звука электрический потенциал  $\phi_{in}$  может быть получен путем решения уравнения Пуассона:

$$\Delta\phi = -4\pi\rho_c, \quad (10)$$

где  $\rho_c = -\text{div } \mathbf{P}$  — плотность связанных зарядов, которые образованы благодаря вектору поляризации  $\mathbf{P}$ . Проводя интегрирование (10) с учетом (9), имеем:

$$\phi_{in} = \frac{2}{3}\lambda_2 d_{in} n_V \frac{w_A}{v_T} \sin(k_2 x + \gamma_x) \cos(\omega t + \gamma_t), \quad (11)$$

где  $\lambda_2 = 2\pi/k_2$  — длина волны второго звука.

В эксперименте [1] при  $T = 1,8$  К и амплитуде колебаний температуры  $T_A = 9 \cdot 10^{-4}$  К наблюдалась амплитудная разность потенциалов  $\phi_A^{(exp)} = 40$  нВ. Амплитудному значению  $T_A = 9 \cdot 10^{-4}$  К исходя из теории, представленной в [27,30], соответствует значение скорости  $w = 7,5$  см/с. С такими численными значениями выражение (11) дает экспериментальное значение амплитуды разности потенциалов при  $d_{in} = 5,95 \cdot 10^{-7} d_0$ , где  $d_0 = 9,74 \cdot 10^{-23}$  CGSE — дипольный момент, возникающий при взаимодействии двух атомов  ${}^4\text{He}$ , находящихся на расстоянии равном межатомному в жидком  ${}^4\text{He}$ . Из этого следует, что для КВК достаточно иметь очень маленький дипольный момент для того, чтобы создать разность потенциалов, наблюдаемую в экспериментах.

Линейная зависимость потенциала  $\phi_{in}$  от скорости  $w$ , полученная в (11), совпадает с наблюдаемой в [1]. Температурная зависимость  $\phi_{in}(T)$  в (11) определяется в основном зависимостью функции распределения  $n_V(T)$ , которая уменьшается при уменьшении температуры. Эта зависимость не совпадает с наблюдаемой в [1]. Такое различие между теорией и экспериментом может быть объяснено наличием не только тепловых КВК в He II, но и квантованных вихрей иной природы и происхождения, число которых слабо зависит от температуры. В частности, отметим, что значение  $w_A = 7,5$  см/с настолько велико, что возможно образование вихрей. При наличии относительного движения со скоростью  $w$  энергия нетепловых квантованных вихрей является анизотропной функцией импульса, которая, согласно проведенным выше вычислениям, создает поляризацию He II. В итоге нетепловые вихри дают дополнительный вклад в разность потенциалов, которая возникает в волне второго звука.

Перейдем к рассмотрению случая волны второго звука во внешнем электрическом поле. В случае, когда He II находится в постоянном внешнем электрическом поле  $\mathbf{E}_{out} = E_{out} \mathbf{i}_x$ , атомы гелия приобретают дипольный момент равный  $\mathbf{d}_{out}^{(a)} = \alpha \mathbf{E}_{out}$ , где  $\alpha = 2,1 \cdot 10^{-25}$  см<sup>3</sup> — коэффициент электрической поляризации атома  ${}^4\text{He}$ .

Согласно [12], дипольный момент КВК связан с дипольным моментом атома гелия соотношением  $\mathbf{d}_{out}^{(E)} = -N_c \mathbf{d}_{out}^{(a)}$ , где  $N_c = 0,627$  — интегральная атомная дилатация КВК с радиусом  $r_{0c}$ . Подстановка  $\mathbf{d}_{out}^{(E)}$  в третье слагаемое в правой части равенства (7) дает вектор поляризации, обусловленный КВК при наличии скорости  $\mathbf{w}$  и внешнего поля  $\mathbf{E}_{out}$ .

$$\mathbf{P}_{out} = -\frac{1}{6} n_V N_c \alpha E_{out} \left( \frac{w}{v_T} \right)^2 \mathbf{i}_x, \quad (12)$$

Результат (12) не учитывает изменение энергии КВК, обусловленное наличием внешнего поля  $\mathbf{E}_{out}$ . Обсудим это изменение.

В поле  $\mathbf{E}_{out}$  наличие собственного дипольного момента  $\mathbf{d}_{in}$  приводит к появлению у КВК дополнительной энергии  $\varepsilon_E = -d_{in} \frac{\mathbf{p}}{p} \mathbf{E}$ , максимальное значение которой  $\varepsilon_E^{\max} = d_{in} E$ . Подставляя численное значение  $d_{in}$ , получим в кельвинах  $\varepsilon_E^{\max} = 1,34 \cdot 10^{-15} E_{out}$  (К), где  $E_{out}$  измеряется в В/см.

Поскольку  $\varepsilon_E$  зависит от проекции импульса КВК на ось  $x$ , вдоль которой направлены  $\mathbf{E}_{out}$  и  $\mathbf{w}$ , то  $\varepsilon_E^{\max}$  следует сравнивать с энергией  $\varepsilon_w = p_0 w$ , содержащейся в (5). Подставляя численное значение  $p_0$ , имеем в кельвинах  $\varepsilon_w = 2,04 \cdot 10^{-3} w$  (К), где  $w$  измеряется в см/с.

При всех полях вплоть до максимального предпробойного  $E_{out}^{\max} = 10^5$  В/см и экспериментального значения  $w_{ex} = 7,5$  см/с энергия  $\varepsilon_w^{ex} = 1,53 \cdot 10^{-2}$  К на восемь порядков больше  $\varepsilon_E^{\max}(E_{out}^{\max}) = 1,34 \cdot 10^{-10}$  К, которой можно пренебречь в функции распределения (5).

У КВК, кроме собственного дипольного момента  $\mathbf{d}_{in}$ , в поле  $\mathbf{E}_{out}$  возникает так же дипольный момент  $\mathbf{d}_{out}^{(E)} = -N_c \alpha \mathbf{E}_{out}$ . Обусловленная  $\mathbf{d}_{out}^{(E)}$  энергия  $\varepsilon_\alpha = N_c \alpha E_{out}^2 / 2$ , в кельвинах равна  $\varepsilon_\alpha = 5,31 \cdot 10^{-14} E_{out}^2$  К, где  $E_{out}$  измеряется в В/см. Поскольку  $\varepsilon_\alpha$  не зависит от направления импульса КВК, то ее следует сравнивать с энергией  $\varepsilon_0 = 12,9$  К, которая даже при предпробойных значениях  $E_{out}^{\max} = 10^5$  В/см больше  $\varepsilon_\alpha(E_{out}^{\max}) = 5,31 \cdot 10^{-4}$  К на пять порядков.

Как известно (см., например, [32]), во внешнем поле энергия квазичастицы меняется за счет изменения содержащихся в ней параметров. Согласно (1), в нашем случае такими параметрами являются  $r_{0c}$  и  $r_0$ . В настоящее время нет последовательной замкнутой теории, из которой бы следовали численные значения  $r_{0c}$  и  $r_0$ . Поэтому на вопрос, как зависят от  $\mathbf{E}_{out}$  параметры  $r_{0c}$  и  $r_0$  в настоящее время ответить невозможно. При решении такой задачи необходимо учитывать квантовость КВК с радиусом  $r_{0c}$ , который меньше межатомного расстояния в  ${}^4\text{He}$ . Такие КВК могут существовать только в квантовой жидкости, где атомы делокализованы и

жидкость является сплошной средой на любых расстояниях, включая и математическую точку. При этом, согласно [33], гидродинамика становится нелокальной.

В настоящее время квантовость КВК учитывается только в квантовании циркуляции скорости КВК. В остальном все расчеты являются классическими.

При изменении  $r_{0c}$  и  $r_0$  меняются только  $\varepsilon_0$  и  $\rho_0$ , содержащиеся в (2), и, соответственно, величина  $n_V$  в правой части равенства (12). При этом нужно учитывать, что в экспериментах помимо тепловых КВК существуют также и другие нетепловые квантованные вихри другой структуры и природы. Согласно развитой здесь теории, такие вихри при наличии  $\mathbf{w}$  могут давать вклад в вектор поляризации.

В волне второго звука, согласно [27,30], присутствуют флуктуации плотности  $\rho'$ , возникшие благодаря коэффициенту теплового расширения  $\beta$ . В поляризованном внешнем поле He II благодаря флуктуациям плотности возникает вектор поляризации

$$\mathbf{P}_{\rho'} = \mathbf{d}_{\text{out}}^{(a)} \frac{\rho'}{\rho} n_0, \text{ где } \rho' = u_1^{-2} P' - \beta \rho T' = -\frac{\beta}{\sigma} \frac{\rho_n u_2 u_1^2}{(u_1^2 - u_2^2)} w. \quad (13)$$

Здесь  $P'$  и  $T'$  — флуктуации давления и температуры,  $\rho = 0,145 \text{ г/см}^3$  — плотность  $^4\text{He}$ ,  $\rho_n$  и  $\sigma$  — плотность нормальной компоненты и энтропия единицы массы He II,  $u_1$  и  $u_2$  — скорости первого и второго звуков.

Исходя из выражений (9), (12) и (13), для суммарного вектора поляризации, возникающего при наличии  $\mathbf{w}$  в поле  $\mathbf{E}_{\text{out}} = E_{\text{out}} \mathbf{i}_x$ , получаем

$$\mathbf{P}_{\Sigma}^{(W)} = \frac{1}{3} d_{\text{in}} n_V \frac{w}{v_T} \mathbf{i}_x - \frac{1}{6} n_V N_c \alpha E_{\text{out}} \left( \frac{w}{v_T} \right)^2 \mathbf{i}_x - A_{\beta} n_0 \alpha E_{\text{out}} w \mathbf{i}_x, \quad (14)$$

где  $A_{\beta} = \beta \rho_n u_2 u_1^2 / \sigma \rho (u_1^2 - u_2^2)$ . Решая уравнение (10), найдем суммарный электрический потенциал, обусловленный тремя слагаемыми, содержащимися в правой части выражения (14)

$$\varphi_{\Sigma}^{(W)} = \varphi_{\text{in}} + \varphi_{\text{out}} + \varphi_{\rho'}. \quad (15)$$

Здесь  $\varphi_{\text{in}}$  — электрический потенциал (11), обусловленный собственным дипольным моментом КВК

$$\varphi_{\text{out}} = -\frac{\pi}{3} n_V N_c \alpha E_{\text{out}} \left( \frac{w_A}{v_T} \right)^2 \times \left( x + \frac{\lambda_2}{4\pi} \sin(2[k_2 x + \gamma_x]) \right) \cos^2(\omega t + \gamma_t) \quad (16)$$

— потенциал, возникающий во внешнем поле, которое поляризует КВК,

$$\varphi_{\rho'} = -2\lambda_2 A_{\beta} n_0 \alpha E_{\text{out}} w_A \sin(k_2 x + \gamma_x) \cos(\omega t + \gamma_t) \quad (17)$$

— электрический потенциал, обусловленный флуктуациями плотности в волне второго звука в присутствии внешнего электрического поля  $\mathbf{E}_{\text{out}}$ .

Сравним амплитудные значения трех потенциалов, содержащихся в (15) при  $T = 1,8 \text{ К}$ . Исходя из условий экспериментов [1], положим  $w_A = 7,5 \text{ см/с}$ . Подставляя в (15) значение координаты  $x$ , равное длине волны  $\lambda_2 = 2,8 \text{ см}$ , для амплитуды  $\varphi_{\text{outA}}$  имеем  $\varphi_{\text{outA}} = 4,03 \cdot 10^{-9} E_{\text{out}}$ , где  $E_{\text{out}}$  измеряется в В/см. При  $E_{\text{out}} = E_{\text{in}} = 9,93 \text{ В/см}$  получим численное значение  $\varphi_{\text{outA}}(E_{\text{in}}) = 40 \text{ нВ}$ , которое равно  $\varphi_A^{\text{exp}}$ . Из выражений (16) и (17) имеем  $\varphi_{\rho'A} / \varphi_{\text{outA}} = 40,6$ . Относительно большее значение  $\varphi_{\rho'A}$  при  $T = 1,8 \text{ К}$  связано с большой амплитудой колебания плотности  $\rho_A^{(2)} = -\beta \rho T_A$  за счет колебания температуры в волне второго звука.

Исходя из этих численных значений следует, что в общем случае, должны быть учтены все три слагаемых в (15). Вклад каждого из этих слагаемых сильно зависит от температуры. Следует отметить, что при  $T = 1,12 \text{ К}$  коэффициент теплового расширения  $\beta = 0$  и третье слагаемое в (15) отсутствует. Кроме того, согласно (15)–(17), вклад каждого из слагаемых в суммарный электрический потенциал зависит от координаты  $x$  и момента времени  $t$ .

По мнению авторов, несомненный интерес представляют измерения зависимости от времени электрической разности потенциалов в стоячей волне второго звука в разных точках при разных значениях внешнего постоянного электрического поля. Такие измерения позволили бы понять, насколько адекватна изложенная здесь теория эксперименту.

Перейдем к рассмотрению электрических свойств сверхтекучего гелия в волне первого звука.

#### 4. Поляризация He II, обусловленная волной первого звука

Как отмечалось во Введении, в экспериментах [1] не наблюдалась электрическая активность гелия в волне первого звука, а в экспериментах [26] — наблюдалась. В такой ситуации актуальным является теоретическое рассмотрение поляризации гелия в волне первого звука за счет всех известных механизмов. Нам известно только два таких механизма: флексоэлектрическая поляризация и поляризация за счет ускорения жидкости в волне первого звука. Начнем с флексоэлектрической поляризации.

##### 4.1. Флексоэлектрическая поляризация в первом звуке

В экспериментах [1,8,9] возбуждалась стоячая волна первого звука, в которой колебания плотности можно описывать следующим соотношением:

$$\rho' = \rho_A \cos(k_1 x + \alpha_x) \cos(\omega t + \alpha_t), \quad (18)$$

где  $k_1$  — волновое число первого звука,  $\rho_A$  — амплитуда колебаний плотности.

Наличие колебаний плотности в волне первого звука приводит к возникновению у отдельных атомов  ${}^4\text{He}$  непокомпенсированного дипольного момента  $\mathbf{d}^{(f)}$ , обусловленного зависимостью плотности жидкости от координаты (флексозлектрическая поляризация). Согласно [25]:

$$\mathbf{d}^{(f)} = -\frac{7}{3}d_0 \frac{a_0^4}{m} \nabla \rho'(\mathbf{r}), \quad (19)$$

где дипольный момент  $d_0 = (2,03 \cdot 10^{-13} \text{ см})e$ ,  $e$  — модуль заряда электрона,  $a_0 = 3,6 \text{ \AA}$  — расстояние между атомами  ${}^4\text{He}$ .

Учитывая равенства (18) и (19), плотность дипольного момента (вектор поляризации) запишем в виде

$$\mathbf{P}^{(f)} = n_0 \mathbf{d}^{(f)} = \frac{7}{3}d_0 \frac{a_0}{m} \rho_A k_1 \sin(k_1 x + \alpha_x) \cos(\omega t + \alpha_t) \mathbf{i}_x. \quad (20)$$

В (20) учтено, что по определению  $a_0^3 = n_0^{-1}$ . Решая уравнение (10) с учетом (20) для электрического потенциала  $\varphi^{(f)}$ , обусловленного флексозлектрической поляризацией, получим:

$$\varphi^{(f)} = -\frac{28\pi}{3}d_0 \frac{a_0}{m} \rho'(x, t). \quad (21)$$

Для амплитудного значения потенциала (21) с учетом численных значений всех параметров и равенства  $\rho_A = P_A / u_1^2$  в нановольтах имеем

$$\varphi_A^{(f)} = \frac{28\pi}{3}d_0 \frac{a_0}{m} \frac{P_A}{u_1^2} = 8,58 \cdot 10^{-3} P_A \text{ нВ}, \quad (22)$$

где амплитудное значение давления  $P_A$  в волне первого звука измеряется в  $\text{дин/см}^2$ .

В экспериментах [1] максимальная амплитуда давления  $P_{1A} \approx 100 \text{ дин/см}^2$ . При такой амплитуде давления, согласно (22),  $\varphi_A^{(f)} \approx 0,858 \text{ нВ}$ . В настоящее время столь малый потенциал невозможно зарегистрировать. Поэтому в [26] в волне первого звука не могла наблюдаться флексозлектрическая поляризация.

#### 4.2. Поляризация, обусловленная ускорением жидкости в волне первого звука

При ускорении жидкости ускоряются и образующие ее атомы. При этом легкая электронная оболочка атома смещается относительно тяжелого ядра. В результате атом приобретает дипольный момент. Для получения этого дипольного момента, следуя схеме работы [12], начнем с рассмотрения ситуации, в которой атом  ${}^4\text{He}$  находится во внешнем электрическом поле  $\mathbf{E}$ , под действием которого у атома возникает дипольный момент

$$\mathbf{d} = \alpha \mathbf{E}. \quad (23)$$

Дипольный момент атома  $\mathbf{d}$ , связанный со смещением  $\mathbf{u}$  центра заряда электронной оболочки атома относительно центра его ядра, определяется равенством

$$\mathbf{d} = Ze\mathbf{u}, \quad (24)$$

где  $Z$  — число электронов в атоме  ${}^4\text{He}$ , которое равно числу протонов в ядре.

Связь между приложенной к ядру силой  $Ze\mathbf{E}$  и вектором смещения  $\mathbf{u}$  дается законом Гука

$$Ze\mathbf{E} = \beta_e \mathbf{u}, \quad (25)$$

где  $\beta_e$  — коэффициент упругости для силовой связи ядра с электронной оболочкой.

Из равенств (23)–(25) следует связь между коэффициентами  $\alpha$  и  $\beta_e$

$$\beta_e = \frac{(Ze)^2}{\alpha}. \quad (26)$$

В диэлектрической жидкости контактное взаимодействие атомов друг с другом и внешними телами происходит за счет движения электронных оболочек атомов. При этом положение атомного ядра относительно электронной оболочки определяется балансом действующих на ядро сил.

Пусть к электронной оболочке приложена сила  $\mathbf{F}$ , которая смещает тяжелое ядро атома относительно центра на вектор  $\mathbf{u}$ . Тогда, согласно закону Гука,

$$\mathbf{F} = -\beta_e \mathbf{u}. \quad (27)$$

В то же время эта сила приводит к ускоренному движению с ускорением  $\mathbf{a}$ :

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = -\frac{(Ze)^2}{\alpha} \frac{\mathbf{d}}{Ze}. \quad (28)$$

Отсюда можно найти явное выражение для дипольного момента атома, обусловленного ускорением,

$$\mathbf{d} = -\alpha \frac{m}{Ze} \mathbf{a}. \quad (29)$$

Перейдем к рассмотрению поляризации атомов гелия, обусловленной ускорением жидкости в волне первого звука. Учитывая связь между колебаниями плотности и скоростью движения жидкости в волне первого звука для ускорения, получаем:

$$\mathbf{a} = -\omega \frac{u_1}{\rho} \rho_A \cos(k_1 x + \varepsilon_x) \sin(\omega t + \alpha_t) \mathbf{i}_x. \quad (30)$$

Подставляя (30) в (29), для дипольного момента атома имеем

$$\mathbf{d}^{ac} = \alpha \frac{m}{Ze} \omega \frac{u_1}{\rho} \rho_A \cos(k_1 x + \varepsilon_x) \sin(\omega t + \alpha_t) \mathbf{i}_x. \quad (31)$$

Вектор поляризации (плотность дипольного момента), обусловленный ускорением жидкости в волне первого звука, дается равенством

$$\mathbf{P}^{(ac)} = n_0 \mathbf{d}^{(ac)}. \quad (32)$$

Решая уравнение Пуассона (10) с учетом (32) и равенства  $\rho_A = P_A / u_1^2$ , для электрического потенциала, обусловленного ускорением жидкости в волне первого звука, получим

$$\varphi^{ac} = \frac{4\pi\alpha}{Ze} P_A \sin(k_1 x + \varepsilon_x) \sin(\omega t + \alpha_t) \mathbf{i}_x. \quad (33)$$

Подставляя численные значения всех параметров, содержащихся в (33), для амплитудного значения потенциала (33), измеренного в нановольтах, имеем

$$\varphi_A^{ac} = \frac{4\pi\alpha}{Ze} P_A = 8,18 \cdot 10^{-4} P_A \text{ нВ}. \quad (34)$$

где амплитудное значение давления  $P_A$  в волне первого звука измеряется в  $\text{дин}/\text{см}^2$ .

Сопоставляя результаты (22) и (34), видим, что потенциал, обусловленный ускорением жидкости в волне первого звука, на порядок меньше потенциала, возникающего за счет флексоэлектрической поляризации. Эти оба потенциала настолько малы, что не могут быть зарегистрированы в настоящее время. Вероятно, по этой причине электрическая поляризация в волне первого звука не была зарегистрирована в экспериментах [1].

Отметим, что в волне второго звука также возникает поляризация за счет флексоэлектрического эффекта и ускорения жидкости, но она оказывается существенно меньше поляризации в волне первого звука, поскольку содержит малый коэффициент теплового расширения.

Мы не знаем других механизмов поляризации жидкости в волне первого звука кроме двух рассмотренных выше. Поэтому в настоящее время не ясно за счет чего в [26] наблюдалась электрическая активность гелия в волне первого звука. Одной из возможных причин является наличие в экспериментах [26] неконтролируемого наведенного внешнего электрического поля. В связи с этим ниже рассматривается поляризация гелия, обусловленная волной первого звука, при наличии постоянного внешнего электрического поля.

#### 4.3. Поляризация гелия в волне первого звука при наличии внешнего электрического поля

Рассмотрим случай, когда He II находится во внешнем постоянном электрическом поле  $\mathbf{E}_{\text{out}} = E_{\text{out}} \mathbf{i}_x$ , в котором атомы гелия приобретают дипольный момент равный  $\mathbf{d}_{\text{out}}^{(a)} = \alpha \mathbf{E}_{\text{out}}$ . В стоячей волне первого звука, характерной для экспериментов [1,8,9], отклонение плотности, заданное соотношением (18), создаст вектор поляризации

$$\mathbf{P}_{\rho'}^{(1)} = \mathbf{d}_{\text{out}}^{(a)} \frac{\rho'}{\rho} n_0 = \alpha \frac{\rho'}{\rho} n_0 \mathbf{E}_{\text{out}}. \quad (35)$$

Решая уравнение Пуассона (10), с учетом (35), (18) и равенства  $\rho_A = P_A / u_1^2$ , для электрического потенциала, обусловленного волной первого звука во внешнем электрическом поле, получим

$$\varphi_{\rho'}^{(1)} = \frac{2\alpha P_A n_0 \lambda_1}{\rho u_1^2} E_{\text{out}} \sin(k_1 x + \alpha_x) \cos(\omega t + \alpha_t). \quad (36)$$

Здесь  $\lambda_1 = 2\pi / k_1$  — длина волны первого звука. Численные расчеты по формуле (36) при характерных для эксперимента [1] значениях параметров волны первого звука с частотой  $10^5$  Гц дают следующее соотношение между амплитудой потенциала (36) и внешним полем:

$$\varphi_{\rho'A}^{(1)} = 2,73 \cdot 10^{-9} E_{\text{out}},$$

где  $E_{\text{out}}$  измеряется в В/см. Если для величины внешнего поля взять значение  $E_{\text{out}} = 14,7$  В/см, то для амплитуды колебаний потенциала получим значение  $\varphi_{\rho'A}^{(1)} = 40$  нВ, наблюдаемое в [1] в волне второго звука.

Отметим, что в условиях экспериментов [1] при  $T = 1,8$  К амплитуда колебания плотности  $\rho_A^{(2)} = -\beta \rho T_A$  в волне второго звука за счет колебания температуры в 5 раз больше, чем в волне первого звука, где  $\rho_A^{(1)} = -u_1^{-2} P_A$  обусловлено сжимаемостью гелия. При этом амплитуда колебаний давления в волне первого звука в 27 раз больше, чем в волне второго звука.

## 6. Заключение

В работе получены следующие основные результаты.

1. Показано, что в трехкомпонентном газе квазичастиц He II (фононы, ротоны, КВК) равновесие устанавливается мгновенно в масштабах времен экспериментов [1,2,8,9]. В итоге образуется единая нормальная компонента, которая может двигаться со скоростью, отличной от скорости движения сверхтекучей компоненты.

2. Показано, что относительное движение нормальной и сверхтекучей компонент приводит к возникновению в He II вектора поляризации (7), который создает электрический потенциал, наблюдаемый в экспериментах [1,2,8,9].

3. Вычислены электрические потенциалы, возникающие в волне второго звука при наличии внешнего электрического поля, обусловленные собственным дипольным моментом КВК (11), поляризацией КВК (16) и колебаниями плотности (17).

4. Получены электрические потенциалы, возникающие в волне первого звука, за счет флексоэлектрического эффекта (21), ускорения жидкости (33) и внешнего постоянного электрического поля (36).

5. Проведены численные расчеты, которые могут стимулировать постановку новых экспериментов.

1. А.С. Рыбалко, *ФНТ* **30**, 1321 (2004) [*Low Temp. Phys.* **30**, 994 (2004)].
2. А.С. Рыбалко, С.П. Рубец, *ФНТ* **31**, 820 (2005) [*Low Temp. Phys.* **31**, 623 (2005)].
3. A. Rybalko, S. Rubets, E. Rudavskii, V. Tikhii, S. Tarapov, R. Golovashchenko, and V. Derkach, *Phys. Rev. B* **76**, 140503 (2007).
4. А.С. Рыбалко, С.П. Рубец, Э.Я. Рудавский, В.И. Тихий, Р.В. Головащенко, В.Н. Деркач, С.И. Тарапов, *ФНТ* **34**, 326 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 254 (2008)].
5. А.С. Рыбалко, С.П. Рубец, Э.Я. Рудавский, В.И. Тихий, Р.В. Головащенко, В.Н. Деркач, С.И. Тарапов, *ФНТ* **34**, 631 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 497 (2008)].
6. А.С. Рыбалко, С.П. Рубец, Э.Я. Рудавский, В.И. Тихий, Ю.М. Полуэктов, С.И. Тарапов, Р.В. Головащенко, В.Н. Деркач, О.В. Усатенко, *ФНТ* **35**, 1073 (2009) [*Low Temp. Phys.* **35**, 837 (2009)].
7. Ю.М. Полуэктов, А.С. Рыбалко, *ФНТ* **39**, 992 (2013) [*Low Temp. Phys.* **39**, 770 (2013)].
8. T.V. Chagovets, *Fiz. Nizk. Temp.* **42**, 230 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 176 (2016)].
9. T.V. Chagovets, *Physica B* **488**, 62 (2016).
10. А.М. Косевич, *ФНТ* **31**, 50 (2005) [*Low Temp. Phys.* **31**, 37 (2005)].
11. В.Д. Нацик, *ФНТ* **31**, 1201 (2005) [*Low Temp. Phys.* **31**, 915 (2005)].
12. В.Д. Нацик, *ФНТ* **33**, 1319 (2007) [*Low Temp. Phys.* **33**, 999 (2007)].
13. В.Д. Нацик, *ФНТ* **34**, 625 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 493 (2008)].
14. L.A. Melnikovsky, *J. Low. Temp. Phys.* **148**, 559 (2007).
15. Э.А. Пашицкий, С.М. Рябченко, *ФНТ* **33**, 12 (2007) [*Low Temp. Phys.* **33**, 8 (2007)].
16. Е.Д. Гутлянский, *ФНТ* **35**, 956 (2009) [*Low Temp. Phys.* **35**, 748 (2009)].
17. Э.А. Пашицкий, А.А. Гурич, *ЖЭТФ* **138**, 1103 (2010).
18. V.P. Mineev, *J. Low. Temp. Phys.* **162**, 686 (2011).
19. Ю.М. Полуэктов, *ФНТ* **40**, 1021 (2014) [*Low Temp. Phys.* **40**, 796 (2014)].
20. В.М. Локтев, М.Д. Томченко, *Доп. НАН України*, №5, 76 (2010).
21. С.И. Шевченко, А.С. Рукин, *Письма в ЖЭТФ* **90**, 46 (2009).
22. С.И. Шевченко, А.С. Рукин, *ФНТ* **36**, 186 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 146 (2010)].
23. С.И. Шевченко, А.С. Рукин, *ФНТ* **38**, 1147 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 905 (2012)].
24. И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко, *ФНТ* **41**, 635 (2015) [*Low Temp. Phys.* **41**, 495 (2015)].
25. И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко, *ФНТ* **42**, 335 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 258 (2016)].
26. Т.В. Чаговец, *QFS 2016 Prague* (2016), p. 231.
27. I.M. Khalatnikov, *An Introduction to the Theory of Superfluidity*, Addison-Wesley, Redwood (1989).
28. М.Д. Томченко, *ФНТ* **31**, 483 (2005) [*Low Temp. Phys.* **31**, 365 (2005)].
29. В.М. Локтев, М.Д. Томченко, *ФНТ* **34**, 337 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 262 (2008)].
30. S.J. Patterman, *Superfluid Hydrodynamics*, North-Holland Publish. Comp., New-York (1974).
31. S.K. Nemirovskii, *Phys. Rep.* **524**, 85 (2013).
32. Л.П. Питаевский, *УФН* **168**, 641 (1998).
33. I.N. Adamenko, K.E. Nemchenko and I.V. Tanatarov, *Phys. Rev. B* **67**, 104513 (2003).

## Electric polarization of He II caused by first and second sounds

I.N. Adamenko and E.K. Nemchenko

It is shown that in the three component quasi-particle gas of the superfluid helium (He II), which is formed by phonons, rotons and quantized vortex rings, an equilibrium sets up instantly in the time scaled of the experiment. As a result, the normal component is created, that can move relative to the superfluid component with a velocity  $\mathbf{w}$ . It is shown that in the presence of  $\mathbf{w}$  an electric field arises that was observed in the experiments. The reasons are in the anisotropic dependence of the QVR energy on its momentum in the presence of  $\mathbf{w}$  and the existence of a dipole moment of QVR. The case when the QVR dipole moment is formed by its own dipole moment and by the dipole moment created by an external field is considered. The problem of the appearance of an electric field in a standing wave of second sound in an external constant electric field is solved. The electric potentials arising in the wave of the first sound due to the flexoelectrical effect, the acceleration of the liquid and the external constant electric field are obtained. Numerical calculations are performed on the obtained formulas, make it possible to compare the theory with the experiments, and can stimulate the formulation of new experiments.

PACS: 67.25.D– Superfluid phase;  
 67.25.dk Vortices and turbulence;  
 67.25.dt Sound and excitations.

Keywords: superfluid, helium, first and second sounds, polarization, electric field.